

ヴァイオリンの裏板の物理的特性の違いによる振動モードと周辺音場の変化に関する数値シミュレーション

横山真男^{†1}, ファビオ・アントナッチ^{†2}

概要: 本研究は、ヴァイオリン製作における裏板のアーチの厚さや形状を決めるモード振動について、実際のヴァイオリンを 3D スキャナで取り込み有限要素法による数値解析を行った。ヴァイオリンの材料である木材の直交異方性を考慮し、裏板のヤング率や比重、厚さといった物理的特性の違いによるモード振動の変化を解析した。また、モード振動におけるヴァイオリンの板から放出される音場についての構造音響連成の数値計算も行った。

キーワード: ヴァイオリン, モード振動, 音響, 数値シミュレーション

Numerical simulation of mode vibration and near sound field of violin by the difference in physical properties of back-plate

MASAO YOKOYAMA^{†1} FABIO ANTONACCI^{†2}

Abstract: The mode vibration and eigenfrequency were simulated by Finite Element Methods in order to analyze the influence of the wood properties such as Young's modulus, thickness and density. As maple wood which is used for back-plate of violin is orthotropic material, the orthotropic property should be set in the calculation program. As the simulation result, the tendency of change in mode shape and eigenfrequency was obtained. We discuss how material properties influence the eigenmode frequencies and shapes. Moreover, the acoustic radiation patterns of the plate vibrational modes are obtained.

Keywords: Violin, Mode vibration, Acoustics, Numerical simulation

1. はじめに

ヴァイオリンの振動モードや周辺音場の解析はこれまでも多くの研究が行われてきた[1-3]が、はっきりとした定性的・定量的な解析結果を得ることが非常に難しい。ヴァイオリンの形状や寸法は A.ストラディバリ(1644-1737)等によりほぼ確定してはいるが、その材料が木材であるがゆえ、仮に完全に同じ寸法で作ったとしても同じ振動や音にはならない。ヴァイオリン1つ作るのに多くの時間とコストがかかるため、数多く作って統計的な解析も困難である。長い年月をかけて数多くの楽器を作ってきたようなマエストロレベルになれば、作ろうと手に取った木材の特性を考慮にいれ、アーチや厚さ、重さを経験と勘により想定する振動モードや音色へと仕上げていけるといえる。また、ヴァイオリンは魂柱やバスバー、駒、弦をはじめ多くのパーツが取り付けられそれら一つ一つが音に大きく影響するので解析するには非常にパラメータが多い楽器である。

そこで、数値シミュレーションという手法による定性的・定量的な解析が考えられ、これまでも有限要素法や境界要素法による数値シミュレーションが行われてきた[4,5]。しかし、例えば、木材のヤング率や比重が変化したら本体の共鳴に非常に重要な振動モードである mode 5 (いわゆるリングモード) がどう変化するのかといった傾向分析はな

されていない。また、楽器の振動による周辺音場の計算もほとんど行われていない。これまでは、恐らく解析するコンピュータのスペックの問題もあったかとは思われるが、ヴァイオリンの高精度な 3D メッシュ作成のためのスキャナや CAD といったツールやソフトウェアの課題もあったことも考えられる。

本研究では、高精度な 3D スキャナを用いてヴァイオリンの裏板をスキャンし有限要素法による数値シミュレーションで、材料であるメープルの物理的特性を変化させたときのモード振動と周辺音場の連成問題を扱う。

このような数値シミュレーションによる解析は、300 年以上経つオールド楽器の振動や音響の解析にも役立てることができる。というのも、歴史的な文化財でもあるイタリアのオールド楽器は分解してクラドニ法のような実験をすることはおろか、インパクトハンマなどによる振動解析もすることはほとんど許されない現状があるからである。ヴァイオリンの詳細な座標データや材料の物理的特性から数値シミュレーションによる、それら貴重な楽器の振動特性や音響特性の予想に期待が寄せられている。

2. ヴァイオリンの 3D スキャンとメッシュ

数値シミュレーションに用いる 3D のジオメトリデータ

^{†1} 明星大学 Meisei University

^{†2} ミラノ工科大学 Politecnico di Milano

の取得について概要を示す。データのサンプルとして使用したヴァイオリンの裏板は、アーチや厚みなどはすでに仕上げられた状態のもので、Body Length = 352mm, Weight = 123g であった。今回のサンプル数は1つである。

Fig.1 にスキャンとジオメトリデータ作成の様子を示す。スキャナは Romer ABSOLUTE ARM を用い解像度は最大 0.01 mm で、ヴァイオリンの裏板の表面（外側）と内側をスキャンした。Polyworks™ (InnovMetric Software) を用いてその内外のデータを合わせ、スキャン時のエラーやノイズである断片や小孔を除去し STL ファイルとして保存した。そのメッシュデータを COMSOL Multiphysics™ にインポートし、3 次元のジオメトリデータを作成した。メッシュはソフトウェアの自動メッシュ機能で約 234k の四面体メッシュが生成され、同ソフトウェアの有限要素法による音響構造連成解析で計算した。

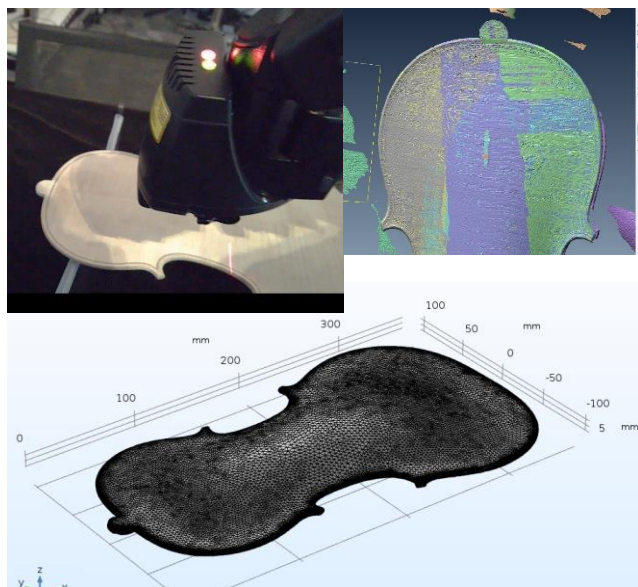


Fig.1 Scanning surface of violin back-plate (upper row, left), aligning and cleaning the scanned point data (upper row, right), imported mesh data in COMSOL Multihysics (lower row).

3. 木材の直交異方性の反映

ヴァイオリンの裏板は製材から Fig.2 のように切り出される。木材の物理的特性は、木目方向 (Longitude) とそれに直交する年輪方向 (Radial)、そして年輪の周方向 (Tangential) の直交異方性でモデル化される。COMSOL Multiphysics ではこの直行異方性を設定して計算することができる。この異方性を設定するにあたっては、表 1 に示すように、ヤング率 (縦弾性係数、Young's modulus)、剛性率 (Rigidity modulus)、ポアソン比 (Poisson's ratio) の代表値として文献[6]の値を用いた。ここで、 E_T 、 E_R と剛性率の値は Longitude 方向のヤング率 E_L に対する比率である。ヤ

ング率 E_L については、文献[6]の代表値では 12.6GPa であるが、現実的には当然、木材それぞれの個体差によりその値は異なる。また、アーチまで完成したヴァイオリンからの正確な計測は現実的には困難である。なお、密度については板の重量とおおよその体積から 0.637 g/cm^3 と見積もって数値シミュレーションを行った。

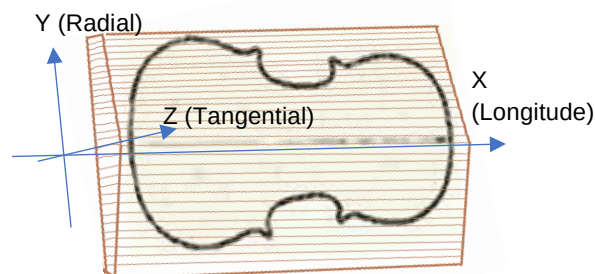


Fig.2 Orthotropic property of violin plate. Because wood is orthotropic material, we set the typical (or real) value of orthotropic properties of the wood to the parameters of COMSOL Multiphysics.

Table 1 Values for Orthotropic properties for setting in numerical simulation [6]

Property	Value
Young's module E_R / E_L	0.132
E_T / E_L	0.065
Rigidity modulus G_{LR} / E_L	0.111
G_{RT} / E_L	0.021 *
G_{LT} / E_L	0.063
Poisson's ratio μ_{LR}	0.424
μ_{RT}	0.774
μ_{LT}	0.476

* G_{RT} is assumed by the average of other hard woods because the value is not showed in the article[6].

4. シミュレーション結果

4.1 モード振動

Fig.3 にヴァイオリンの裏板のモード振動についてシミュレーション結果を示す。また、Fig.4 に同ヴァイオリンの裏板のクラドニ法による振動モードの実験結果を示す。クラドニ法は、任意の周波数の純音を発生させるスピーカーの上に平行に板を置き、軽い粒子を均一に撒き、スピーカーからの周波数を徐々に変化させ、写真のようにノードが現れた時の入力周波数とそのノードの形状を観察する実験である。

いずれも Fig.3 と Fig.4 の形状はよく似ていることが分かる。しかし、モード周波数については、文献[6]の代表値 $E_L=12.6\text{GPa}$ による数値シミュレーションでは mode 2 = 150.3 Hz、mode 5 = 311.5 Hz であり、一方、実験では mode

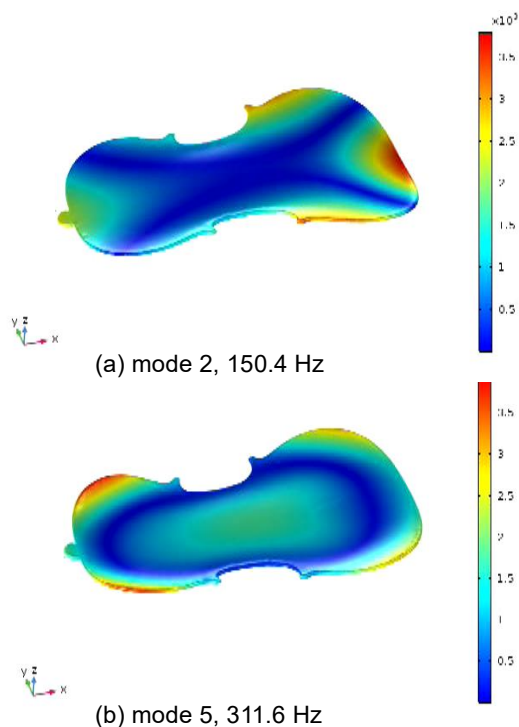


Fig.3 Mode shapes of back-plate of violin, (a) mode 2 (x-mode), (b) mode 5 (ring mode).



Fig.4 Mode shapes (mode 2, 171 Hz and 5, 352 Hz) of back-plate of violin by Chladni Method.

2 = 171 Hz、mode 5 = 352 Hz と差があった。前述のように実際の木材には物理的な個体差が大きく、サンプルは代表値とヤング率等が異なっていることが原因である。逆に、実験値と同じモード周波数になるときの E_L は 13.5GPa であった。このときの他のヤング率と剛性率の E_L に対する比率はそれぞれ Table 1 と同じで、また密度もサンプルの木材と同じ 0.637 g/cm³ である。

厚みに関しては、実際のヴァイオリンの板の厚みは均一ではなく中央部が厚く周辺部へかけて緩やかに薄くなっている。この厚みのグラデーションを考慮しないと正しい計算結果が得られなく、つまり、表面のアーチの形状のみをスキャンして均一な厚みで計算したのでは不正確である。本研究では、中心部の厚みを 3.5mm から 4.2mm の範囲で変動させた。

次に、これらのパラメータを-20%~+20 の範囲で変動さ

せた時に、モード周波数と形状がどの様に変わることの数値シミュレーションを行った (Fig.5)。変動の範囲は実際にヴァイオリン製作者が使用する木材の近い範囲を考慮した。mode 2、mode 5 共に木目方向の弾性が強くなる (E_L が増加する) とモード周波数は増加し、密度が増加するとモード周波数は減少することがわかる。

多くのヴァイオリン製作者は、表裏の板のモード周波数がある値になるようにアーチの形状や厚みの調整を行っている。特に mode 5 はタプトーンといわれ昔から多くの製作者が聞いている調整音で、一般的には裏板では 340-350Hz に調整している。ヴァイオリン製作において弾性や密度の増減に応じて、アーチの形状や厚みを変える必要があり、Fig.5-(a)では、density が 10%増加するとモード周波数が 16Hz 減少する。同じ 350Hz を保つには 0.3mm 厚みを増すと同じになる。また、Fig.5-(b)の mode 5 のように弾性 E_L が 10%減少すると、モード周波数が 18Hz 減少するので、その減った分だけ裏板の厚みを 0.3mm 増やすといった調整が必要となる。これらの、パラメータとモード周波数の関係性について今後さらに分析をする予定である。

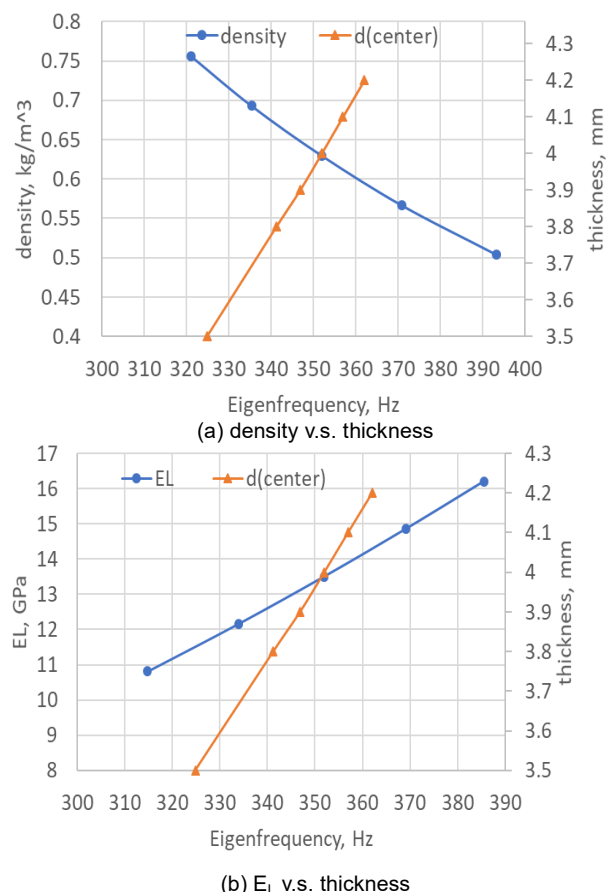


Fig.5 The change of eigenfrequency of mode 5, (a) density v.s. thickness, (b) Young's modulus (E_L) v.s. thickness.

4.2 周辺音場の数値シミュレーション

Fig.6 にヴァイオリンの裏板がモード振動した場合の周辺音場のシミュレーション結果を示す。Fig.6 は $z=30\text{mm}$ の x - y 平面の音圧の分布を示しており、色は音圧を示す。また、Fig.7 はその x - z 平面、 y - z 平面の断面図である。 y - z 平面の $x=195\text{mm}$ は駒が立つ位置である。音場は四面体メッシュによる有限要素法で空気（音速 343m/s ）として計算している。中央の白い部分はヴァイオリンの断面である。

mode 2 では X 状のノードに挟まれた裏板の上部と下部（図中のそれぞれ左側と右側）に圧力変動が大きくなり、また、mode 5 では裏板の中央部の膨らみにおいて圧力変動が大きくなっているのが分かる。今後は、物理的特性の変化と音場の変化の関係を分析していく予定である。

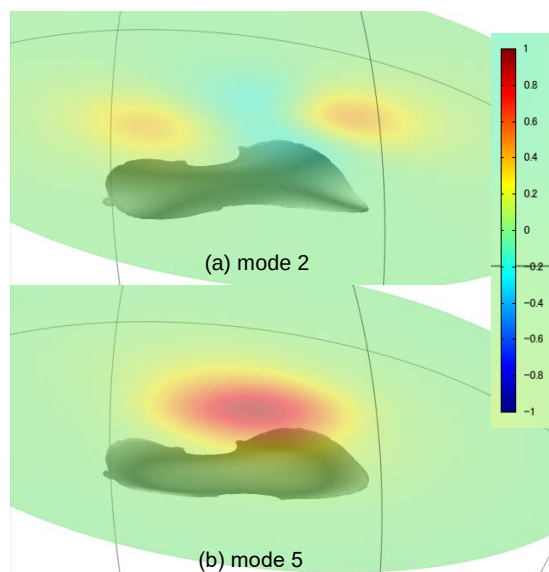


Fig.6 Radiation pattern from back-plate of violin, which vibrates in mode 2 and 5.

5. まとめ

本研究では、COMSOL Multiphysics を用いた有限要素法によるヴァイオリンの裏板の振動と周辺音場の連成数値シミュレーションを行い、ヴァイオリンの裏板の物理的特性の変化による振動モードと音場の解析を行った。物理的特性の変化によるこれらの関係性の分析は、ヴァイオリン製作に役立つとともに、今後、歴史的な楽器やオールドイタリアンの音色の解析にも役立つと思われる。現在は、ヴァイオリンの裏板のみならず、楽器全体やパーツとの連成も視野に入れデータの作成を行っている。

参考文献

- [1] Woodhouse J., "The acoustics of the violin: a review." Reports on Progress in Physics 77.11 (2014) 115901.
- [2] Gren, P., Tatar, K., Granström, J., Molin, N. E., and Jansson, E. V., "Laser vibrometry measurements of

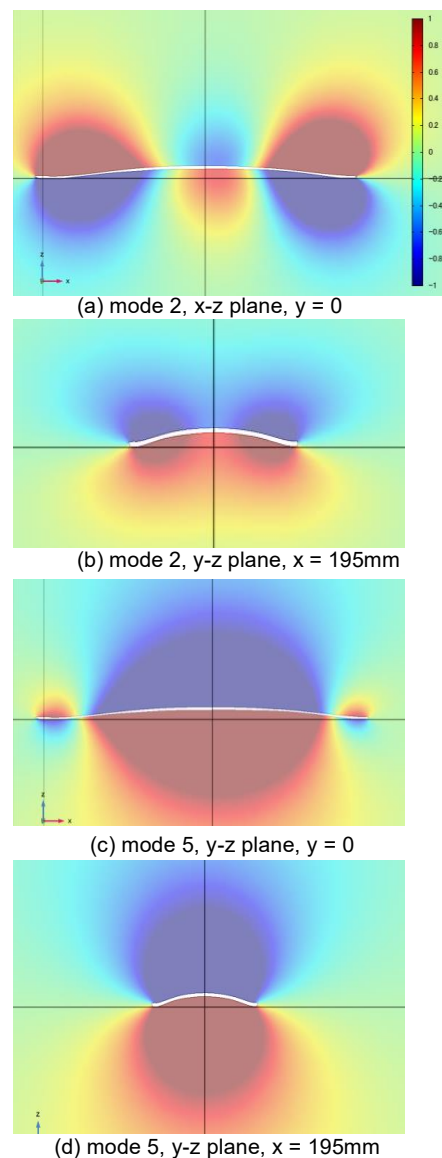


Fig.7 Radiation pattern from back-plate of violin in x - z plane and y - z plane.

vibration and sound fields of a bowed violin"

Measurement science and technology, 17(4) (2006): 635.

- [3] Bissinger, G. "Contemporary generalized normal mode violin acoustics" Acta Acustica united with Acustica 90.4 (2004): 590-599.
- [4] Gough, C. E. "A violin shell model: vibrational modes and acoustics" The Journal of the Acoustical Society of America 137.3 (2015): 1210-1225.
- [5] Ravina, E. "Violins characterization through vibro-acoustic experiments" In Acoustics 2012 (2012).
- [6] Green, D. W., Winandy, J. E., and Kretschmann, D. E. "Mechanical properties of wood. Wood handbook: wood as an engineering material" Madison, WI: USDA Forest Service, Forest Products Laboratory, 1999. General technical report FPL; GTR-113: (1999): 4.1-4.45, 113.