

外来患者の待ち時間の分布関数による評価と その診療予約枠の人数決定問題への応用

市原 寛之^{1,a)} 鈴木 敦夫² 三浦 英俊²

概要：本論文では診療予約制を採用している日本の病院における、診察待ち時間の確率モデルを作成し、外来患者の診察待ち時間の分布関数を導出する。さらに、導出した分布関数の診療予約枠の人数を決定する問題への応用方法を示す。具体的には、診察待ち時間の分布関数を用いて、患者の診察待ち時間が一定時間以内になる確率が高くなるような、各予約枠の予約可能な人数の組み合わせを求める方法を示す。この方法で診療予約枠の人数を決定する問題を解くことにより、遅い時間帯の予約枠の人数を多くすることで、患者の診察待ち時間を短く出来ることが分かった。また、現実の病院における平均診察待ち時間のデータとこのモデルにより算出された平均診察待ち時間を比較し、モデルの有効性を検証する。

1. はじめに

近年、病院の診察待ち時間の長期化は日本の多くの病院で問題となっている。平成 26 年度に厚生労働省が実施した受療行動調査 [1] では、診察を受ける時間より、待ち時間のほうが長い患者が過半数を占めている。また「診察までの待ち時間」に対する満足度を見ると満足が 28.0%、不満が 27.6% となっており、他の項目に比べ満足度の割合が最も低く、不満の割合が最も高い。さらに徳永ら [10] は「診察待ち時間」の満足度が他の項目に比べ低いことを示しており、このことから診察待ち時間の短縮化が最優先で解決されるべき問題であることがわかる。

診察待ち時間の短縮化のために、診療予約制を導入している病院が増えている。ただし、予約し来院する患者と予約せずに来院する患者が混在する病院においては、予約制を効果的に行うことは困難な問題となる。このことは、新たに設立された病院や大規模な改修を行い、コンピュータによる予約システムを導入した病院でも起こり得る。

診察待ち時間の長期化の原因は、ある枠に予約した患者の診察が、その枠の中で終了せずに次の枠に診察を受ける患者に影響することにある。これは、予約可能な患者数や、1 つの枠の長さ等の診察室を設計する要因の設定が、適切でないために起こる。これを解決するために、診察室を設

計する要因から外来患者の待ち時間を推定する方法が必要となる。

そこで本研究では診療予約制を採用している日本の病院における、診察待ち時間の確率モデルを作成し、予約可能な患者数や 1 つの枠の長さ、医師の人数を設定し、患者の来院人数や各患者の診察時間等のデータから診察待ち時間を推定することが出来るツールを作成する。作成したツールは診療予約枠の人数を決定する問題へ応用することができる。この問題の詳細は 5 節で詳しく説明する。

診察待ち時間の確率モデルにおいて、予約可能な患者数や 1 つの枠の長さ、医師の人数等をパラメータとして、各枠内での各患者の診察終了時刻の分布関数を導出する。さらに、この分布関数を用いることにより、診察待ち時間の分布関数を導出する。その際に、本モデルでは診察の空き時間が無いことを仮定する。すなわち、ある枠の終了前にその枠の患者の診察が終了した時には、その直後に、次の枠の患者の診察ができることを仮定する。この仮定により各枠における総診察時間の分布を利用し、各枠内での各患者の診察終了時刻の分布が既知の方法を用いて計算できるようになり、診察待ち時間の分布関数を導出できた。実際の病院の現場では診察室は混雑しており、診察の空き時間が生じることが稀なことである。従ってこのような仮定をしても、実際には診察待ち時間の分布にはほとんど影響しないと考えられる。

診察待ち時間の調査報告や研究は過去に様々なものがなされている。石井ら [4] は 2009 年に神奈川県に立地する衣笠病院のある診療科において、予約制を導入し、予約し来院する患者、予約せずに来院する患者の医師への割り当て

¹ 南山大学大学院理工学研究科システム数理専攻
Graduate Program of Systems and Mathematical Sciences,
Nanzan University

² 南山大学理工学部システム数理学科
Department of Systems and Mathematical Sciences, Nanzan
University

a) d16ss001@m.nanzan-u.ac.jp

方を工夫することによる、診察待ち時間の短縮化を行っている。

また、待ち行列理論等の数理的な手法を用いた診察待ち時間に関する研究も幾つか存在する。紀永ら [6] は受付、検査、会計等の病院の待ち行列の全体のフローをネットワークモデルで構築し、歩行速度を所与とし、患者が合理的にイベントの間を移動する規則を提案している。森川ら [8] は予約患者と初診患者の待ち時間を共に最小化をするような医師への割り当て規則を幾つか提案し、数値実験により各割り当て規則の評価を行なっている。また、高木ら [9] が筑波大学病院の産婦人科における各病棟毎の入院患者の人数や入院患者の滞在期間を待ち行列理論を用いて分析している。

海外のヘルスケア分野における待ち時間の研究も様々なものがなされている。Dimakou S. ら [2] は手術の待ち時間をイギリスの病院の統計のデータから経験分布関数を導出し、それを用いて解析している。Jaustura P. ら [5] は放射線治療科において、通常の患者と急病の患者を同じ待ち行列に並ばせるか、異なる待ち行列に並ばせるか議論を行っており、 $M/M/1$ のモデルと $M/M/2$ のモデルの待ち時間の結果を利用し、シミュレーションを行っている。また、確率過程を用いる研究も幾つか存在する。例えば、Franx G.J. ら [3] は患者がポアソン到着し、診察時間を一定時間で与えた待ち行列モデル ($M/D/c$) に対して、定常分布の導出を行っている。

日本の診察待ち時間に関する研究 [6], [8] は、シミュレーションにより診察待ち時間を解析しているものとなり、[5] は待ち行列理論の既存の結果を用いて診察待ち時間を解析している。これらの研究に対して、われわれは新しい診察待ち時間の確率モデルを作成し、診察待ち時間の分布関数を導出し、それを用いて診察待ち時間を推定する。また [9] では入院患者の滞在人数やその変動の解析を行っており、われわれは外来患者の診察待ち時間を推定する。

以下に本稿の構成を述べる。2 節で本研究で対象となる病院の予約の仕組みに関して述べる。3 節で予約患者の診察待ち時間の分布関数の導出に関して述べる。4 節で診療予約枠の人数決定問題に関して述べる。5 節で現実の病院における平均診察待ち時間のデータと比較した結果に関して述べる。6 節でまとめと課題に関して述べる。

2. 病院の予約の仕組み

ここで本研究で対象となる病院の予約の仕組みに関して述べる。本研究で対象となる病院は 1 つの予約枠を 30 分や 60 分等の時間区間で設けており、各診療科は予約枠毎に予約可能な人数を決めている。また、事前に予約し来院する患者と予約せずに来院する患者を共に診察する病院を対象とする。各患者の詳細と受け入れる規則を次に示す。

予約し来院する患者 (予約患者) :

事前に予約し来院する患者を指す。2 回目以降に来院する

患者であるため、診療内容が決まっている場合が多く、診察時間が短くなる傾向がある。本研究では予約患者と呼ぶ。

予約せずに来院する患者 (初診患者) :

診療所から紹介状をもらい来院する患者を指す。事前に予約せずに来院し、診療内容が決まっていなかったために、予約患者よりも診察時間が長くなる傾向がある。本研究では初診患者と呼ぶ。

予約患者を受け入れる規則 : 同じ枠に来院した患者の中で優先的に割り当て

初診患者を受け入れる規則 : 各枠の予約患者の診察後に診察。各枠の診察終了時刻までに診察可能である人数を設定

初診患者を受け入れる規則より、初診患者は来院人数が設定した人数より多い場合、来院した予約枠より後の予約枠で診察を受ける。さらに本モデルでは前述したように診察の空き時間が無いことを仮定する (図 1)。

本研究ではこのような予約制を採用している病院の、診察待ち時間の確率モデルを作成し、各患者の診察待ち時間の分布関数を導出する。

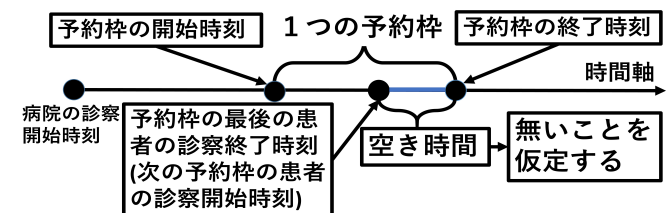


図 1: 本研究で対象となる予約枠。予約枠の最後の患者の診察が終了した直後に次の予約枠の患者の診察を行う。

3. 予約患者の診察待ち時間の分布関数

本節では前節で述べた診療予約制を採用している病院における、診察待ち時間の確率モデルを作成し、予約患者の診察待ち時間の分布関数を導出する。予約可能な予約枠の添え字集合を L ($L = \{1, 2, 3, \dots, l_{\max}\}$)、1 枠の時間を T として定義する (図 2)。時刻 0 を病院の診察開始時刻として定め、予約枠 l (略称 l 枠) ($l \in L$) を時間区間 $[(l-1)T, lT]$ とする。そして全ての予約枠は予約で埋まっていると仮定する。患者種類の添字集合を I とし、 $i = 1$ を予約患者、 $i = 2$ を初診患者とする。また同じ枠に来院した患者の中では予約患者が優先的に診察を受けると仮定する。次に各患者の

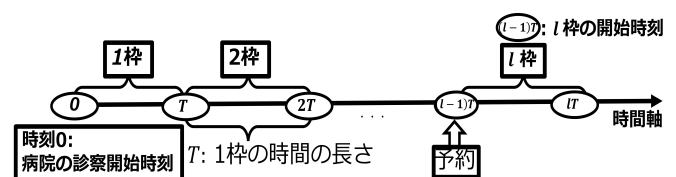


図 2: 予約枠

到着の仕方と診察順序を示す。

予約患者：

予約患者が l 枠に来院する人数を N^l ($l \in L$) とおく。予約患者は、前の予約枠に来院した患者の診察が全て終了する時刻には診察を受けられるように、十分早めに来院していると仮定する。ただし、予約患者の待ち時間はその患者が予約した予約枠の開始時刻から始まると仮定する。これらの仮定のもとで、前の予約枠の全ての患者の診察が終了した後 (1 枠においては時刻 0) に、到着した順に診察を受ける。

初診患者：

松田ら [7] に、外来患者はポアソン到着に従い来院することが示されているため、初診患者は到着率 λ_2 のポアソン到着に従い来院すると仮定する。来院した初診患者は初診患者の待ち行列の最後尾に並び、来院した予約枠の全ての予約患者の診察が終了した後に、到着した順に診察を受ける。また l 枠までに診察可能である累積の初診患者の人数の上限 n_l ($l \in L$) を定め、 l 枠の中で、初診患者の累積の来院人数が n_l 人を超えた場合は、来院した予約枠より後の予約枠でその初診患者の診察を開始すると仮定する。以下の記号を定義する。

定数

t_2 : 初診患者の到着時刻

記号

C_i^{l*} : 予約枠 l に到着する、種類 i の特定の患者
($i \in I, l \in L$)

確率変数

S_1^l : 予約枠 l に到着する N^l 人の予約患者の中で C_1^{l*} より前に並ぶ予約患者の合計サービス時間 ($l \in L$)

$S_{i,k}$: 病院の診察開始時刻から k 番目に到着した種類 i の患者 1 人当たりのサービス時間 ($i \in I, l \in L$)

E_l : 予約枠 l にサービスを受ける全ての初診患者のサービス終了時刻 ($l \in L$) (ただし、 $E_0 := 0$)

E'_l : 予約枠 l にサービスを受ける全ての予約患者のサービス終了時刻 ($l \in L$) (ただし、 $E'_0 := 0$)

$N_2^l(t)$: l 枠の開始時刻から t 時間の間に来院した初診患者の人数 ($l \in L$)

WT_i^l : C_i^{l*} の待ち時間 ($i \in I, l \in L$)

パラメータ

(μ_i, α_i) : $S_{i,k}$ (種類 i の患者 1 人当たりのサービス時間) が従うアーラン分布のパラメータの組み合わせ
(診察率, 次数) ($i \in I$)

λ_2^l : l 枠に来院する初診患者が従うポアソン到着のパラメータ ($l \in L$)

分布関数の表記

$F_{\phi(X_1, X_2, \dots, X_k)}(t)$: $\phi(X_1, X_2, \dots, X_k)$ の分布関数

ここで外来患者の診察時間の長さが従う分布は松田

ら [7] に、アーラン分布であることが示されていることから、患者 1 人当たりのサービス時間を表わす確率変数 $S_{i,k}$ は次数が α_i 、平均値が $1/\mu_i$ ($i \in I$) のアーラン分布に従うと仮定する。すなわち患者一人当たりの診察時間は $F_{S_{i,k}}(t) = 1 - e^{-\alpha_i \mu_i t} \sum_{i=1}^{\alpha_i} (\alpha_i \mu_i t)^{i-1} / (i-1)!$ に従う。また、患者が到着してから診察開始時刻までの時間を診察待ち時間として定義する。

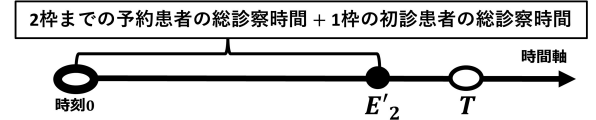


図 3: $E'_2 < T$ である場合

本研究では診察の空き時間が無いことを仮定しているため、 E_l と E'_l を各患者の総サービス時間として表わす。そのために幾つかの矛盾が生じる。例えば、 E'_2 が T より小さい確率が正となることが挙げられる (図 3)。 E'_2 が T より小さい時、2 枠の予約患者は 1 枠に来院し、2 枠開始時刻までに診察が終了している。また、2 枠に来院した初診患者の診察は時刻 E'_2 から始まる。時刻 E'_2 において、2 枠の初診患者は来院していないために、このような場合は本モデルでは扱えない。これは E_l と E'_l を各患者の総サービス時間として表わしたことにより生じた。

これらの場合を取り扱うことが出来なくとも、実際の病院の現場では診察室は混雑しているために、事象 $\{E'_2 < T\}$ の確率は極めて小さいと考えることが出来る。したがって、事象 $\{E'_2 < T\}$ の補集合を考えれば、現実の病院における、診察待ち時間が発生する状況を表わすことが出来ると考えられる。

本稿ではスペースの関係上予約患者の診察待ち時間の結果と分布関数の導出方法の概要と結果のみを示す。 l 枠に来院する予約患者の診察待ち時間 WT_1^l ($l \in L$) は次式で与えられる。

$$WT_1^l = \max\{E_{l-1}, (l-1)T\} - (l-1)T + S_1^l \quad (l \in L) \quad (1)$$

WT_1^l の分布関数は

$$F_{WT_1^l}(t) = F_{\max\{E_{l-1} + S_1^l, (l-1)T + S_1^l\}}(t + (l-1)T) \quad (2)$$

となり、 $\max\{E_{l-1} + S_1^l, (l-1)T + S_1^l\}$ の分布関数は E_{l-1} と S_1^l の同時分布関数を用いてスティルチェス積分すると

$$\begin{aligned} & F_{\max\{E_{l-1} + S_1^l, (l-1)T + S_1^l\}}(t) \\ &= F_{S_1^l}(t - (l-1)T) F_{E_{l-1}}((l-1)T) + F_{E_{l-1}}(t) \\ &\quad - F_{E_{l-1}}((l-1)T) - g_l(t) \end{aligned} \quad (3)$$

となるため、 WT_1^l の分布関数は

$$F_{WT_1^l}(t) = F_{S_1^l}(t)F_{E_{l-1}}((l-1)T) + F_{E_{l-1}}(t + (l-1)T) - F_{E_{l-1}}((l-1)T) - g_l(t + (l-1)T) \quad (4)$$

となる. S_1^l の分布関数は定義に基づき導出する. E_l の分布関数は, 初めに積率母関数を求めて逆ラプラス変換をし, 密度関数を導出し, それを積分して導出する. $g_l(t)$ は S_1^l の分布関数と E_l の密度関数を用いて導出する. S_1^l の分布関数と E_l の密度関数, $g_l(t)$ は次のようになる.

$$F_{S_1^l}(t) = 1 - e^{-\alpha_1 \mu_1 t} \sum_{j=1}^{N^l-1} \sum_{k=1}^{j\alpha_1} \frac{(\alpha_1 \mu_1 t)^{k-1}}{N^l(k-1)!} \quad (5)$$

$$F_{E_l}(t) = \frac{\gamma(\alpha_1 \sum_{l_1=1}^l N^{l_1}, \alpha_1 \mu_1 t) e^{-\sum_{l_1=1}^l \lambda_2^{l_1} T}}{(\alpha_1 \sum_{l_1=1}^l N^{l_1} - 1)!} + \sum_{j=1}^{n_l} F_{\sum_{k=1}^{l_1=1}^{N^{l_1}} S_{1,k} + \sum_{k=1}^j S_{2,k}}(t) \times \frac{(\sum_{l_1=1}^l \lambda_2^{l_1} T)^j}{j!} e^{-\sum_{l_1=1}^l \lambda_2^{l_1} T} + F_{\sum_{k=1}^{l_1=1}^{N^{l_1}} S_{1,k} + \sum_{k=1}^{n_l} S_{2,k}}(t) \times \{1 - \sum_{j=0}^{n_l} e^{-\sum_{l_1=1}^l \lambda_2^{l_1} T} \frac{(\sum_{l_1=1}^l \lambda_2^{l_1} T)^j}{j!}\} \quad (6)$$

$$g_l(t) = \frac{1}{N^l} \sum_{j=1}^{N^l-1} \sum_{k=1}^{j\alpha_1} \frac{1}{(k-1)!} \times \left[\frac{(\alpha_1 \mu_1)^{\alpha_1 \sum_{l_1=1}^{l-1} N^{l_1} + k - 1} e^{-\alpha_1 \mu_1 (t + (l-1)T) - \sum_{l_1=1}^{l-1} \lambda_2^{l_1} T}}{(\alpha_1 \sum_{l_1=1}^{l-1} N^{l_1} - 1)!} \times \sum_{u=0}^{k-1} \binom{k-1}{u} (t + (l-1)T)^{k-1-u} (-1)^u \times \left\{ \frac{(t + (l-1)T)^{u + \alpha_1 \sum_{l_1=1}^l N^{l_1}}}{u + \alpha_1 \sum_{l_1=1}^l N^{l_1}} - \frac{((l-1)T)^{u + \alpha_1 \sum_{l_1=1}^l N^{l_1}}}{u + \alpha_1 \sum_{l_1=1}^l N^{l_1}} \right\} + \sum_{j=1}^{n_{l-1}} S_j(t) e^{-\sum_{l_1=1}^{l-1} \lambda_2^{l_1} T} \frac{(\sum_{l_1=1}^{l-1} \lambda_2^{l_1} T)^j}{j!} + S_{n_{l-1}}(t) \left\{ 1 - \sum_{j=0}^{n_{l-1}} e^{-\sum_{l_1=1}^{l-1} \lambda_2^{l_1} T} \frac{(\sum_{l_1=1}^{l-1} \lambda_2^{l_1} T)^j}{j!} \right\} \right] \quad (7)$$

4. 診療予約枠の人数決定問題

本節では診察待ち時間モデルを用いた診療予約枠の人数決定問題について述べる. 前節で導出した診察待ち時間の分布関数を用いて, あらかじめ初診患者の単位時間当たりの来院人数や各患者の診察時間を病院のデータから推定し, 各枠の予約可能人数と医師の数をパラメータとして診察待ち時間が一定時間以内である確率を計算する. パラメータの値を変えてこれを繰り返すことにより, 診察待ち時間が

一定時間以内である確率が高くなる, 各枠の予約可能人数の組み合わせと医師の数を求めることができる. 本研究では前述したことを診療予約枠の人数決定問題と呼ぶ.

診察待ち時間調査の研究 [4] の著者から提供を受けた基礎データを用いて診療予約枠の人数決定問題を解く. すなわち, 実際の病院の診察室の状況において, 各患者の診察待ち時間が一定時間以内である確率が高くなるような, 各枠の予約可能人数の組み合わせを求める. 各患者の診察待ち時間を計算する際に必要なパラメータは [4] の基礎データにおける, 1 つの診療科のものから以下のように設定する.

設定するパラメータ

- (1) 各枠の予約可能人数: 1 枠から 5 枠: 3 人, 6 枠: 1 人
- (2) 1 枠の時間: 30 分
- (3) 各枠の終了時刻までに診察可能である初診患者の人数: 1 枠: 1 人, 2 枠: 2 人, ..., 5 枠: 5 人

データから推定するパラメータ

- (4) 各枠の初診患者到着率: 1 枠: 2 (人/60 分), 2 枠: 4 (人/60 分), 3 枠: 4 (人/60 分), 4 枠: 2 (人/60 分), 5 枠以降: 0 (人/60 分)
- (5) 各患者の平均診察時間: 予約患者: 10.81 分, 初診患者: 11.57 分

ここで 1 枠から 5 枠までの各枠の予約可能人数が 3 人の場合を基準として, 5 枠までの累積の予約可能人数 15 人の組み合わせを, 表 1 のように 4 通り考察する. これらを組み合わせ I, II, III, IV とした. 各組み合わせに対して, 各患者の診察待ち時間の分布関数を計算し, より診察待ち時間が短くなる組み合わせを求める.

表 1: 1 枠から 5 枠までの各枠の予約可能人数の組み合わせ

	組み合わせ I	組み合わせ II	組み合わせ III	組み合わせ IV
1	5	4	2	1
2	5	4	2	1
3	3	3	3	3
4	1	2	4	5
5	1	2	4	5

表 2: 各枠の予約可能人数が同じである場合の予約患者の診察待ち時間が 40 分以内, 初診患者の診察待ち時間が 120 分以内である確率

	予約可能人数	予約患者	初診患者
1	3	1.00	1.00
2	3	0.83	0.97
3	3	0.63	0.75
4	3	0.44	0.52
5	3	0.27	0.53

表 3: 各枠の予約可能人数が異なる場合の予約患者の診察待ち時間が 40 分以内, 初診患者の診察待ち時間が 120 分以内である確率

	組み合わせⅠ	予約患者	初診患者	組み合わせⅡ	予約患者	初診患者	
枠番号	1	5	0.78	1.00	4	0.90	1.00
	2	5	0.37	0.85	4	0.60	0.94
	3	3	0.07	0.54	3	0.30	0.68
	4	1	0.04	0.45	2	0.18	0.49
	5	1	0.11	0.53	2	0.18	0.53
	組み合わせⅢ	予約患者	初診患者	組み合わせⅣ	予約患者	初診患者	
枠番号	1	2	1.00	1.00	1	1.00	1.00
	2	2	0.94	0.98	1	1.00	0.99
	3	3	0.84	0.78	3	0.91	0.80
	4	4	0.65	0.53	5	0.63	0.54
	5	4	0.48	0.53	5	0.46	0.53

表 2, 表 3 にその結果を示す. 表 2, 表 3 は各枠の予約患者の診察待ち時間が 40 分以内, 初診患者の診察待ち時間が 120 分以内である確率を示している. これを見ると, 1 枠と 2 枠に予約可能人数を多く設定した場合は, 各枠における予約可能人数が同じである場合より, それぞれの確率が低くなる. これは 3 枠の全ての患者の診察終了時刻が 3 枠の終了時刻より遅くなる確率が高いためであると考えられる. すなわち, 3 枠の全ての患者の診察終了時刻の遅れが 3 枠より後の枠に来院した患者の診察開始時刻に影響し, 各患者の診察開始時刻が遅れる確率が高くなると考えられる. そのために, 5 枠の予約患者の診察待ち時間が 40 分以内である確率と初診患者の診察待ち時間が 120 分以内である確率が低くなる.

4 枠と 5 枠に予約可能人数を多く設定した場合は, 各枠における予約可能人数が同じである場合より, 予約患者の診察待ち時間が 40 分以内である確率と初診患者の診察待ち時間が 120 分以内である確率が高くなる. これは 3 枠に来院した全ての患者の診察の終了時刻が, 3 枠の終了時刻より早くなることで, 予約患者の診察待ち時間は同じ枠に到着した前に並ぶ予約患者の総診察時間となり, 初診患者の診察待ち時間は, 来院した時点の前に並ぶ予約患者と初診患者の総診察時間になるためであると考えられる.

また組み合わせ IV のように, 各枠の予約可能人数を設定すると, 4 枠と 5 枠の予約患者の診察待ち時間が 40 分以内である確率を除いて, 予約患者の診察待ち時間が 40 分以内である確率と初診患者の診察待ち時間が 120 分以内である確率が最も高くなっている. ただし, 組み合わせ IV は 1 枠と 2 枠にそれぞれ 1 人, 4 枠, 5 枠にそれぞれ 5 人設定するために, 各枠の予約可能人数の差が大きくなる. そこで, 組み合わせ III により各枠の予約可能人数を設定すると, 各枠の予約可能人数の差が少なく, 各枠の各患者の診察待ち時間が一定時間以内である確率を比較的大きくすることが出来る.

さらに表 3 の組み合わせ I, II における結果と組み合わせ III, IV における結果を比較することにより, 早い時間帯の予約枠の予約可能人数を遅い時間帯の予約枠の予約可能人数より少なくすることで, 各患者の診察待ち時間を短く出来ることが分かる.

5. 現実の病院における平均診察待ち時間のデータとの比較

本節では現実の病院における平均診察待ち時間とモデルにより算出された分布関数から求めた平均診察待ち時間を比較して, モデルによる平均診察待ち時間がどの程度現実の病院における平均診察待ち時間を近似しているかを調べる. 現実の病院におけるデータは診察待ち時間調査の研究 [4] の基礎データを基に設定し, 6 つの診療科に関して比較を行った. 本稿には 2 つの診療科 (医師 a, 医師 b) に対しての結果を載せる. 各患者の診察待ち時間を計算する際に必要なパラメータは [4] の基礎データを基に以下のように設定した.

設定するパラメータ

- (1) l 枠の予約可能人数 N^l ($l \in L$) (人):
医師 a 1 枠から 5 枠: 3 人, 6 枠: 1 人
医師 b 1 枠: 2 人, 2 枠: 4 人, 3 枠: 3 人, 4 枠: 2 人, 5 枠: 1 人, 6 枠: 0 人
- (2) 1 枠の時間 T (分): 医師 a, b 30 分
- (3) l 枠の終了時刻までに診察可能である初診患者の人数 n_l ($l \in L$) (人):
医師 a, b 1 枠: 1 人, 2 枠: 2 人, ..., 5 枠: 5 人

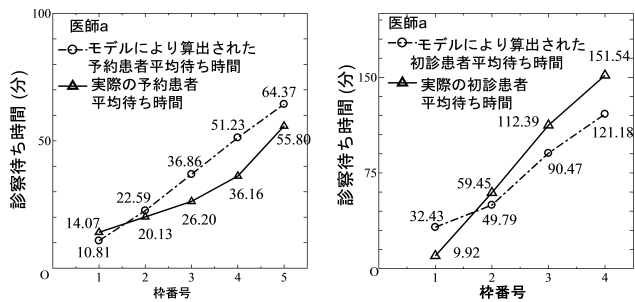
データから推定するパラメータ

- (4) l 枠の初診患者到着率 λ_2^l ($l \in L$) (人/60 分):
医師 a 1 枠: 2 (人/60 分), 2 枠: 4 (人/60 分), 3 枠: 4 (人/60 分), 4 枠: 2 (人/60 分), 5 枠以降: 0 (人/60 分)
医師 b 1 枠: 2 (人/60 分), 2 枠: 2 (人/60 分), 3 枠: 0 (人/60 分), 4 枠: 4 (人/60 分), 5 枠以降: 0 (人/60 分)
- (5) 各患者の平均診察時間 $1/\mu_i$ ($i \in I$) (分):
医師 a 予約患者: 10.81 分, 初診患者: 11.57 分
医師 b 予約患者: 15.74 分, 初診患者: 16.84 分

また, l 枠に来院する初診患者の到着時刻 t_2 (分) は時刻 $(l-1)T$ としておき, 各患者の診察時間の長さが従うアーラン分布の次数 α_i ($i \in I$) は $\alpha_1 = 3, \alpha_2 = 2$ と設定した.

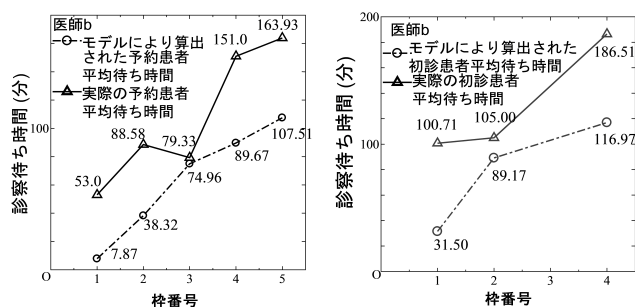
平均診察待ち時間の比較結果の考察

図 4 にある平均診察待ち時間の比較結果を見ると, モデルによる平均診察待ち時間は現実の病院における平均診察待ち時間の傾向をとらえられている. ただし, モデルによる予約患者の平均診察待ち時間が若干長めに算出されている. また初診患者の平均診察待ち時間は現実の病院にお



(a) 予約患者平均診察待ち時間 (b) 初診患者平均診察待ち時間の比較

図 4: モデルによる各患者の平均診察待ち時間と現実の病院における各患者の平均診察待ち時間の比較 (推定の精度が良い場合)



(a) 予約患者平均診察待ち時間 (b) 初診患者平均診察待ち時間の比較

図 5: モデルによる各患者の平均診察待ち時間と現実の病院における各患者の平均診察待ち時間の比較 (推定の精度が悪い場合)

る平均診察待ち時間より短めに算出されている。医師 a においては患者の診察順序の入れ替えが少なく、診察時間の散らばりは小さい。また、1 人目の患者の診察の開始時刻が早かったため、図 4 のような結果となったと考えられる。

図 5 にある平均診察待ち時間の比較結果を見ると、モデルによる平均診察待ち時間と現実の病院における平均診察待ち時間は乖離が大きい。理由としては、基礎データにおける 1 人目の患者の診察開始時刻が検査や問診等により極端に遅くなっているためであると考えられる。それに伴い、2 人目以降の患者の診察開始時刻も遅くなり、現実の病院における各患者の平均診察待ち時間がより長く算出されている。本モデルは診察待ち時間のみに焦点を当てたモデルであり、これらを考慮出来ていない。また、医師の裁量により、診察の順序が入れ替えが多く起こっていたことや、患者の診察時間の長さのばらつきが大きくなっていたことも原因として考えられる。

6. まとめと課題

本論文では診療予約制を採用している日本の病院における、診察待ち時間の確率モデルを作成した。このモデルで

は予約患者と初診患者の 2 種類の患者が存在し、時間区間を予約枠として設けるものである。また、各患者を受け入れる規則はそれぞれ次のようになる。予約患者は同じ枠の中で優先権を持ち、初診患者は予約患者の診察後に診察が始まり、各枠の診察終了時刻までに診察可能である人数を設定するものである。

このモデルにおける診察待ち時間の分布関数を導出し、診療予約枠の人数決定問題への応用例を示した。診療予約枠の人数決定問題を解くことで、遅い時間帯の予約枠に予約可能人数を多く設定することにより、各枠の患者の診察待ち時間を短く出来ることが分かった。

モデルの検証として、モデルにより算出された分布関数から求めた平均診察待ち時間と現実の病院における平均診察待ち時間を比較し、モデルにより算出された平均診察待ち時間がどの程度の精度があるか検証を行った。

今後の課題としては検査時間を考慮したモデルを考えること、導出した診察待ち時間の分布関数を用いて、診察待ち時間が一定時間以内である確率を自動計算出来るツールを作成することが考えられる。

参考文献

- [1] 「平成 26 年受療行動調査の概況、厚生労働省ホームページ」<http://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jyuryo/14/>, (2014)
- [2] Dimakou S., Dimakou O. and Basso H. S. : “Waiting time distribution in public health care: empirics and theory”, *Health Economics Review*, DOI 10. 1186/s13561-015-0061-7, (2015)
- [3] Franx G. J. : “A Simple Solution for the M/D/c Waiting Time Distribution”, *Operations Research Letters*, Vol. 29, No.5, pp. 221-229, (2001)
- [4] 石井富美, 岩崎正信, 古屋修身 : “医療情報システムを利用した外来診療待ち時間調査がもたらした患者満足度向上への取り組み”, 医療情報学連合大会論文集 (医療情報連合大会論文集), pp. 678-681, (2009)
- [5] Joustra P., van der Sluis E., van Dijk N. M. : “To pool or not to pool in hospitals: a theoretical and practical comparison for a radiotherapy outpatient department”, *Annals of Operations Research*, Vol. 178, No. 1, pp. 78-89, (2010)
- [6] 紀永儒, 柳川佳也, 宮崎茂次 : “待ち行列理論を用いた病院の外来患者待ち時間短縮の一提案”, 日本経営工学会論文誌, Vol. 60, No.6, pp. 297-305, (2010)
- [7] 松田 光生, 本田 勝紀, 内田 勝也, 榎田 良精 : “東大病院における外来患者の待時間の問題について”, 医用電子と生体工学, Vol. 5, No. 2, pp. 139-142, (1967)
- [8] 森川克巳, 高橋勝彦, 広谷大助 : “外来患者の平均待ち時間を考慮した診察順序決定”. 日本経営工学会論文誌, Vol. 64, No. 2, pp. 119-127, (2012)
- [9] Takagi H., Kanai Y., Misue K.: “Queueing network model for obstetric patient flow in a hospital,” in *Health Care Management Science*, pp 433-451, (2017)
- [10] 徳永誠, 渡邊進, 中根惟武 : “待ち時間と満足度を組み合わせた外来患者調査”, 日本医療マネジメント学会雑誌, Vol. 7, No.2, pp. 324-328, (2006)