

ADMM \supseteq Projective Dynamics : Fast Simulation of Hyperelastic Models with Dynamic Constraints の実装報告

金田 綾乃,^{a)}

概要: : 本稿は TVCG 2017 にて Matthes らによって発表された ADMM Projective Dynamics: Fast Simulation of Hyperelastic Models with Dynamic Constraints の実装報告である. 近年弾性体シミュレーションを高速化する手法が提案されてきたが, 線形弾性体にしか適応できず, 単純な変形しか扱えなかった. そこで, Matthes らは目的関数の最適化に, 拘束かつ頑健な非線形最適化の手法である ADMM を適応することで非線形弾性での弾性体シミュレーションを可能にした. さらに, 目的関数を非線形の形のまま最適化することによって, 硬い拘束条件化で最適化を行うことも可能である.

1. 手法の概要

肌や布, ゴムなど多くの物体の運動を記述するモデルである弾性体シミュレーションは CG において欠かせない. 有限要素法を基盤とする弾性体シミュレーションでは, 目的関数の最小化問題を解くことで時系列変形を扱う. しかし, ここで定義される弾性エネルギーが非線形であり, 大きな計算コストを要するため, この最小化に関して高速化の研究がなされてきた. Bouaziz[1] らはこの非線形な弾性エネルギーを距離関数として定義し直し, Local/Global optimization を適応することで高速かつ頑健な弾性体シミュレーションを提案した.

$$\min_x \frac{1}{2\Delta t^2} \|\mathbf{x} - \tilde{\mathbf{x}}\|_M^2 + U(\mathbf{D}\mathbf{x}) \quad (1)$$

ここで $\tilde{\mathbf{x}}$ は慣性力, 外力のみを考慮した次ステップの位置, 第二項は局所座標系における拘束条件下でのエネルギーであり, 例えばバネモデルにおいては局所バネ各々が持つ弾性エネルギーが定義される. このように目的関数を変形することで, 局所領域での最適化と, 系全体に対して交互に最適化することで目的関数の最小化を行う手法である. この手法では最終的に, 目的関数を二次形式に近似し, 逆行列が事前計算可能な一次の連立方程式として解くため, 高速な計算が可能だった. しかし, 第二項が二次形式である必要があるため, 非線形弾性体など構成式が非線形な性質も

のへの適応が困難である. そこで Narain[2] らはこの目的関数を ADMM を用いて非線形のまま最適化することで, 高速性を保ったまま非線形物質に適応可能な手法を提案した. ADMM は以下のような最適化問題を扱う

$$\min_{\mathbf{x}, \mathbf{z}} f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z}) \quad (2)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{z} = \mathbf{c} \quad (3)$$

このときこのとき, 第一項を $f(\mathbf{x})$, 第二項の拘束条件を $g(\mathbf{z})$ として非線形のまま最適化することで既存研究では線形弾性体のみが可能だったが, 非線形の弾性体に対しても可能となった. さらに, 第二項で扱える関数の形が増えたことによって, 既存研究では不可能とされていた硬い拘束条件下でのシミュレーションも可能となった. ADMM 最適化は関数が凸関数のときの収束性は保障されているが, らの手法では第二項の拘束条件が非凸関数である. そこで効果的に重み係数を設定することが求められる.

参考文献

- [1] S. Bouaziz S. Martin T. Liu L. Kavan M. Pauly: *Projective dynamics: fusing constraint projections for fast simulation*, ACM Trans. Graph. vol. 33 no. 4 pp. 154:1-154:11 Jul. 2014.
- [2] R. Narain M. Overby G. E. Brown: *ADMM \supseteq Projective Dynamics: Fast Simulation of Hyperelastic Models with Dynamic Constraints*, IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics (Volume: 23, Issue: 10, Oct. 1 2017.

^{†1} 現在, 早稲田大学
Presently with Waseda University
^{a)} kintakosu0721@gmail.com

本文は実際には論文誌ジャーナル編集委員会で作成したものである.