

テーマパーク問題におけるナッシュ均衡解と全体最適解の分析

古川 翔太

辻 順平

能登 正人

神奈川大学大学院工学研究科電気電子情報工学専攻

1 はじめに

テーマパーク問題とは、複数の施設や通路からなるテーマパークを訪問する訪問者を想定し、訪問者のスケジュールを調整して全体の効用を最大化する解（全体最適解）を決定する問題である [1]。一方、テーマパーク問題における全体最適解は、必ずしも訪問者個人にとって利己的な解であるとは限らない。対して、このときのナッシュ均衡解は、訪問者が利己的に行動した結果として得られる解であると考えられる。

そこで本研究では、訪問者をプレイヤーとする N 人戦略ゲームとしてテーマパーク問題を捉え、ナッシュ均衡解を考察する。ナッシュ均衡解と全体最適解の効用の差を考え、訪問者個人の最適性の視点から見たテーマパークの構造を定性的に分析することを目的とする。

2 社会的利用の実現可能性

テーマパーク問題は、「訪問者全体の訪問時間の総和を最小化するプランの組を決定する問題」といえる。本研究では、そのプランの組を「解」と呼ぶ。このとき、訪問者の人数を N 、アトラクションの数を A とする。

先行研究 [2] では、道路や娯楽施設といった共有資源の利用問題を、TSP の理論を用いてモデル化している。この問題に対して、効率的に解を求める社会的利用の例として行動調整アルゴリズムを提案し、そのアルゴリズムによって得られる解の性質をゲーム理論の観点から分析している。ここで先行研究 [2] に倣いナッシュ均衡解 (*Nash*) と全体最適解 (*Global*) を用いて、全体最適解かつナッシュ均衡解が存在するという条件を、社会的利用が実現可能と定義する。また、全体最適解でないナッシュ均衡解が存在するという条件を、社会的利用が実現不可能と定義する。このとき図 1 より、 $S = \text{Nash} \cap \text{Global}$, $\bar{S} = \text{Nash} \setminus \text{Global}$ とする。

1. 社会的利用が実現可能: $|S| > 0$

Analysis of Nash Equilibrium and Global Optimum in Theme Park Problem

Shota Furukawa, Junpei Tsuji and Masato Noto
Graduate School of Electrical, Electronics and Information Engineering, Kanagawa University

2. 社会的利用が実現不可能: $|S| = 0$ かつ $|\bar{S}| > 0$

3. 社会的利用が実現可能か不明: $|S| = 0$ かつ $|\bar{S}| = 0$

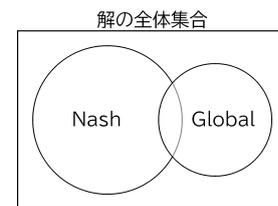


図 1: ナッシュ均衡解と全体最適解のベン図

仮にテーマパーク問題のシステムがプランを訪問者に提供するとき、社会的利用が実現不可能であれば、訪問者は \bar{S} の解を選択してしまう。これは訪問者が利己的に行動をするためである。このようなことが起こると、訪問者はテーマパーク問題のシステムに参加するインセンティブがなくなってしまう。

すなわち、社会的利用が実現不可能であれば、テーマパーク問題のシステムに問題が発生してしまうということである。この問題に取り組むにあたり、訪問者の人数とアトラクションの数が多いスケールの大きいテーマパークモデルにおいて、社会的利用が実現不可能である可能性がある。この可能性について、本研究では対象としていない。これはテーマパーク問題の解の総数は $(A!)^N$ 通り存在するので、訪問者の人数 N とアトラクションの数 A が増えると、解の総数が膨大に増加し計算が困難になるためである。一方、訪問者の人数とアトラクションの数が少ないときのスケールが小さいテーマパークモデルにおいて、社会的利用が実現不可能であるかどうかは明らかでない。実際にスケールが小さいテーマパークモデルで、このようなケースが発生するかを調べる必要性があると考えられる。

3 ナッシュ均衡解と全体最適解の分析

テーマパーク問題はそれ自体が相互作用によってゲーム理論的状况になっているため、 N 人戦略ゲームと考えられる。この N 人戦略ゲームにおいて、訪問者 j を

プレイヤー、訪問者 j のプラン p_j をプレイヤーの戦略とする。 $\mathbf{p} = (p_1, \dots, p_j, \dots, p_N)$ としたとき、訪問者 j を除く \mathbf{p} の戦略の組を p_{-j} とする。このとき、すべての訪問者 j について p_{-j} に対する最適応答戦略が p_j であるとき、 \mathbf{p} をナッシュ均衡という。

ここで、ナッシュ均衡解における全体の効用の最大値を U' 、全体最適解における効用を U'' として定義し、これら二つの値を比較することを行う。

4 実験設定

今回は、スケールの小さいテーマパークモデルを想定し、 $A = 2$ のケースにおいて実験を行う。実際に用いるテーマパークのモデルは、図2のように入口 (En)、出口 (Ex)、通路 (R)、アトラクション (A) の各ノード i で構成されている。各ノード i には、サービスキャパシティ c_i やサービス時間 st_i が設定され、入口・出口・通路のサービスキャパシティ c_i は $c_i = \infty$ とする。また、全てのアトラクションのキャパシティの合計を、テーマパーク全体のキャパシティ $c_{themepark} = \sum_{i=1}^A c_i$ とする。訪問者 j は与えられたプランに従いテーマパーク問題のアルゴリズム [1] を基にして、入口 (En) から出発し二つのアトラクションを訪問する。そのため今回は、 $Plan1 = (A1 \rightarrow A2)$ 、 $Plan2 = (A2 \rightarrow A1)$ の二種類のプランが存在する。また、訪問者 j が各ノードを移動する際、入口 (En) から通路 (R)、通路 (R) から出口 (Ex) は一方通行である。

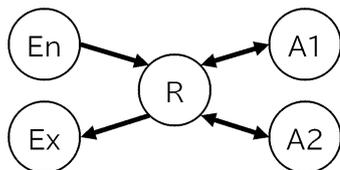


図 2: 取り扱うテーマパークのモデル例

5 結果および考察

本研究では上記の設定で、社会的利用が実現不可能であるかどうかを分析した。表1は $N = 10$ 、 $(st_1, st_2) = (5, 5)$ 、 $(c_1, c_2) = (5, 5)$ の場合、表2は $N = 10$ 、 $(st_1, st_2) = (5, 5)$ 、 $(c_1, c_2) = (2, 2)$ の場合における本実験の結果の一例である。表2より、 U' と U'' の差が0.2であることが分かる。すなわち、社会的利用が実現不可能であることが発生すると判明した。本実験ではほかに、 $(st_1, st_2) = (5, 10), (10, 10)$ 、 $c_1 = c_2 = 1, 3, 6, 10$ のケースで実験を行った。スペースの都合上ほかの実験結果の記載は省略しているが、テーマパーク全体の

表 1: $(st_1, st_2) = (5, 5)$ 、 $(c_1, c_2) = (5, 5)$ の実行結果

	全体の効用 (U', U'')
ナッシュ均衡解	-13.0
全体最適解	-13.0

表 2: $(st_1, st_2) = (5, 5)$ 、 $(c_1, c_2) = (2, 2)$ の実行結果

	全体の効用 (U', U'')
ナッシュ均衡解	-22.0
全体最適解	-21.8

キャパシティ $c_{themepark}$ と訪問者の人数 N を比較して以下のことがいえる。

1. $N \leq c_{themepark}$ の場合：表1より、 U' と U'' の差は0である。この場合においてはキャパシティが十分にあるので、混雑が発生しないよう訪問者を各アトラクションに配分可能な解が存在する。つまり、任意の全体最適解がナッシュ均衡解であるという条件であり、社会的利用が実現可能である。
2. $N > c_{themepark}$ の場合：表2のように、今回我々が試したすべてのケースにおいて、社会的利用の実現不可能、または実現可能か不明であった。

よって少なくとも $A = 2$ 、 $N = 10$ においては、条件 $N \leq c_{themepark}$ は社会的利用の実現可能性を考えるうえで、決定的な条件であることが示された。

6 おわりに

本研究では、テーマパーク問題におけるナッシュ均衡解と全体最適解を分析した。テーマパークのサイズが小さい場合に社会的利用の実現可能性を考えるうえで、決定的な条件の一つが明らかとなった。今後の予定として、訪問者とアトラクションの数を増やしたモデルでの社会的利用の実現可能性の条件を明らかにする。

参考文献

[1] Kawamura, H., Kurumatani, K. and Ohuchi, A.: Modeling of Theme Park Problem with Multi-agent for Mass User Support, *Multi-agent for Mass User Support*, Vol. 3012, pp. 48–69 (2004).

[2] 小野良太, 川村秀憲, 鈴木恵二: TSP に基づく共有資源の社会的利用モデルに関する研究, 情報処理学会研究報告, Vol. 2010-ICS-158, No. 7, pp. 1–8 (2010).