

ブレイク数最小となる対戦可能HAT作成とチーム割当 — J1リーグ2018年に対するスケジューリング —

仲田 周平¹ 呉 偉^{1,a)} 池上 敦子^{1,b)}

概要：2重総当たり戦のためのスポーツスケジューリングに対し、2段階のアプローチを提案する。第1段階では、与えられたチーム数に対し、対戦可能な home-away table (HAT) を最小ブレイク数で作成する。第2段階では、作成された HAT に対し、シードチームの対戦や各チームの移動距離を考慮して、チーム割当を行う。基本制約に対するブレイク数最小の対戦可能な HAT 作成に対して高速なアルゴリズムを提案するとともに、一般的に考えられる制約も加えた場合のモデルを構築し、2018年の実データに対し、J1リーグの年間スケジュールを作成することに成功した。

1. はじめに

1.1 研究の背景

現在、J1リーグでは18チームの間で2重総当たり戦 (double round robin tournament) が行われる。各チームが Home (自チームが保有しているグラウンド) ゲーム、Away (対戦相手チームが保有しているグラウンド) ゲームを1回ずつ行い、その結果で順位を決定する。従って、J1リーグの年間スケジュール (第1節から第34節のそれぞれにおける対戦と開催地) を作成する必要がある。

1.2 研究の目的

本研究では、J1リーグにおいて、各チームの負荷バランスや、興行性を考慮した年間スケジュール作成を行うことを目的とする。本来であれば、他の3つの大会、ルヴァンカップ、天皇杯、ACL (アジアチャンピオンズリーグ) を含めたスケジューリング行うべきだが、グループリーグの組合せやトーナメント表はシーズンの直前にならないとわからないため、J1リーグのスケジューリングのみを対象とする。しかし、Homeばかり続く、もしくはAwayばかり続くことを避けながら、全てのチームが34の各節を使ってHomeとAwayでそれぞれ1回ずつ対戦するスケジュールを作ることは簡単ではない。さらに、開幕や閉幕、観客動員数が多くなる日程におけるHomeゲームを均等化することや、全てのチームが年間を通して移動する距離をでき

るだけ均等に作るスケジュールを作ることは、難しい問題となることが多い。

本研究では、J1リーグのような2重総当たり戦のためのスポーツスケジューリングに対して、2段階のアプローチを考える。第1段階では、対戦可能な Home-Away Table (HAT) を最小ブレイク数で作成する。第2段階では、シードチームの対戦と各チームの移動距離の公平さを考慮して HAT へのチーム割当を行う。また、各段階では一般的に考えられる制約条件をできるだけ設定し、2018年の実データの下で計算実験を行う。

2. サッカーのスポーツスケジューリング

20世紀後半からの計算機高速化に伴い、スポーツスケジューリングの研究は注目を浴びてきた [1], [2]。そして、グラフ理論 [3]、整数計画 [4]、半正定値計画 [5]、制約計画 [6] を含め、様々なモデルとアルゴリズムが提案された。また、スポーツスケジューリング、そして、その部分問題の中にも理論上未解決な問題が残っている [7]。

サッカーのスポーツスケジューリングについては、Della Croce と Oliveri はセリエ A (イタリアのプロサッカーリーグ) のために、テレビ会社、観客、チームの3者の都合を考慮した3段階のアプローチを提案した [8]。Kendall は「クリスマスや新年などの長期休暇における移動の均等化」や、「治安的な安全性のための同地域のチームが同時 Home 開催禁止」などの現実的な要素を考慮し、プレミアリーグ (イングランドのプロサッカーリーグ) のスケジューリング問題に対して、近傍探索に基づいたアルゴリズムを提案した [9]。

¹ 成蹊大学
Seikei University,

a) wuwei@st.seikei.ac.jp

b) atsuko@st.seikei.ac.jp

2.1 用語の定義

スポーツスケジューリング(サッカー)において、一般的に使われる用語の意味を以下に示す。

- Home ゲーム, Away ゲーム
チーム i と j が対戦する際、チーム i の Home で試合を行うならば、この試合はチーム i の Home ゲームであるといい、チーム j の Away ゲームであるという。
- HA パターン
ある1つのチームについて、各日程の試合が Home ゲーム(H)であるか、Away ゲーム(A)であるかを表す H と A の列を HA パターン(Home-Away パターン)という。
- ミラーリング
総当り戦のスケジュールを作成した下で、それを全体スケジュールの前半とし、そのスケジュールの中で、各試合を行うグラウンド(Home と Away)のみを交換したスケジュールを、後半に付けるという操作をミラーリングという。
- Home-Away Table (HAT)
各チームについて各日程の試合が Home ゲームであるか Away ゲームであることを示したもの(ミラーリング前、つまり全日程の前半部分)を Home-Away Table (HAT) という。行は、1つのチームに割り当てられる HA パターン、列は節を表す。例えば、2行目4列の「A」は2番目の HA パターン(このパターンを割り当てられるチーム)が4節に Away ゲームを行うことを表す。
- ブレーク
チーム i が節 t と節 $t+1$ で Home (Away) ゲームが連続するとき、節 $t+1$ の試合はチーム i のブレークであるという。Home (Away) ゲームが k 回連続するとき $(k-1)$ ブレークという。
- ブレーク数
HA パターンに出現するブレークの数。
- ブレーク総数
HAT に出現する(全チームの)ブレークの総数。

2.2 スポーツスケジューリング

原則的に、チーム n が偶数である状況を対象とする。各チーム対が双方の Home で1回ずつ対戦する2重総当たり戦とする。各節 $n/2$ 試合が並行して行われるので、全試合は $2(n-1)$ 節で終了し、総試合数は $n(n-1)$ である。このような対戦スケジュールを作成することをスポーツスケジューリングという。

3. 提案手法の枠組み

J1 リーグのためのスケジューリング問題に対し、2段階

のアプローチを提案する。第1段階では、リーグ戦の基本制約や現実的に考えられる制約を考慮し、ブレーク総数が最小となる HAT と対戦スケジュールを生成する。第2段階では、生成した HAT に含まれる HA パターンにチームの割当を行う。その際に、移動距離とシードチームの対戦を考慮する。

4. HAT と対戦スケジュールの作成

第1段階では、HAT と対戦スケジュールを作成する。

これまでの研究では、各節において対戦相手のチームが決められている下でブレーク総数が最小となる HAT を求める問題(ブレーク数最小化問題)や、HAT が与えられたときに対戦可能か否かを判定する問題(HAT 許容性判定問題)等が考えられてきた[7]。本研究では、それらと異なる問題の切り分けをし、その第1段階では、ブレーク総数が最小となる HAT および対戦スケジュールを同時に生成することを目的とする。

本研究ではミラーリング利用を前提とする。そして、2018年のJ1スケジュールを生成するにあたって、7つの制約を設定する。

各節で全チームが試合を行う(リーグ戦制約)。

ミラーリング前の期間で各チームがちょうど1回対戦する(リーグ戦制約)。

2ブレーク(AAA/HHH)を許さない(興行性)。

開幕2節のうち1つ以上はHomeにする、閉幕2節も同じ(公平性)。

理由: Home サポーターにとって、開幕閉幕間近の2戦はHomeで試合を観たいと思うためである。

開幕と閉幕のどちらか1つ以上はHomeにする(公平性)。

理由: シーズンの中で開幕戦と閉幕戦は多くの観客が見込めるため、開幕と閉幕においてHomeで行うチームと両方Awayで行うチームでは利益の差が大きくてしまうためである。

7節、10節、12節、16節、19節、22節の平日開催のHomeを平等にする(公平性)。

理由: 浦和レッズの2018年の観客動員数^{*1}を見ると、平日と土日開催では、平均で約10,000人の差が出るのがわかる。この現象は他のチームにおいても同様である。

GW等の長期休暇のHomeを平等にする(公平性)。

理由: 夏休みやGWなどの長期休みは、普段より多くのAwayサポーターが駆けつけるためである。

チーム数を n 、HA パターン i の節 t の Home (Away) ゲームを w_{it} (Home なら 0, Away なら 1) とするとき、対戦制約(制約 -), 制約 と制約 から以下のことがい

*1 <https://data.j-league.or.jp/>

える。

補題 4.1. 対戦制約 (制約 -), 制約 と制約 を守る対戦可能な HA パターン i (ミラーリング前) は必ず

$$w_{i1} = 0, w_{i2} = 1, w_{i,n-2} = 1, w_{i,n-1} = 0 \text{ or}$$

$$w_{i1} = 1, w_{i2} = 0, w_{i,n-2} = 0, w_{i,n-1} = 1$$

になる。

制約 - (あるいはその一部)を考慮しながら, 対戦可能なスケジュールとブレイク総数が最小(以降, ブレイク数最小)となる HAT を作成する問題を本研究では最小許容 HAT 問題とよぶ。その最小許容 HAT 問題に対し, Kirkman スケジュールによる最小 HAT 生成法と整数計画法という 2 つの手法を試す。

4.1 Kirkman スケジュールによる最小 HAT 生成

Kirkman は 1840 年代に総当たり戦に適用できるスケジュールリング手法を設計した [10]。チーム数 $n = 8$ の Kirkman スケジュールの構築方法を図 1 に示す。3 つのグ

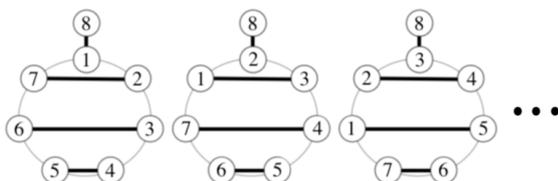


図 1 チーム数 8 の Kirkman スケジュール

ラフは節 1 から節 3 までの対戦状況を表している。円盤上の 7 つとその上方の 1 つの各頂点の番号はチーム番号 (アプローチの第 1 段階におけるチーム番号は特定のチームを表さない。対応 HA パターンを割り当てられるチームの仮番号とする。第 2 段階において, この仮チームに具体的なチームを割り当てることになる) を表し, 太線が「対戦」を意味する。1 番左のグラフのように, 節 1 はチーム 2 とチーム 7, チーム 3 とチーム 6, チーム 4 とチーム 5, チーム 1 とチーム 8 の対戦を表す。次の節には, 円盤上のすべてのチームを反時計回りに $\frac{2\pi}{n-1}$ 回転すると, 新たな対戦が与えられる。それをミラーリング前の節 $n-1$ まで続ける。作成された対戦スケジュールは制約 - を守ることがわかる。

Kirkman スケジュールについては, 制約 - (対戦可能) と制約 のみ考慮するとき, ブレイク数最小の HAT を $O(n^2)$ 時間で構築可能であること, そして, 制約 - のみを残した最小許容 HAT 問題の最適値 (ミラーリング後) は $2n-4$ であることが知られている [3]。

基本制約 (制約 -) を対象にした場合

本研究では, Kirkman スケジュールを利用し, 制約 - を満たす最小許容 HAT 問題の解く手法を示す。チーム番号の集合を $N = \{1, 2, \dots, n\}$, ミラーリング前の節の集合

を $N' = \{1, 2, \dots, n-1\}$ として, Kirkman スケジュールの各チームの HA パターンを以下のように生成する。

$$w_{it} = \begin{cases} 0 & \forall i \in N, \forall t \in N', i+t \text{ は偶数}, i < t \\ 1 & \forall i \in N, \forall t \in N', i+t \text{ は奇数}, i < t \end{cases} \quad (1)$$

$$w_{it} = \begin{cases} 0 & \forall i, t \in N', i+t \text{ は奇数}, i > t \\ 1 & \forall i, t \in N', i+t \text{ は偶数}, i > t \end{cases} \quad (2)$$

$$w_{nt} = \begin{cases} 0 & \forall t \in \{2, 4, \dots, n-4\} \cup \{n-1\} \\ 1 & \forall t \in \{1, 3, \dots, n-3\} \cup \{n-2\} \end{cases} \quad (3)$$

$$w_{tt} = 1 - w_{nt} \quad \forall t \in N' \quad (4)$$

チーム数 $n = 8$ のとき, 生成した HAT の例を表 1 に示す。式 (1)–(2) により白いセルを, 式 (3)–(4) によりグレーのセルに「H」か「A」を決められる。また, チーム番号を変えず, 図 1 の Kirkman スケジュールを利用できるため, 対戦制約を守れる。式 (1)–(4) の手順で生成する方法を本研

チーム	1 節	2 節	3 節	4 節	5 節	6 節	7 節
1	H	A	H	A	H	A	H
2	H	A	A	H	A	H	A
3	A	H	H	A	H	A	H
4	H	A	H	A	A	H	A
5	A	H	A	H	H	A	H
6	H	A	H	A	H	H	A
7	A	H	A	H	A	H	A
8	A	H	A	H	A	A	H

表 1 $n = 8$ の例

究では最小 HAT 生成法とよぶ。

チーム数 $n \geq 6$ のとき, 最小 HAT 生成法について, 以下の性質を持つ。

補題 4.2. 最小 HAT 生成法によって生成した HAT と対戦スケジュールは, 制約 - を満たす。生成時間は $O(n^2)$ である。

補題 4.3. 最小 HAT 生成法で構築した HAT のブレイク総数は $3n-6$ である。

また, 最小 HAT 生成法により, 制約 - のみを考える最小許容 HAT 問題について, 以下の性質がいえる。

補題 4.4. チーム数 n が 6 以上であれば, 制約 - を満たす HAT が存在する。

補題 4.5. 制約 - のみを考える最小許容 HAT 問題の最適値の下界は $3n-6$ である。

補題 4.1, 4.3, 4.5 より最小 HAT 生成法で得られた解は, 制約 - を満たした上の最小許容 HAT 問題における最適解である。

定理 4.1. 最小 HAT 生成法で構築した HA パターン集合は, 制約 - を満たした上の最小許容 HAT 問題における最適解である。

開幕閉幕制約を加えた(制約 -)場合

次に, 制約 - を満たす最小許容 HAT 問題を考える. この最小許容 HAT 問題については, 以下の性質がいえる.
補題 4.6. $4n - 8$ は, 最適値の下界である.

補題 4.7. すべての n に対して, Kickman スケジュールの下で制約 - を満たす許容可能な HAT が作成できない.

また, 制約 - を満たす最小許容 HAT 問題に対して以下の予想をする:

- 予想 4.1. チーム数 $n \geq 10$ のとき, 実行可能である.
予想 4.2. 多項式時間で解くアルゴリズムが存在する (P である).
予想 4.3. チーム数 $n \geq 10$ のとき, 最適値は $4n - 8$ である.

4.2 整数計画に基づくアルゴリズム

本研究では制約 - を満たす HAT を目指すため, アプローチの第 1 段階をさらに 2 つのフェーズに分け, 以下の整数計画 (IP) に基づくアルゴリズムを提案する.

- 制約 - を満たす HA パターンを全て生成する.
- 整数計画法で対戦可能なスケジュール(制約 - を満たす)を生成する.

4.2.1 対戦可能な HA パターンを選択する定式化

フェーズ 1 で生成された HA パターンから各節において, 各チームが対戦可能なチーム数分の HA パターンを選択する. 以下にモデルで使用する記号を示す.

定数

I : 生成された HA パターンの集合

p_i : HA パターン i のブレイク数

Π_{it} : HA パターン i にとって節 t で対戦可能となる HA パターンの集合

変数

x_i : HA パターン i を選択するなら 1, そうでないなら 0 とする変数

$y_{i'it}$: HA パターン i を割り当てられたチームが HA パターン i' を割り当てられたチームと節 t で対戦するなら 1, そうでないなら 0 となる変数

定式化

全節で全チームが対戦可能となるよう HA パターンをチーム数だけ選択するモデルの定式化を以下に示す.

minimize

$$\sum_{i \in I} p_i x_i \quad (5)$$

subject to

$$\sum_{i \in I} x_i = n \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} \sum_{j \in I} y_{i'it} = n \quad \forall t \in N' \quad (7)$$

$$\sum_{i' \in I} (y_{i'it} + y_{i'it}) \leq 2x_i \quad \forall i \in I, \forall t \in N' \quad (8)$$

$$\sum_{t \in N'} y_{i'it} \leq 1 \quad \forall i, i' \in I \quad (9)$$

$$y_{i'it} = y_{i'it} \quad \forall i, i' \in I, i > i', \forall t \in N' \quad (10)$$

$$y_{i'it} = 0 \quad \forall i \in I, \forall t \in N', \forall i' \in I \setminus \Pi_{it} \quad (11)$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$y_{i'it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, i' \in I, \forall t \in N' \quad (13)$$

各式の意味は以下である.

- (5) ブレイク総数を最小化する.
(6) 選択する HA パターンの数は, チーム数と等しい.
(7) 各節で全チームが試合を行う.
(8) HA パターン i が選択されるときのみ, HA パターン i' が節 t の HA パターン i と対戦できる.
(9) HA パターン i と i' は期間で高々 1 回だけ対戦する.
(10) HA パターン i のチームが節 t で HA パターン i' のチームの対戦するならば, HA パターン i' のチームにとっても HA パターン i のチームと節 t で対戦する.
(11) 節 t で対戦不可能な 2 つの HA パターンのチームは対戦できない.
(12)-(13) $x_i, y_{i'it}$ は 0-1 変数である.

4.3 検証実験

本研究では, 4.2 節で提案した整数計画に基づくアルゴリズムについて, IP ソルバーである Gurobi (8.0.1) を利用し, 計算実験を行なった. 計算環境は Intel Xeon X5660 (2.80GHz), メモリは 64G である.

制約 - に対する最小許容 HAT 問題

表 2 は制約 - を含めた最小許容 HAT 問題の実験結果を示す. この設定においては, 4.1 節で提案した最小 HAT 生成法も適用できるため, その結果を右に付けた. 表における「列挙時間」は対戦制約以外の各制約を満たす HA パターンを列挙するのにかかった時間, 「パターン数」は列挙された HA パターンの数, 「最適値」は最小ブレイク数, 「計算時間」は列挙後の計算時間(秒)を表す. また, 「-」は制限時間(5000 秒)内に実行可能解を得ることができなかったこと, 「×」は実行不可能だったことを表す.

制約 - に対する最小許容 HAT 問題

表 3 では, IP に基づく 2 フェーズ生成法の実験結果により, 制約 - を含めた場合の HA パターン生成ではチーム数が 8 以下の場合は実行不可能であることがわかった. そして, チーム数が 18 の場合は制限時間(5000 秒)内に解くことができなかった. また, 得られた最適値によって, 予想 4.1 と予想 4.3 の $n = 16$ まで検証できた.

制約 - に対する最小許容 HAT 問題

表 4 では, 制約 - を全部含めた場合の HAT ではチーム数が 16 以下の場合は実行不可能で, チーム数が 18 の場

表 2 制約 - を含めた最小許容 HAT 問題の実験結果

チーム数	IP に基づく 2 フェーズ生成法				最小 HAT 生成法	
	列挙時間	パターン数	最適値	計算時間	最適値	計算時間
4 以下	×	×	×	×	×	×
6	0.01	6	12	0.04	12	0.01
8	0.01	16	18	0.21	18	0.01
10	0.01	42	24	5.74	24	0.01
12	0.02	110	30	56.20	30	0.01
14	0.07	288	36	3424.10	36	0.01
16	0.09	754	-	-	42	0.01
18	0.45	1974	-	-	48	0.01

表 3 制約 - を含めた最小許容 HAT 問題に対して, IP に基づく 2 フェーズ生成法の実験結果

チーム数	列挙時間	パターン数	最適値	計算時間
8 以下	×	×	×	×
10	0.01	22	32	1.06
12	0.02	54	40	9.85
14	0.03	144	48	202.69
16	0.16	378	56	4876.88
18	0.44	986	-	-

表 4 制約 - を全部含めた最小許容 HAT 問題に対して, IP に基づく 2 フェーズ生成法の実験結果

チーム数	列挙時間	パターン数	最適値	計算時間
16 以下	×	×	×	×
18	0.42	162	72	1791.33

合は 30 分未満で最適解が得られた。

5. チームの割当

4 節で生成した HAT の各 HA パターンをチームへ割り当てる問題を考える。その割当モデルを設計する際に、シードされたチーム同士の対戦と各チームの移動距離を考慮する。HAT と対戦スケジュール作成する際(アプローチの第 1 段階)に、移動距離を考慮しなかった理由としては、サッカーのリーグ戦では各節の間は数日空くため、総移動距離より総ブレーク数の最小化を優先することが挙げられる。

5.1 提案モデル

割当を行う際に、開幕、閉幕期間中の試合は元々多くの観客動員数が見込めるため、昨年度の上位 4 チームはシードチームとし、シードされたチーム同士の試合は、スケジュール期間の最初と最後の 3 節には発生しない制約を加える。また、選手にとって長距離の遠征は身体に負担がかかる。そのため疲労が蓄積して、怪我につながる場合少なくない。そこで、選手の負担をできる限り減らすために、1 年間を通してチームが移動する距離を最小化するモデルを提案する。提案モデルでは、移動距離の総和(チーム数分)を最小化するとともに、移動距離が最大となってしまうチームの移動距離を最小化することを考えた。

集合

\hat{I} : 4 節で生成された HAT に含まれる HA パターンの集合

J : チームの集合

$S(\subseteq J)$: シードされたチームの集合

$E_i(\subseteq \hat{I})$: HA パターン i のチームど最初の 3 節と最後の 3 節で対戦する HA パターンの集合。

L_i : 4 節で生成された HAT と対戦表の下で, HA パターン i と節 t と節 $t+1$ にそれぞれ対戦する HA パターン i', i'' を (i', i'', t) と表す集合

$d_{jj'}$: チーム j の Home グランドからチーム j' の Home グランドまでの移動距離とする

変数

z_{ij} : HA パターン i をチーム j に割り当てるなら 1, そうでないなら 0 となる変数

$x_{ii'jj'}$: HA パターン i がチーム j に割り当てられ, HA パターン i' がチーム j' に割り当てられるとき 1, そうでないなら 0 となる変数

u : チームの移動距離の最大値を表す変数

定式化

モデルの定式化を以下に示す。

minimize

$$nu + \sum_{i \in \hat{I}} \sum_{(i', i'', t) \in L_i} d(i', i'', t) \quad (14)$$

subject to

$$\sum_{i \in \hat{I}} z_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (15)$$

$$\sum_{j \in J} z_{ij} = 1 \quad \forall i \in \hat{I} \quad (16)$$

$$\sum_{s \in S} (z_{is} + z_{i's}) \leq 1 \quad \forall i \in \hat{I}, \forall i' \in E_i \quad (17)$$

$$\sum_{(i', i'', t) \in L} d(i', i'', t) \leq u \quad \forall i \in \hat{I} \quad (18)$$

$$x_{ii'jj'} \leq z_{ij} \quad \forall i, i' \in \hat{I}, i \neq i', \forall j, j' \in J, j \neq j' \quad (19)$$

$$x_{ii'jj'} \leq z_{i'j'} \quad \forall i, i' \in \hat{I}, i \neq i', \forall j, j' \in J, j \neq j' \quad (20)$$

$$x_{ii'jj'} \geq z_{ij} + z_{i'j'} - 1 \quad \forall i, i' \in \hat{I}, i \neq i', \forall j, j' \in J, j \neq j' \quad (21)$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \hat{I}, \forall j \in J \quad (22)$$

$$x_{ii'jj'} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in \hat{I}, \forall i' \in \hat{I}, \forall j \in J, \forall j' \in J \quad (23)$$

ここで,

表 5 チームの移動距離を考慮した J リーグの対戦表

第 1 節	第 2 節	第 3 節	第 4 節	第 5 節	第 6 節	第 7 節	第 8 節	第 9 節
G 大阪 - 名古屋	札幌 - G 大阪	G 大阪 - 東京	神戸 - G 大阪	G 大阪 - 柏	長崎 - G 大阪	G 大阪 - 仙台	磐田 - G 大阪	清水 - G 大阪
柏 - 浦和	浦和 - 広島	仙台 - 浦和	浦和 - 長崎	湘南 - 浦和	浦和 - 札幌	C 大阪 - 浦和	浦和 - 横浜	鳥栖 - 浦和
清水 - 神戸	神戸 - 柏	長崎 - 神戸	C 大阪 - 鳥栖	川崎 - 神戸	神戸 - 横浜	鳥栖 - 神戸	神戸 - 湘南	東京 - 神戸
広島 - 鹿島	鹿島 - 横浜	清水 - 鹿島	鹿島 - 湘南	鳥栖 - 鹿島	鹿島 - 川崎	柏 - 鹿島	鹿島 - C 大阪	名古屋 - 鹿島
長崎 - 東京	名古屋 - 長崎	札幌 - C 大阪	柏 - 広島	清水 - 長崎	柏 - 湘南	横浜 - 長崎	長崎 - 柏	札幌 - 長崎
鳥栖 - 川崎	C 大阪 - 清水	広島 - 名古屋	名古屋 - 仙台	札幌 - 名古屋	名古屋 - C 大阪	東京 - 名古屋	名古屋 - 清水	柏 - 横浜
仙台 - 磐田	東京 - 仙台	鳥栖 - 柏	川崎 - 札幌	横浜 - 仙台	仙台 - 清水	清水 - 川崎	仙台 - 札幌	湘南 - 仙台
横浜 - 札幌	磐田 - 鳥栖	湘南 - 磐田	磐田 - 横浜	C 大阪 - 磐田	磐田 - 広島	札幌 - 磐田	鳥栖 - 神戸	磐田 - 川崎
湘南 - C 大阪	川崎 - 湘南	横浜 - 川崎	東京 - 清水	広島 - 東京	東京 - 鳥栖	湘南 - 広島	川崎 - 東京	C 大阪 - 広島
第 10 節	第 11 節	第 12 節	第 13 節	第 14 節	第 15 節	第 16 節	第 17 節	
G 大阪 - 鳥栖	横浜 - G 大阪	湘南 - G 大阪	G 大阪 - 広島	川崎 - G 大阪	G 大阪 - C 大阪	鹿島 - G 大阪	G 大阪 - 浦和	
浦和 - 磐田	東京 - 浦和	川崎 - 浦和	浦和 - 名古屋	鹿島 - 浦和	神戸 - 浦和	浦和 - 清水	湘南 - 札幌	
神戸 - C 大阪	鹿島 - 神戸	札幌 - 神戸	神戸 - 磐田	名古屋 - 神戸	柏 - 札幌	神戸 - 仙台	広島 - 神戸	
鹿島 - 札幌	柏 - 清水	磐田 - 鹿島	長崎 - 鹿島	湘南 - 横浜	東京 - 鹿島	札幌 - 鳥栖	仙台 - 鹿島	
長崎 - 湘南	長崎 - 仙台	広島 - 長崎	横浜 - 鳥栖	鳥栖 - 長崎	長崎 - 磐田	C 大阪 - 長崎	長崎 - 川崎	
川崎 - 名古屋	磐田 - 名古屋	名古屋 - 柏	柏 - 川崎	札幌 - 清水	湘南 - 名古屋	名古屋 - 横浜	鳥栖 - 名古屋	
仙台 - 柏	湘南 - 鳥栖	鳥栖 - 仙台	仙台 - C 大阪	広島 - 仙台	仙台 - 川崎	川崎 - 広島	横浜 - C 大阪	
広島 - 清水	札幌 - 広島	清水 - 横浜	清水 - 湘南	磐田 - 東京	横浜 - 広島	磐田 - 柏	清水 - 磐田	
横浜 - 東京	C 大阪 - 川崎	C 大阪 - 東京	東京 - 札幌	C 大阪 - 柏	清水 - 鳥栖	東京 - 湘南	柏 - 東京	

$$d(i, i', i'', t) = \begin{cases} \sum_{j \in J} \sum_{j'' \in J} d_{jj''} x_{ii'jj''} & w_{it} = 0, w_{i,t+1} = 1 \\ \sum_{j' \in J} \sum_{j \in J} d_{j'j} x_{i'ij'j} & w_{it} = 1, w_{i,t+1} = 0 \\ \sum_{j' \in J} \sum_{j'' \in J} d_{j'j''} x_{i'i'j''j'} & w_{it} = 1, w_{i,t+1} = 1 \\ 0 & w_{it} = 0, w_{i,t+1} = 0 \end{cases}$$

とする。各式の意味は以下である。

- (14) 各チームの移動距離の総和と各チームの間移動距離最大となるチームの移動距離 u を最小化する目的関数。
- (15) 各 HA パターンを 1 つのチームに割り当てる。
- (16) 各チームを 1 つの HA パターンに割り当てる。
- (17) シードされたチーム同士の試合は、スケジュール期間の最初と最後の 3 節には発生しない。
- (18) 各チームの移動距離は u 以下になる。
- (19)–(21) z_{ij} と $z_{i'j'}$ が同時に 1 になるときのみ $x_{ii'jj'}$ は 1 になる。
- (22)–(23) z_{ij} , $x_{ii'jj'}$ は 0-1 変数である。

5.2 計算実験

チームの移動距離を最小化するモデルを 4.3 節と同じ計算環境で計算実験を行った。制限時間は 150,000 秒とした。結果の対戦表を表 5 に示す。コンサドーレ札幌の年間で移動した距離を計算すると、移動距離を考慮しない対戦表に比べて約 1150km の短縮になった。

6. おわりに

本研究では、2 重総当たり戦のリーグ戦を対象として 2 段階アプローチを提案した。第 1 段階では、対戦可能な HAT を最小ブレイク数で作成する。その際に、チーム（選手）の疲労度、観客動員数、チーム間の公平さなどを考慮した 7 つの制約（制約 - ）を考えた。その問題を解く

際に、整数計画に基づく 2 フェーズのアルゴリズムを提案した。また、制約 - を制約としての問題に対して、高速な構築アルゴリズムを提案し、その効果を確認した。第 2 段階では、シードチームの対戦及び移動距離を考慮した HAT へのチーム割当を行なった。結果として、J リーグの 1 部リーグである J1 を対象にスケジューリングを行い、年間スケジュールを完成することができた。

参考文献

- [1] 松井知己: スポーツのスケジューリング, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 44, No. 3, pp. 141–146 (1999).
- [2] Rasmussen, R. V. and Trick, M. A.: Round robin scheduling—a survey, *European Journal of Operational Research*, Vol. 188, No. 3, pp. 617–636 (2008).
- [3] Dinitz, J., Froncek, D., Lamken, E. R. and Wallis, W. D.: Scheduling a tournament, *Handbook of Combinatorial Designs*, Chapman and Hall/CRC, pp. 617–631 (2006).
- [4] Nemhauser, G. L. and Trick, M. A.: Scheduling a major college basketball conference, *Operations Research*, Vol. 46, No. 1, pp. 1–8 (1998).
- [5] Miyashiro, R. and Matsui, T.: Semidefinite programming based approaches to the break minimization problem, *Computers & Operations Research*, Vol. 33, No. 7, pp. 1975–1982 (2006).
- [6] Henz, M.: Scheduling a major college basketball conference revisited, *Operations research*, Vol. 49, No. 1, pp. 163–168 (2001).
- [7] 宮代隆平, 松井知己: スポーツスケジューリング-未解決問題を中心に, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 50, No. 2, pp. 119–124 (2005).
- [8] Della Croce, F. and Oliveri, D.: Scheduling the Italian football league: An ILP-based approach, *Computers & Operations Research*, Vol. 33, No. 7, pp. 1963–1974 (2006).
- [9] Kendall, G.: Scheduling English football fixtures over holiday periods, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 59, No. 6, pp. 743–755 (2008).
- [10] Kirkman, T. P.: On a problem in combinations, *Cambridge and Dublin Mathematical Journal*, Vol. 2, pp. 191–204 (1847).