Vol.2020-AL-178 No.2
2020/5/9

クラスタリングにより知識の局所的一貫性を確保するブール多値論理推論

野﨑裕人[1]　リン ジンズゥ[2]　鈴木 寿[3]

概要：ブール多値論理系において論理式と所望の真理値からなる“知識”が有限個与えられたとき，各知識の論理式が実際にとる真理値と所望の真理値との差の絶対値の知識全体にわたる平均などの“間隙”を極小化する原始論理式の論理値を算出する過程を“学習”とよび，学習後に任意の論理式のとる真理値を瞬時に算出する過程を“推論”とよぶ．知識自体に矛盾が含まれなくともブール多値論理の次元に比して知識が多いときは，間隙は小さくならない．本稿は，述語表現の論理式により記述された知識が多数与えられたとき，主語にあたる原始論理式を付したオブジェクトと述語を構成する原始論理式を付したそれとを述語表現のとる真理値および述語を構成する論理式を付した矢線でつなぐことにより意味ネットワークを構築後，各クラスターにおいて間隙を極小化する，すなわち知識の局所的一貫性を確保するように意味ネットワークを既定数のクラスターへ分割する方式を試行した一例について報告する．

Boolean Multivalued Logic Inferences that Ensure Local Consistency in Knowledges with Clustering

Abstract: Given a finite number of “knowledges” that consist of logical formulas and their desired truth values on a Boolean multivalued logic system, “learning” is the process of computing logical values of atoms that minimize the “gap” such as the average of the absolute difference between the truth value actually taken by each logical formula and the desired truth value, and “inference” is the process of computing truth values of arbitrary logical formulas after learning. Even if the knowledges themselves do not include inconsistency, the gap does not become smaller when knowledges are many in comparison with the dimension of Boolean multivalued logic. This article reports on, given many knowledges described with the logical formulas in predicate expression, a method of, after constructing a semantic network by connecting a node named an atom corresponding to subject and another node named an atom constructing predicate with an arrow tagged a truth value of the predicate expression and a logical formula constructing predicate, a trial example of clustering so that the gap inside each cluster may be locally minimized, that is, so that local consistency of knowledges may be ensured.

1. はじめに

ブール多値論理系において, 与えられたすべての知識に関して, 知識が持つ論理式から計算される実現値が, 知識がもつ目標値にできる限り近い値をとれるようにアトムの値を求める過程を学習とよび, 学習によって求められたアトムの値を用いて, 任意の論理式の真理値を算出する過程を推論とよぶ [1][2][4][5][6][7]．ブール多値論理の次元に比して知識の数が多いときは, 間隙は小さくならない. 本研究は, 述語表現の論理式により記述された多数の知識が与えられたとき, 知識の局所的一貫性を確保するように意味ネットワークを既定数のクラスターへ分割する方式を試行した一例について報告する.

2. ブール多次元論理

本章では [3] によって定義されるブール多次元論理について述べる.

1 中央大学大学院理工学研究科情報工学専攻
Information and System Engineering, Graduate School of Faculty of Science and Engineerring, Chuo University
2 中央大学大学院理工学研究科電気・情報系専攻
Electrical Engineering and Information System Course, Graduate School of Faculty of Science and Engineerring, Chuo University
3 中央大学理工学部情報工学科
Department of Information and System Engineering, Faculty of Science and Engineering, Chuo University

ⓒ 2020 Information Processing Society of Japan

表 1　否定演算
Table 1　Negation operation.

p_i	$\neg p_i$
1	0
0	1

表 2　論理積演算, 論理和演算, 含意演算, 等価演算
Table 2　Conjunction operation, disjunction operation, implication operation, equivalence operation.

p_i	q_i	$p_i \wedge q_i$	$p_i \vee q_i$	$p_i \rightarrow q_i$	$p_i \leftrightarrow q_i$
1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1

2.1　論理値と真理関数

$n \in \{1,\ 2,\ \ldots\}$ 次元の論理値を，n 個のビットの並置, すなわち，$\{1,\ 0\}^n$ 内の要素として定義する. また, n 次元の論理値をとりうる変数を, n 次元の論理変数と定義する. さらに真理関数 T を, n 次元の論理値に対し実数

$$\text{論理値を構成するビット 1 の個数} \ / \ n \tag{1}$$

をとる関数と定義し, この実数を真理値とする.

2.2　論理演算

ブール多次元論理上に定義される論理演算を示す. $n \in \{1,\ 2,\ \ldots\}$ 次元の論理値 $p = p_1p_2\ldots p_n \in \{1,0\}^n$, $q = q_1q_2\ldots q_n \in \{1,0\}^n$, に対し表 1, 2 の演算を定義する.

2.3　論理式

論理演算を論理値または論理変数に適用して合成された結果を論理式とよび, 論理演算を再び論理式に適用して合成された結果も論理式という. 本研究では論理式を構成する論理値および論理変数をアトムとよび, 合成された論理式と区別する.

2.4　述語表現

本研究では, $n \in \{1,2,\ldots\}$ 次元の論理値 p において, ビットが 1 である位置のビットのみを論理値 q から取り出して並置した結果を, $q[p]$ と表記する. ここで p は主語, q は述語とよび, この表記が用いられる論理を述語論理とよぶ.

2.5　知識と間隙

本研究では, 知識を論理式 x, 真理関数 T, 目標値 $r \in [0,1]$ をもちいて $T(x) \approx r$ と記述する. この $T(x) \approx r$ は, 真理値 $T(x)$ が目標値 r にできる限り近い値をとるべきであることをあらわす. ここで, 各々の知識において, 目標値と実現値の差の絶対値を間隙とよぶ.

3.　局所的に一貫した知識の確保

本研究は, 述語表現により記述された知識 “$T((b \rightarrow c)[a]) = v$” が多数与えられたとき ($a, b$ はアトム, c は論理式, v は目標真理値) , a を付したノード A, b を付したノード B, ならびに, c および v を付したリンク L を用いて, ノード A からノード B へリンク L が繋がった意味ネットワークを構築する. 本研究では, 意味ネットワークのノードに付されたアトムを概念アトムとよび, 意味ネットワークのリンクに付された論理式を構成するアトムを意味関係アトムとよぶ. クラスターの分割数を k とし, 概念アトムの数を n としたとき, 構築された意味ネットワークを以下に示す手順により分割した後, 各クラスターにおいて間隙を極小化する.

(1) すべてのアトムと知識を対象に学習をおこなう
(2) 概念アトム間のハミング距離が最大となる 2 点を求め, その 2 点を初期のクラスター中心とする.
(3) 全ての概念アトムに対して $D(a_i)$, $i \in \{1,2,\ldots,n\}$ を求める. ここで $D(a_i)$ とは概念アトム a_i と既存のクラスター中心との, 最短ハミング距離である.
(4) 最大となる $D(a_i^{'})$ の概念アトム $a_i^{'}$ を次のクラスター中心とする.
(5) クラスター中心を k 個選ぶまで 3, 4 を繰り返す.
(6) 各概念アトムを, 最も中心とのハミング距離が近いクラスターに割り当てる.
(7) 各クラスターごとに, クラスターに所属するすべての概念アトムとの平均ハミング距離が最小となる概念アトムを求め, 求まった概念アトムをクラスター中心とする.
(8) クラスターの変化がなくなるまで 6, 7 を繰り返す.
(9) 各クラスターに, 全ての意味関係アトムを加える.

ここで, クラスター C_i, $i \in \{1,2,\ldots,k\}$ における間隙の極小化の際に用いる知識は, 知識を構成するアトムが, 全てクラスター C_i に含まれているもののみとする.

4.　推論

ブール多値論理系において, 知識自体に矛盾がなくとも, ブール多値論理の次元に比して知識数が多いとき, 間隙は小さくならない. 本研究は, 多数の知識が与えられたとき, それらの知識をもとに意味ネットワークを構築後, 意味ネットワークを既定数 k のクラスターに分割し, 各クラスターにおいて間隙を極小化する, すなわち知識の局所的一貫性を確保するように意味ネットワークを既定数 k のクラスターへ分割する方式を試行する.

クラスター C_i, $i \in \{1,2,\ldots,k\}$ における間隙の極小化において用いる知識を, 知識を構成するアトムが, すべてクラスター C_i に含まれているもののみと定めたとき, すべて

表 3　学習の結果例
Table 3　Example of learning result.

アトム数	学習に用いた知識数	平均間隙	最大間隙
121	190	0.094	0.384

表 4　各クラスターごとに間隙を極小化した結果例
Table 4　Example of the result of minimizing the gap for each cluster.

各クラスター	アトム数	学習に用いた知識数	平均間隙	最大間隙
クラスター 1	58	33	0.063	0.181
クラスター 2	46	24	0.053	0.355
クラスター 3	44	14	0.042	0.099

表 5　推論の結果例
Table 5　Example of inference result.

論理式	真理値
サッカー選手 → 金持ち	0.750
(昆虫 → 似ている)[ミドリムシ]	0.777
((生ハム ∨ 牛肉) → 好き)[菜食主義者]	推論適用外
(集団行動 → 特徴)[伊勢海老]	1.000
((シャチ ∨ イルカ) → 好き)[子供]	0.666
哺乳類 → 凶暴	0.800

のアトムが何らかの知識の構成要素となっている場合において, k が 2 以上であれば, 各クラスターにおける間隙の極小化において用いる知識の数は, 知識全体に関して間隙を極小化する場合よりも必ず小さくなる. この性質を利用して, ブール多値論理の次元に比して知識の数が多くならないように意味ネットワークを既定数 k のクラスターへ分割すれば局所的に一貫した知識を確保できる.

ここで, 局所的に一貫した知識を用いた推論において, 論理式が与えられたとき, 論理式を構成するすべてのアトムが同一クラスター内に含まれているかの判定をおこなう. 判定の結果, 対象アトムがすべて同一クラスター内に含まれていた場合は, 論理式の計算をおこない結果を返す. また, 判定の結果, 対象アトムが同一クラスター内に含まれていなかった場合は, 論理式の計算をせずに推論適用外という結果を返す.

5. 事例の報告

20 次元の論理値において, 190 個の知識を与え, 通常の学習をおこなった結果例を表 3 に示す. さらに, 表 3 の学習結果を用いて, 分割数が $k = 3$ のとき各クラスターごとに間隙を極小化した結果例を表 4 に示す. さらに, 表 4 の結果を用いて推論をおこなった結果例を表 5 に示す.

6. おわりに

本研究は, 多数の知識が与えられたとき, 知識の局所的一貫性を確保するように意味ネットワークを既定数のクラスターへ分割する方式を試行した一例について報告した. 今後の課題は, 提案手法によってクラスタリングをおこなう際の分割数 k の決定手法の確立である. また, クラスタリングを, 平均間隙が指定した値を超えない範囲で, なるべく多くの知識をクラスター内に含もうとするように改良することが考えられる.

参考文献

[1] 鈴木 寿, 齋藤 亮, 島田 道雄, “機械知能を設計するための基本技術としてのブール多値論理の小数符号化,” 日本ロボット学会誌, vol. 22, no. 2, pp. 215–222, Mar. 2004.
[2] 鈴木 寿, “ロボットの知性を扱うための基本理論としてのブール性を満たすファジィ論理について,” 日本ロボット学会誌, vol. 19, no. 4, pp. 476–484, May, 2001.
[3] 鈴木 寿, 知識情報処理の基礎 - C による多値論理処理. Tokyo, Japan: 培風館, Dec. 1999.
[4] H. Suzuki, K. Sugimoto, “New Multivalued Logic System in Boolean Class by Regarding Fixed-point Binary Numbers as Truth Values,” in *Proc. RPC 2010*, Vladivostok, Russia Sep. 6-9, 2010, pp. 57–62.
[5] K. Sugimoto, K. Suzuki, H. Suzuki, “Gödel Platform,” in *Proc. IMCIC 2011*, vol. 1, Orlando, FL, Mar. 27-30, 2011, pp. 195–200.
[6] H. Suzuki, “A Complementary Fuzzy Logic System,” *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, vol. 27, no. 2, pp. 293–295, Apr. 1997.
[7] K. Suzuki, K. Sugimoto, H. Suzuki, “Boolean Complex Logic,” in *Proc. IEEE ComComAp 2012*, Hong Kong, China, Jan. 11-13, 2012, pp. 370–375.

ⓒ 2020 Information Processing Society of Japan