位数4の有理点を用いたCurve25519に対する サイドチャネル攻撃に関する考察

谷田 翔吾^{1,a)} 上竹 嘉紀¹ 小椋 央都¹ 日下 卓也¹ 籠谷 裕人¹ 野上 保之^{1,b)}

概要: IoT 時代の到来に伴い,インターネットに接続する端末数が爆発的に増加することが予想されている.IoT 機器のような限られた計算資源下においても,暗号技術を用いた高信頼な情報通信を実現することが要求される.楕円曲線暗号は安全かつ効率的な公開鍵暗号であり,Curve25519は利便性の高い楕円曲線として注目を集める.一方で,サイドチャネル攻撃への耐性評価も重要となる.本稿では,FPGA に実装した Curve25519 に対し,位数4の有理点を利用した単純電力解析による攻撃を行った.その結果,位数4の有理点を選択暗号文として用いることで,秘密鍵の特定が可能であることがわかった.

A Consideration of Side-Channel Attacks on Curve25519 using Order 4 Rational Points

Tanida Shogo $^{1,a)}$ Uetake Yoshinori 1 Ogura Hiroto 1 Kusaka Takuya 1 Kagotani Hiroto 1 Nogami Yasuyuki $^{1,b)}$

Abstract: With the matter of secure communication between devices, and especially for IoT devices, more and more applications need trustful protocols to communicate using public key cryptography. Elliptic curve cryptography is nowadays a secure and efficient public key cryptography. One of the most recent and secure curves is Curve25519 and one of its failures is an attack on low-order elements during a Diffie-Hellman key exchange. This document shows that an attack using order 4 rational points is possible on an FPGA with simple power analysis, points out every IoT device using Curve255119 as a cryptographic method has a potential target to side-channel attacks.

1. はじめに

IoT 時代と呼ばれ久しく,様々な「もの」がインターネットに接続され,巨大な情報網の一部を構成している.我々がそうしたサービスや製品の利便性を享受する反面,インターネットを介した通信は常に攻撃の危険に曝されている.そうした中で,通信内容の保護や認証などの機能に暗号技術が用いられており,暗号技術の重要性は益々高まりをみせている.

楕円曲線暗号は 1985 年に Neal Koblitz [1] と Victor S. Miller [2] によって提案された公開鍵暗号である.楕円曲

¹ 岡山大学自然科学研究科 Graduate School of Natural Science and Technology, Okayama University, Japan

 $^{\rm b)}$ yasuyuki.nogami@okayama-u.ac.jp

線暗号は RSA 暗号 [3] に比べ,短い鍵長で同程度のセキュ リティ強度を確保することができ,その計算効率の観点か らも注目を集めている.2006 年に Daniel J. Bernstein に よって提案された Curve25519 [4] は,鍵共有プロトコルと して TLS [5] によって推奨されている.この楕円曲線はそ の数学的構造の特徴から,安全かつ効率的な実装が可能で あり [6],計算資源の限られた IoT 機器への実装にも向い ている.その一方で,暗号処理中に発生する副次的な情報 を利用するサイドチャネル攻撃 [7] への耐性評価が重要と なる.

本研究では,組込み機器として広く使用される FPGA に Curve25519 を実装し,サイドチャネル攻撃に対する脆弱 性を調査する.攻撃には選択暗号文になりうる位数4の有 理点が用いられることを想定し,単純電力解析による秘密 鍵の解析を行う.また,機械学習による消費電力波形の解

a) shogo.tanida@s.okayama-u.ac.jp

析を行い,その脅威を報告する.

本稿では,まず楕円曲線暗号の数学的基礎事項とサイド チャネル攻撃について紹介する.そして評価実験の結果と そこから導かれる考察について述べる.

2. 数学的準備

本章では,楕円曲線暗号を構成する楕円曲線を主に,攻 撃実験に必要となる基礎事項について述べる.

2.1 楕円曲線

素体 \mathbb{F}_p 上の楕円曲線 E は以下のように定義される.

 $E: y^2 = x^3 + ax + b, \quad a, b \in \mathbb{F}_p$

無限遠点と呼ばれる単位元の役割をする点を \mathcal{O} とし, $E(\mathbb{F}_p)$ を次のように定義する.

$$E(\mathbb{F}_p) \triangleq \{(x, y) | y^2 = x^3 + ax + b, x, y, a, b \in \mathbb{F}_p\} \cup \{\mathcal{O}\}$$

このとき $E(\mathbb{F}_p)$ は有理点集合と呼ばれる.さらに有理点 $\mathbf{P} \in E(\mathbb{F}_p)$ に対し, $[s]\mathbf{P}$ を次のように定義する.

$$[s]\mathbf{P} \triangleq \underbrace{\mathbf{P} + \mathbf{P} + \mathbf{P} \cdots + \mathbf{P} + \mathbf{P}}_{s \ @ \mathcal{O} \ \mathbf{P} \ \mathcal{O}$$
楕円加算

[s]P を求める計算を楕円スカラー倍算と呼び,[r]P = Oを満たす最小の正整数rを点 P の位数と呼ぶ.

2.2 Montgomery 曲線

 $B(A^2-4) \neq 0 \pmod{p}$ を満たす $A, B \in \mathbb{F}_p$ を用いて,以下の式を満たすものを Montgomery 曲線と呼ぶ.

 $M_{A,B}: By^2 = x^3 + Ax^2 + x$

また, Montgomery 曲線の有理点の総数は必ず4の倍数と なることが知られている[8].

2.2.1 Montgomery 曲線の特殊な加算公式

曲線上の任意の有理点 $\mathbf{P} = (x, y)$ について,射影座標系 (x, y) = (X/Z : Y/Z)を用いた場合の加算公式について考え る. $\mathbf{P} = (X_m : Z_n), \mathbf{Q} = (X_n : Z_n), \mathbf{R} = (X_{m+n} : Z_{m+n})$ に対して,楕円加算(Elliptic Curve Addition: ECA) $\mathbf{R} = \mathbf{P} + \mathbf{Q}$ が次のように定義される [9].

$$X_{m+n} = Z_{m-n} [(X_m - Z_m)(X_n + Z_n) + (X_m + Z_m)(X_n - Z_n)]^2 (1)$$

$$Z_{m+n} = X_{m-n} [(X_m - Z_m)(X_n + Z_n) - (X_m + Z_m)(X_n - Z_n)]^2$$

特にm = nの場合は楕円二倍算(Elliptic Curve Doubling: ECD)と呼ばれ,次の式が得られる.

$$X_{2n} = (X_n + Z_n)^2 (X_n - Z_n)^2$$

$$T = (X_n + Z_n)^2 - (X_n - Z_n)^2$$

$$Z_{2n} = T[(X_n - Z_n)^2 + \frac{A+2}{4} \cdot T]$$
(2)

Montgomery 曲線のスカラー倍算は,後述する Montgomery Ladder を用いる場合には Y 座標を必要としない ため,他の曲線のスカラー倍算と比べて計算効率が良いと される.

2.3 Montgomery Ladder

Montgomery Ladder [6] は, 効率的にスカラー倍算の結 果を求めるアルゴリズムである. Montgomery Ladder は 常に ECA と ECD を繰り返すアルゴリズムであり,後述 するサイドチャネル攻撃への対策として有効であるとされ ている [10].以下にアルゴリズムの詳細を示す.なお,ア ルゴリズム中の T_1, T_2 は中間変数を表し,全演算終了後 の戻り値 T_1 が最終出力となる.

Algorithm 1 Montgomery Ladder
Input: $\mathbf{P}, s = \{s_{n-1}, s_{n-2},, s_1, s_0\}$
Output: $T_1(=[s]P)$
1: $\mathbf{T_1} \leftarrow \mathcal{O}$
2: $\mathbf{T}_{2} \leftarrow \mathbf{P}$
3: for $i = n - 1$ to 0 do
4: if $s_i = 1$ then
5: $\mathbf{T_1} \leftarrow \mathrm{ECA}(\mathbf{T_1}, \mathbf{T_2})$
6: $\mathbf{T_2} \leftarrow \mathrm{ECD}(\mathbf{T_2})$
7: else
8: $\mathbf{T_2} \leftarrow \mathrm{ECA}(\mathbf{T_1}, \mathbf{T_2})$
9: $\mathbf{T_1} \leftarrow \mathrm{ECD}(\mathbf{T_1})$
10: end if
11: end for
12: return T_1

本稿は, サイドチャネル攻撃への耐性を選択暗号文攻撃 を用いて改めて見直すものである.

2.4 Curve25519

Curve25519 は Daniel J. Bernstein によって提案された Montgomery 曲線である [4]. この曲線は素数 $q = 2^{255} - 19$ で構成される素体 \mathbb{F}_q 上に定義され,その効率性と安全性 の観点から多くの注目を集めている.

$$E_{25519}: y^2 = x^3 + 486662x^2 + x$$

Curve25519 は特徴的な位数の有理点を有しており、アフィン座標系で示された $(1, \pm \sqrt{486664})$ は位数 4 の有理点であることが知られている [8].

2.5 サイドチャネル攻撃

解読法として,従来の数学的解法の他に,暗号ハード ウェアの物理的な挙動を解析することで解読する方法があ る.このような攻撃はサイドチャネル攻撃[7]と呼ばれる. 一般に暗号ハードウェアとして半導体集積回路であるディ ジタル IC が利用される.ディジタル IC で広く使用される CMOS ゲートは, p-MOS と n-MOS の 2 種類のトランジ スタの on/off を切り替えることでディジタル値の 0 と1 を 制御する.暗号処理に伴い CMOS ゲートの状態が遷移す ると, MOS トランジスタのスイッチングに伴う電流が発 生し,電源電圧の変動や電磁放射を引き起こす.暗号回路 では状態遷移するゲート数は平文や暗号文,秘密鍵などに 依存する.つまり,暗号処理時に副次的に発生する物理現 象を観測することで,秘密鍵を解析できる可能性がある. サイドチャネル攻撃は電力解析攻撃と電磁波解析攻撃に大 別される.電力解析攻撃では,IC から漏洩するサイドチャ ネル信号として IC の電源系回路内での電圧変動を観測す る.一方,電磁波解析攻撃では IC 近傍に放射される電磁 界を観測する.

3. 実装

本章では,実際に安全性評価を行う際に用いた評価対象 の実装方法について示す.

3.1 実装対象の性能

Curve25519 を用いた楕円曲線暗号を実装した FPGA で ある Altera 社製 Cyclone V Soc SX シリーズの詳細を表 1 に示す.

表 1	FPGA の仕様
Manufacturer	Intel Corporation
Device name	5CSXFC6C6U23C6N
Family	Cyclone V
Logic elements	110K logic elements
Transceiver	6(3.125 Gbps)
Package	UBGA(672 pins)
Temperature	Commercial(085)
Speed Grade	6(fastest)

3.2 特殊な加算公式の実装

Curve25519 の特殊な加算公式では,256 × 256 bit の 乗算回路や素数 $2^{255} - 19$ での剰余演算回路が必要とな る.本実装では乗算回路は Karatsuba 法を用いることで, 256×256 bit の乗算を 64×64 bit の乗算に分割する.また, Karatsuba 法を適用するにあたり乗算処理を 5 clocks のパ イプライン実装することで,効率的な計算を実現している. 剰余演算回路では,素数 $2^{255} - 19$ が $2^{255} - 2^4 - 2^1 - 2^0$ で 表現できることを用いることで,ビット連結と加算処理の みで剰余演算を実現している.実装に用いた乗算回路,剰 余演算回路,加減算回路は回路面積を極力小さくするため に各一つずつモジュールとして実装し,パイプライン処理 のステージ数に合わせて演算スケジュールを調整すること で効率的な動作を実現している.

256×256 bit	Used	Available	Utilization
Logic utilization (in ALMs)	13,328	41,910	32 %
Total registers	12,889	83,820	15 %
Total RAM Blocks	12	553	2 %
Total DSP Blocks	100	112	89 %
Clcok Speed		$20 \mathrm{~MHz}$	
Calculation time	410.3 μs		
Karatsuba	Used	Available	Utilization
Karatsuba Logic utilization (in ALMs)	Used 10,431	Available 41,910	Utilization 25 %
Karatsuba Logic utilization (in ALMs) Total registers	Used 10,431 17,074	Available 41,910 83,820	Utilization 25 % 20 %
KaratsubaLogic utilization (in ALMs)Total registersTotal RAM Blocks	Used 10,431 17,074 12	Available 41,910 83,820 553	Utilization 25 % 20 % 2 %
KaratsubaLogic utilization (in ALMs)Total registersTotal RAM BlocksTotal DSP Blocks	Used 10,431 17,074 12 90	Available 41,910 83,820 553 112	Utilization 25 % 20 % 2 % 80 %
Karatsuba Logic utilization (in ALMs) Total registers Total RAM Blocks Total DSP Blocks Clcok Speed	Used 10,431 17,074 12 90	Available 41,910 83,820 553 112 60 MHz	Utilization 25 % 20 % 2 % 80 %

実際に乗算回路を 256×256 bit で実装したものと Karatsuba 法を用いたものとの回路規模と処理性能を比較 した結果を表 2 に示す. 256×256 bit の乗算回路は 1 clock で乗算結果を出力するため, Clock Speed が Karatsuba 法 と比較した際に小さくなっている.また,パイプライン処 理で動作する各種演算回路を効率的に利用し,高速なスカ ラー倍算を実現するために, ECA や ECD の式(1),(2) を展開した形で計算する.実際に展開した式を式(3),(4) に示す.ただし式中における X_m, Z_m, X_n, Z_n は以下の式 の a, b, c, d に対応する.

• ECA

$$X_{m+n} = 4Z_{m-n}(a^2c^2 - 2abcd + b^2d^2)$$

$$Z_{m+n} = 4X_{m-n}(a^2d^2 - 2abcd + b^2c^2)$$
(3)

• ECD

$$X_{2m} = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$$

$$Z_{2m} = 4(a^3b + ha^2b^2 + ab^3) \quad (h = 486662)$$
(4)

以上のような積和形式に変更することにより, ECA や ECD を計算する際の乗算回路や剰余演算回路の並列性を 向上させることができ,結果的に高速な演算が実現できる.

3.3 Montgomery Ladder の実装

Alg. 1 で示されているように, Montgomery Ladder は スカラー値sの2進数表現 s_i の値によらず, ECA と ECD を実行することにより秘密情報を抜き出す行為の対策に繋 がっている.しかし, s_i の値によって ECD を計算する有 理点は T_1, T_2 のいずれか一方に定まり,その時の計算量 の違いから秘密鍵の情報が解析されることが懸念される. そこで本実装の Montgomery Ladder では, s_i の値に関わ らず T_1, T_2 のどちらの有理点に関しても ECD を計算す ることで, s_i の違いによる計算量の違いをなくす工夫を施 している.

4. 攻撃手法

本章では,位数4の有理点を用いたサイドチャネル攻撃 の流れを示した後,機械学習を用いた攻撃とテンプレート マッチングを適用した攻撃の2種類の攻撃手法について説 明する.

4.1 サイドチャネル攻撃: 位数4の有理点

攻撃者が意図的に楕円スカラー倍算の初期点を位数4の 有理点に置き換えて入力した場合(選択暗号文攻撃)を考 える.2.4節で示されているように,今回の実装対象である Curve25519は位数4の有理点を有していることが分かっ ている.そこで,まず位数4となる有理点Pを射影座標系 を用いて表現した Pを定義する.

$$\overline{\mathbf{P}} = (X = \beta : Z = \beta) \ \beta \neq 0$$

また, **P**の ECD を計算した結果は, 位数 2 の有理点である <u>2</u>**P** となる.

$$\overline{\mathbf{2P}} = (X = 0 : Z \neq 0)$$

さらに, $\overline{3P}$ に関しては \overline{P} の Y 軸反転したものになっている.しかし, Montgomery Ladder を併用した加算公式に 射影座標系の Y 座標の情報を含んでいないことから, \overline{P} と 同様の有理点として扱うことができる.

$$\overline{\mathbf{3P}} = (X = \beta : Z = \beta) = \overline{\mathbf{P}}$$

最後に,単位元の役割をする無限遠点 *○*を以下のように定 義する.

$$\mathcal{O} = (X \neq 0 : Z = 0)$$

これらの有理点集合の加法演算については以下の関係が成 り立つ.

$$\begin{split} \mathcal{O} + \overline{\mathbf{P}} &= \overline{\mathbf{P}}, \mathcal{O} + \overline{\mathbf{2P}} = \overline{\mathbf{2P}} \\ \overline{\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{P}} &= \overline{\mathbf{2P}}, \overline{\mathbf{P}} + \overline{\mathbf{2P}} = \overline{\mathbf{P}}, \overline{\mathbf{2P}} + \overline{\mathbf{2P}} = \mathcal{O} \end{split}$$

以上の関係性より,位数4の有理点もしくはその有理点 のスカラー倍算で得られる有理点同士の加算演算の結果 はすべて $\overline{P}, \overline{2P}, \mathcal{O}$ のいずれかになる.位数4の有理点 \overline{P} を Montgomery Ladder の初期点 P とした際に得られる T_1, T_2 の状態遷移を図1に示す.Alg.1における T_1, T_2 は,図1における状態 $[T_1, T_2]$ に対応しており,矢印と それに付随した数字は遷移の方向と s_i の値を示している. 位数4の有理点を用いたサイドチャネル攻撃では,以上の 状態遷移図の遷移時に生じる物理情報を解析することで鍵 情報を解析することを目的とする.本実装の場合は s_i に よる計算量の違いをなくすような Montgomery Ladder を 採用しているため,各状態 $[T_1, T_2]$ の遷移に焦点を当て る.図1中の状態 $[\mathcal{O}, \overline{P}], [\overline{P}, \overline{2P}], [\overline{2P}, \overline{P}], [\overline{P}, \mathcal{O}]$ をそれぞ



図 1 位数 4 の有理点の Montgomery Ladder 内での状態遷移図

れ State1 ~ State4 として,物理情報からこの状態遷移の変 化を Montgomery Ladder の初期状態 $[\mathcal{O}, \overline{\mathbf{P}}]$ から追ってい くことができれば,すべての s_i を状態遷移図から推定する ことが可能である.単純電力解析では,0を乗ずる乗算を 実行した場合の電力消費量がそれ以外の乗算を実行した場 合と比較して小さくなることを用いて解析する.そこで, State1 ~ State4 の ECA と ECD の計算式中における,0を 乗ずる乗算の部分を示す.また,以下の式におけるa,b,c,dは式(3),(4)の各値と対応している.

• State1

ECA や有理点 *O* の ECD に必要な *b* を含む項を計算 する際に, 0 を乗ずる乗算を行う.

- State2
 ECA や有理点 2Pの ECD に必要な c を含む項を計算 する際に、0 を乗ずる乗算を行う.
- State3
 ECA や有理点 2Pの ECD に必要な a を含む項を計算 する際に,0を乗ずる乗算を行う.
- State4
 ECA や有理点 の の ECD に必要な d を含む項を計算 する際に,0を乗ずる乗算を行う.

以上のように, $[T_1, T_2]$ のどちらかに $\mathcal{O}, \overline{2P}$ を含んでいた際には, 0を乗ずる乗算を行う必要があり, それらを乗算回路で計算するタイミングに違いがあることから電力消費量が異なると考えて攻撃を行った.

4.2 機械学習を用いた攻撃

近年,サイドチャネル攻撃に対して機械学習を適用した 報告が数多くされている[11].その中で機械学習の教師あ リ学習における分類問題を適用させることで,秘密鍵な どの秘密情報を特定する方法が研究されている.今回は 様々な学習方法の中から畳み込みニューラルネットワーク (CNN)とサポートベクターマシン(SVM)を用いて解析 を行った.それぞれの教師あり学習の際に用いる教師デー タを作成するために,既知の鍵を用いて位数4の有理点 P を初期点とした際に得られるスカラー倍算の電圧波形の データを40回測定し取得した.そして,それぞれの実デー タをスカラー倍算のループ回数で分割し,0を乗ずる乗算 を行っている箇所を抜き出し教師データとした.教師デー タにはState1~State4のラベル付けを行い,学習させる.

4.3 テンプレートマッチングを適用した攻撃

分類問題を扱うための単純な方法の一つとしてテンプ レートマッチング手法がある.今回の解析では,テンプ レートデータと分類対象となるデータとの相互相関(Cross Correlation)を計算して最も高い値をとったものを分類結 果とする.テンプレートデータは,機械学習で用いた教師 データと同じものを用いて作成した.

5. 評価実験

本章では,評価方法と評価に用いたパラメータを示した 後,評価対象にそれぞれの攻撃を適用した際の実験結果を 示す.

5.1 評価方法とパラメータ

評価対象である FPGA の電源電圧をオシロスコープを用 いて測定し,教師データを取得した後,それぞれの解析を 行う.評価の際には教師データとは異なる鍵を用いて,ス カラー倍算したときの電圧波形のデータを各 State に分類 できるか,また,その分類結果から推測できる鍵の各ビッ ト毎の正答率を評価する.つまり,鍵長に対してどれくら いの割合で State の分類や鍵の推定が一致しているかが分 かる.教師用と評価用に用いた鍵と攻撃に用いた位数4の 有理点 $\overline{\mathbf{P}}$ は付録に示す.

5.2 実験結果

まず最初にテンプレートマッチングを適用した攻撃に 用いた State1 ~ State4 のテンプレートデータを図 2 に示 す.図2のx軸は時間 [μ s], y軸は電圧 [V] を示してい る.それぞれのテンプレートデータの特徴の一部として, 0.35 ~ 0.40 μ s 付近では, State2 と State4 の電圧が高くなっ ている.また, 0.25 ~ 0.30 μ s 付近では, State3 の電圧が高 くなっている.これらの時間では, 0 を乗ずる乗算を行っ ていることが実装した際の乗算器の演算スケジュールと照 らし合わせることで確認できた.図2の各 State のテンプ レートデータを用いて,まず評価用の鍵でスカラー倍算を 行った際の電圧波形の各ビット毎との相互相関を計算して 波形データの分類を行う.そして,図1を用いて各ビット 毎に鍵を推定する.その結果を表3に示す.



図 2 テンプレートデータの電圧波形

表 3	テンプレートマッチ	ングの結果
鍵	状態分類の正答率	鍵の正答率
key1	240/256	247/256
key2	214/256	227/256
key3	234/256	241/256
key4	200/256	222/256

また,機械学習を用いた攻撃では CNN は Keras, SVM は scikit-learn を用いた.SVM は scikit-learn の SVC の rbf カーネルを用いて解析を行った.また, rbf のパラメータ は同ライブラリ内のグリッドサーチを用いてパラメータの チューニングを行い, CNN では畳み込み層の後に全結合 層をつなげた単純なネットワークで構築した.テンプレー トデータを適用した攻撃と同様に正答率を表4に示す.

表 4 機械学習の結果

	状態分類の正答率		鍵のī	E答率
鍵	CNN	SVM	CNN	SVM
key1	248/256	254/256	249/256	255/256
key2	253/256	252/256	254/256	253/256
key3	256/256	250/256	256/256	251/256
key4	246/256	244/256	250/256	248/256

6. 考察

それぞれの攻撃手法の評価結果より,位数4の有理点を 用いた攻撃では電圧波形情報からスカラー倍算時の特異 な状態遷移を高確率で追うことができ,その遷移パターン から鍵を推定できることを確認した.また,テンプレート マッチングを適用したものと比較して,機械学習を用い た2つの手法はどちらも正答率が高いことからも,サイド チャネル攻撃に機械学習を適用することの有用性と機械学 習を踏まえた上での安全性評価を行うことが必要になると 考えられる.また,今回の攻撃では位数4という特異な有 理点を対象となる暗号モジュールに暗号化させることが条 件となっていることから,鍵共有プロトコルなどの実装に おいては,ブラックリスト方式などを用いて対策を施す必 要があると考えられる.

7. まとめ

本研究では,FPGA に実装された Curve25519 に対して, 位数4の有理点を利用したサイドチャネル攻撃への安全性 評価を行った.その結果,位数4の有理点が選択暗号文と して利用されることで,単純電力解析によって秘密鍵が特 定される危険性があることがわかった.さらに,秘密鍵の 解読における機械学習の適用について実験を行い,その脅 威を報告した.今後の課題として,脆弱な実装へのより詳 細な理論づけを行うことやアルゴリズムレベルでの対策を 導入することが挙げられる.

参考文献

- [1] Koblitz, N.: Elliptic curve cryptosystems, *Mathematics* of computation, Vol. 48, No. 177, pp. 203–209 (1987).
- [2] Miller, V. S.: Use of elliptic curves in cryptography, Conference on the theory and application of cryptographic techniques, Springer, pp. 417–426 (1985).
- [3] Rivest, R. L., Shamir, A. and Adleman, L.: A method for obtaining digital signatures and public-key cryptosystems, *Communications of the ACM*, Vol. 21, No. 2, pp. 120–126 (1978).
- [4] Bernstein, D. J.: Curve25519: new Diffie-Hellman speed records, *International Workshop on Public Key Cryp*tography, Springer, pp. 207–228 (2006).
- [5] P., K.: Formal request from TLS WG to CFRG for new elliptic curves (2014).
- [6] Montgomery, P. L.: Speeding the Pollard and elliptic curve methods of factorization, *Mathematics of computation*, Vol. 48, No. 177, pp. 243–264 (1987).
- [7] Peeters, E.: Advanced DPA theory and practice (2013).
- [8] Costello, C. and Smith, B.: Montgomery curves and their arithmetic: The case of large characteristic fields., *IACR Cryptology ePrint Archive*, Vol. 2017, p. 212 (2017).
- [9] Bernstein, D. J. and Lange, T.: Montgomery curves and the Montgomery ladder., *IACR Cryptology ePrint Archive*, Vol. 2017, p. 293 (2017).
- [10] : Elliptic curve point multiplication, https: //en.wikipedia.org/wiki/Elliptic_curve_point_ multiplication.
- [11] Hospodar, G., Gierlichs, B., De Mulder, E., Verbauwhede, I. and Vandewalle, J.: Machine learning in side-channel analysis: a first study, *Journal of Crypto*graphic Engineering, Vol. 1, No. 4, p. 293 (2011).

付 録

評価実験に用いた各種パラメータを表 A-1 に示す.

教師用 (key0)	0x0e9e0e2aca4625731aebbb69ea37e0f a859e499b8a186ca64292c816fdebb885	
評価用 (key1)	0x06f09e26afc57244bc6d7850662f668	
	f8e4fa034037c72204612bd7b74bef738	
評価用 (key2)	0x08c413fb203d5c4ebc4f2310c960932	
	18d45ad278c02ea5a44c1a569c6854246	
評価用(key3)	0x0bba39a0cd282f2aaf509544af407ed	
	4e22b9ef14565a37ae405082f4c52773b	
評価用 (key4)	0x0d75897ac164dc421188d238e117b1	
	ccc3b80c0ab9e374f81fab09d2a42c7f66	
有理点 $\overline{\mathbf{P}}$	(X = 1 : Z = 1)	

表 A·1 各種パラメータ