

決定的なデジタルカーリングの戦略

田中 哲朗^{1,a)}

概要: デジタルカーリングの投げたストーンに加わる誤差を 0 にした「決定的なデジタルカーリング」というゲームを提案する。このゲームは二人零和有限完全情報ゲームになり、理論的に各チームの利得が計算可能となる。

本研究では、現時点では決定的なデジタルカーリングの理論的な利得を求めることはできていない、部分的な結果として、各エンドの先攻チームが、相手の得点を 1 点以下に抑える戦略が存在することを示すことができた。

The strategies for deterministic digital curling games

TETSURO TANAKA^{1,a)}

Abstract: We propose a variant of digital curling game named “deterministic digital curling game” in which a thrown stone has no error. Since this game is a finite, zero-sum, two-player game with perfect information, we can compute the expected reward for each player.

In this study, although we have not established the goal to obtain the theoretical game value of the game, we obtained a tentative result showing that the team without the hammer has a strategy which limits the other team’s point to at most one.

1. はじめに

カーリングの戦略に注目してコンピュータプログラムにカーリングをプレイさせるためのフレームワークとしてデジタルカーリング [1] が提案されている。デジタルカーリングでは、実際のカーリングの人間のプレイの戦略に近づけるため、投げるストーンの初速に誤差を加えた上でシミュレーションをおこなう。

ここで、投げるストーンに加わる誤差を 0 にしたゲームを考える。このゲームは二人零和有限確定完全情報ゲームになり、理論的には勝敗が決定可能となる。両チームが最善をつくした時の勝敗を求めることは、カーリングのコンピュータエージェントの作成には無益だが、理論的には興味深い問題となる。

本研究では初速に与える誤差を 0 にしたデジタルカーリングを「決定的なデジタルカーリング」と呼ぶことにする。

本研究では、決定的なデジタルカーリングの理論的な利得が、第 1 エンドの後攻チームの勝利であると予想し、証明を試みたが、現時点では証明できていない。部分的な結果として、各エンドの先攻チームが、相手の得点を 1 点以下に制限する戦略が可能であることを示すことができた。

2. デジタルカーリングの物理

デジタルカーリングシステムは、時間を 1/1000 秒ごとに区切って次のステップのストーンの速度を変化させていくという形でシミュレーションをおこなっているが、そのために、入力の変化に対する出力が不連続に変化する。この性質を避けるため、本研究では、デジタルカーリングそのものを対象とするのではなく、シミュレーションの元となる物理モデルを想定し、その物理モデルを用いて計算をおこなう。

モデルとするデジタルカーリングシステムのバージョンとしては、2018 年 7 月 5 日現在のデジタルカーリングソフ

¹ 東京大学

The University of Tokyo

^{a)} ktanaka@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

トウェア*1を対象にし、制限値として第4回 UEC 杯デジタルカーリング大会通常部門の値を用いる。デジタルカーリングは以下のような性質を持つ*2

- ハウスを上としてリンクをみた時、リンクの左上を (0,0) とし、右にいくにつれて x 座標が大きくなり (最大 4.75m)、下にいくにつれて y 座標が大きくなる (最大 42.5m)。ハウスの中心の座標は (2.375, 4.88) であり、ストーンは (2.375, 41.28) から投げる。
- 8 エンド終了時の得点が多いチームの勝利。8 エンド終了時に同点の場合は、エクストラ・エンドとなり、それ以降のエンド終了時に得点に差がある場合は、多い方の勝利。
- $a = 12.009216 \text{ m/s}^2$ の減速が生じる*3。
- 氷上の曲がりかたは、ストーンの回転方向のみで決まる。
- ストーン同士の衝突で運動エネルギーは失われない。
- 初速の y 成分の大きさの上限は 48.79 m/s *4
- プレイエリア内から外れたストーンは即座に存在が消える。サイドラインに衝突して跳ね返ることはない。

デジタルカーリングの物理モデルでは、ストーンに回転を加えずに初速 v_0 を与えたとき、停止までに進む長さ l は、 $l = v_0^2/2a$ となっている。たとえば、速度 $v_0 = 48.79 \text{ m/s}$ とすると、停止までに進む距離は約 99.178m となる。これは、リンクの長さ 42.5m の倍以上の長さである。

また、速度 v_0 でストーンを投げて*5長さ l 進んだ場所における速度 v は $l < v_0^2/2a$ を満たすならば、 $v = \sqrt{v_0^2 - 2al}$ を満たす。

回転させたストーンの曲がり方は、角速度によらずに右回転か左回転かのみで決まるとして。たとえば左回転のストーンの軌跡は $b = 2/0.066696 \sim 29.9868..$ として、極座標系を用いたときに、 $\theta = \ln r/b$ となる対数螺旋を回転、平行移動したものになっている。

これにより、初速ベクトル $(0, -v_0)$ で左回転で原点から投げたショットは v_0/a 秒後に、 $(-v_0^2b/(2a(b^2 + 1)), -(v_0^2b^2)(2a(b^2 + 1)))$ で止まることになる。

ストーン同士の衝突はデジタルカーリングシステムは、

Box2D*6という物理エンジンを用いているが、ここでは解析のやりやすさを重視して、以下の簡易化したモデルを用いる。

- 衝突前のストーンのみ 0 以外の角速度を持つ。
- 衝突は完全弾性衝突とする。衝突後のストーンはどちらも角速度が 0 になる (直進する) ものとする。
- 衝突は 2 体の衝突のみを考える。2 つのストーンに同時に衝突する現象は短い間隔で続けて衝突が起きるものとして扱う。

このモデルでは、衝突直後の角度から、速度ベクトルの関係を容易に求めることができる。図 1 のように、投げたストーン (T とする) がストーン A に衝突し、接触点は中心からみて、衝突直前のストーン T の速度ベクトル v_i の方向から θ の角度とする。 $-\pi/2 < \theta < \pi/2$ を満たすものと仮定して良い。ストーン A は接触点から垂直方向のみの力を受けると仮定しているので、衝突直後のストーン A の速度ベクトル v_0 の方向は v_i に対して θ の方向となる。ストーン T の衝突直後の速度ベクトル v_1 の v_i に対する角度は ϕ とする。

運動量保存の法則より、

$$|v_0| \sin \theta = |v_1| \sin \phi$$

$$|v_0| \cos \theta + |v_1| \cos \phi = |v_i|$$

が言える。一方で、エネルギー保存の法則より、

$$|v_i|^2 = |v_0|^2 + |v_1|^2$$

が言える。これを満たすためには、 $\theta + \phi = \pi/2$ が成り立ち (v_0 と v_1 が直角)、

$$|v_1| = |v_0| \tan \theta$$

$$|v_i| = |v_0| / \cos \theta$$

の関係になる。

3. エンドごとの戦略

実際のカーリングでは、各エンドごとの各チームの戦略は残りエンド数と、得点差で決まるが、普通のエンドでは後攻チーム (hammer team) にとっては、通常は 2 点を取るのが goal で、1 点を取るのは失敗になる。一方で 0 点に終わるのは、後攻を維持できるので問題ない。一方、先攻チームは相手に 1 点を取らせることを目的とする。

決定的なデジタルカーリングで、

命題 1. 後攻チームがエンドをブランク (0 点) で終わらせようとした時に、先攻チームは阻止できない。

命題 2. 後攻チームがエンドで 1 点以上取ろうとした時に、先攻チームは阻止できない。

*6 <http://box2d.org/>

*1 <http://minerva.cs.uec.ac.jp/curling/wiki.cgi> からダウンロード可能なソフトウェアを使用

*2 デジタルカーリングのプロトコル上は、タイムステップ、速度等に単位をつけずに定義しているが、ここでは 2D 物理演算エンジンである Box2D に与える値を元に sec, m/s を単位としているとして扱った。現実のカーリングよりショットの速度が大きく、また氷の表面の摩擦による加速度が大きい値になっているが、相対的なバランスが取られれば問題ない。

*3 シミュレーションの際、1/1000 秒ごとに速度を変化させるので、それによる誤差は多少はある

*4 この値は過去には大会によって何度か変更されている。大会で上限を定めているのは、エージェントから指定される初速の値であり、乱数を加えられた結果これを超えることがあるとしているが、本研究の前提では乱数を加えないので初速の上限と一致している

*5 デジタルカーリングのプロトコル上は右回転か左回転のストーンしか投げることができない

の2つが成り立てば、第1エンドの後攻チームが必ず勝てることになる。まずは、次節でフリーガードゾーンのないルールのもとで、これを確かめる。

4. フリーガードゾーンのないルール

World Curling Federation にカーリングにフリーガードゾーンが導入されたのは、1990年代であり、フリーガードゾーン自体は新しいルールであるので、まずはフリーガードゾーンのないルールで決定的なカーリングを考えてみる。

まず、以下の補題を示す。

補題 1. ストーンがプレイエリア内の任意の位置1個だけある時に、そのストーンにヒットして、投げたいストーンと両方出すショットが存在する。

プレイエリアの左半分にある時、ストーンの右側に Y 軸に対する角度を $\pi/4, 0.35, 1.35$ として衝突させて、両方のストーンを出すのに必要な初速を図2に示す。黒はプレイエリア外および右半分であり、プレイエリア内左半分のストーンの中心位置の色はストーンを投げたときの初速を、ヒートマップで表している。

ストーンがプレイエリアの左半分にある場合は、 $0.35 \leq \theta \leq 1.35$ の範囲で衝突させてテイクアウトショットが生成できることがいえる。

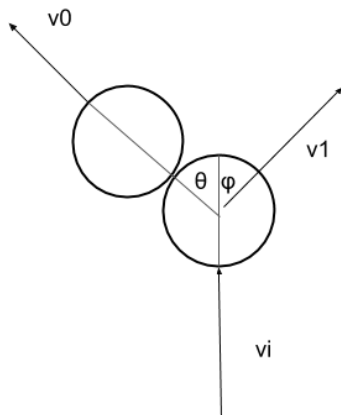


図 1 ストーンの衝突

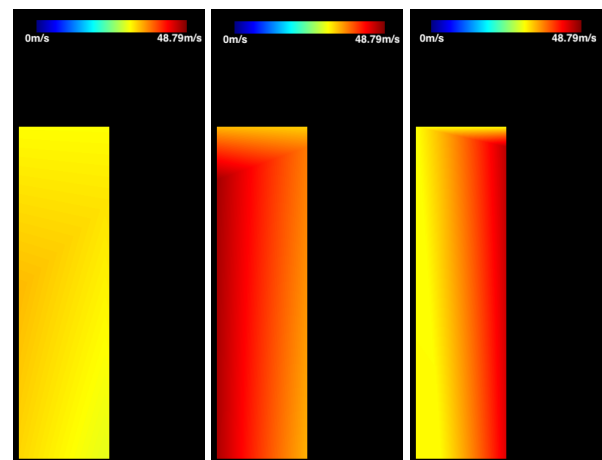


図 2 $\theta = \pi/4, 0.35, 1.35$ で接触させるテイクアウトショットの初速

この前提のもとで、以下が成り立つと命題1も成り立つ。明白ではあるが、一応説明する。

- プレイエリアにストーンが1個ある時、後攻チームは補題1によりそのストーンをテイクアウトして、自分もストーンも残らないショットをおこなう。
- プレイエリアにストーンがない時、後攻チームは自分のストーンを残さないショットをおこなう。

命題2をいうために、以下の補題を考える。

補題 2. 投げる前にプレイエリア内にストーンが1個だけある時、そのストーンがプレイエリア内のどこにあっても、自分の投げたストーンがハウス内のティーの近いところに

なるようなショットが可能である。

これは、この条件の元では、ハウス内のストーンはただか1個であり、ハウス内の中心からの距離が0.61m以下のところにストーンがある場合は、ヒット・アンド・ステイで中心からの距離を0.755m以下にすることができることを示し、それ以外の時は、Tライン上の右側0.61mの点か左側0.61mの点のどちらかへのドロウを両方邪魔をするストーンの配置がないことを示す。

この命題1, 命題2から、フリーガードゾーンがない決定的デジタルカーリングのルールのもとでは、第1エンドの後攻チームは

- 第1-7エンドはブランクエンドとする。
- 第8エンドで1点取る。

ことでゲームに勝つことができ、先攻チームはそれを阻止できないことがわかる。

5. フリーガードゾーンの導入による難しさ

後攻チームにとってラストストーンを持つアドバンテージは大きい。しかし、ラストショット直前のストーンの配置によっては、後攻チームがブランクに持ち込んだり、1点を取れない配置があり得る。例として、(1.30, 4.88), (3.45, 4.88)に先攻チームのストーンがあるケースを考える(図3左)。

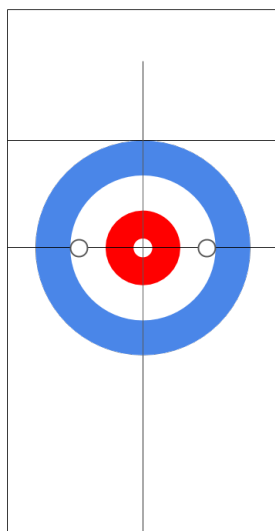


図3 後攻チームがブランクにできないラストストーン配置

ここから、ブランクに持ち込むためには、ハウス内の両方の相手のストーンを両方とも出す必要がある。しかし、そのようなショットは初速の制限値を超える。したがって、ラストショットだけでなく、それまでのショットで有利な配置を保つ必要がある。

6. フリーガードゾーンへの対応

フリーガードゾーンルールによって、各チームの最初の2投(全体の4投目まで)は、相手のストーンをテイクアウト

することは禁止されている。しかし、プレイエリア内で動かすことは可能である。相手のストーンをヒットして、Tラインの後ろでハウスの外のエリア(図4の灰色部分)に移動させ、自分のストーンも出すことができれば良い。

任意の場所のストーンをヒットして、図4左のストーンAや、ストーンBの位置に移動させることができれば良い。フリーガードゾーン内の任意の位置のストーンをストーンAの位置に移動させるのに必要な初速をヒートマップで表したものを、図4中に、ストーンBの位置に移動させるのに必要な初速をヒートマップで表したものを、図4右に示す。このうち、白の部分は目的の位置にストーンを移動できないことを示す。このうち、右側の空白部分は図5左のようにストーンAの位置に移動させるためには、投げられたストーンが衝突する場所がプレイエリア外になってしまうものにあたる。中央付近の空白部分は図5右のように、ストーンAの位置に移動させるショットは生成できるが、その強さではスローしたストーンがプレイエリア外に出ないというケースになる。この範囲は広いので、移動先を、Tラインの後ろでハウスの外のエリアでエッジラインと接する位置*7のどこでもOKとしても移動できないストーンの位置が存在する。

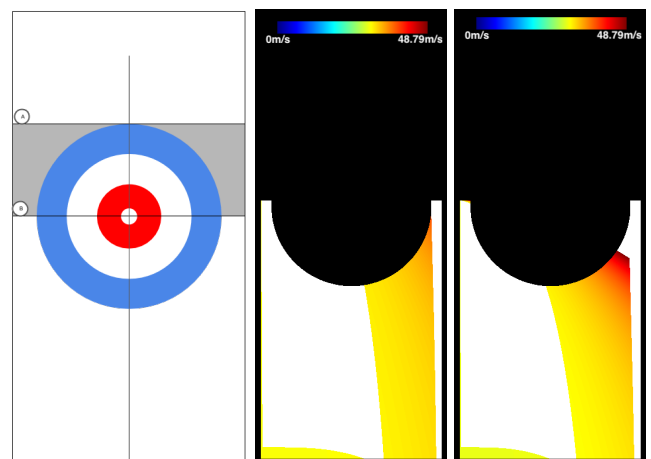


図4 フリーガードゾーン外への移動

そのため、後攻チームの3投目の時点で、先攻チームのストーンがプレイエリア内に3個存在することになる。3投目以降はプレイエリア内のストーンをテイクアウトすることは問題ないので、テイクアウトを繰り返しつつ、後攻チームはラストストーンを投げる時に邪魔にならない配置にストーンを移動させることになる。

「邪魔にならない配置」として、

- ストーンの総数は3個以下
- ストーンが存在する時、少なくとも1個はフリーガードゾーン中のサイドライン上

*7 正確には、微小な距離だけ離れた位置、以下ではエッジライン上と書く

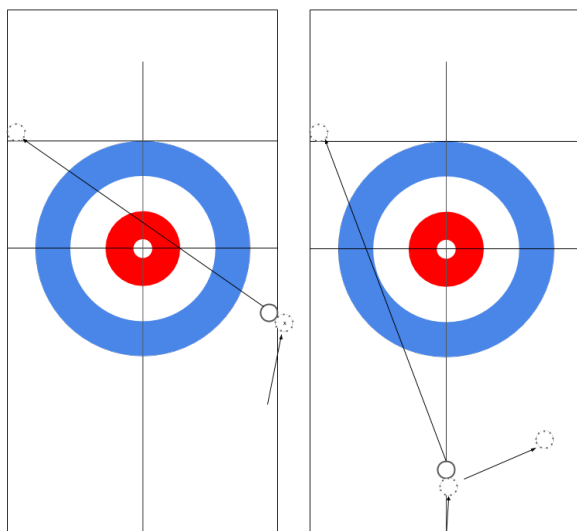


図 5 フリーガードゾーン外に移動できないパターン

- 残りのうちただか 1 個を除いて、サイドライン上のストーンに接触している。

という条件を満たす状態を後攻チームが保つことができると予想している。これを、保つことができれば、ラストストーンの際に後攻チームがブランクにするか、1 点を取るかを決定することができ、全体でも第 1 エンドの後攻チームが勝つことが言えるということになる。

しかし、現時点ではこの予想の証明には成功していない。次節では、これよりも易しい問題である、先攻チームが後攻チームに 2 点以上とらせない戦略が存在することを示す。

7. 先攻チームの戦略

あるエンドで、先攻チームが後攻チームに 2 点以上とらせないために、先攻チームは自分が投げた後に常に以下の性質を満たすようにすれば良い。

性質 1. プレイエリア内のストーンの配置は以下のいずれか

- (1) ストーンが存在しない。
- (2) ストーンが 1 個だけエッジライン上に存在する。

これを維持できれば、後攻チームがラストストーンで 2 つのストーンをハウス内に移動することができないので (エッジライン上のストーンに触れると出すか、エッジライン上の別の場所への Y 軸に平行な移動しかできない)、後攻チームはただか 1 点しか取れない。

まず、先攻チームの 1 投目のストーンはスルーする。後攻チームの 1 投目のストーンがフリーガードゾーン外ならばテイクアウトする。フリーガードゾーン内の場合は、エッジライン上に移動させて、投げたストーンを出すショットを生成することとする。プレイエリアの左半分にあるストーンに右から当てて左のエッジライン上に寄せるショットを当てる角度を変化させながら作成する。図 6 が $\theta = -1.4, -1.65$ で衝突させる時に必要な初速になる。テイクアウトショットと違い、一つの θ を固定してどこにあるストーンでも出せるということはない。

性質 1 が成立しているストーン配置から、先攻チームがどのようなショットをおこなっても、ショット後のストーン配置は以下の性質が成立する状態になる。

性質 2. プレイエリア内のストーンの配置は以下のいずれか

- (1) ストーンが存在しない。
- (2) ストーンが 1 個だけ存在する。
- (3) ストーンが 2 個あり、そのうちの少なくとも 1 個はエッジライン上にある。

先攻チームは、1 の場合はスルーショット、2 の場合は、そのストーンをテイクアウトするショットを生成する。

3 で、エッジライン上のストーンをストーン A、もう 1 個のストーン (こちらもエッジライン上にあっても良い) をストーン B とする。

まず、ストーン A が左のエッジライン上、ストーン B が右半分にある場合を考える。この時、ストーン B を右側に打ち出して、投げたストーン T は左側に飛ばすテイクアウトショットを作成する。ストーン T がストーン A に衝突してプレイエリア内に残ると性質 1 を満たさなくなるが、ストーン T の衝突時の X 座標は $2.375 - 0.145 * 3$ 以上であり、 $\theta = 0.4, 1.3$ の 2 種類のテイクアウトショットで衝突するエッジライン上のストーンは存在しないので、ストーン A のみを残したテイクアウトショットが可能である*⁸。ストーン A が右のエッジライン上、ストーン B が左半分にある場合も同様である。

ストーン A が左のエッジライン上、ストーン B が左半分にある場合は、衝突を避けて考えることはできない。図 7 の白い円がストーン A の位置として、ストーン B の中心が存在し得ない位置を黒で表す。 $\theta = 0.35, 1.35$ のテイクアウトショットのどちらを生成できるストーン B の位置を茶色で表すが、どちらかはストーン A と干渉するストーン B の位置を緑で表す。

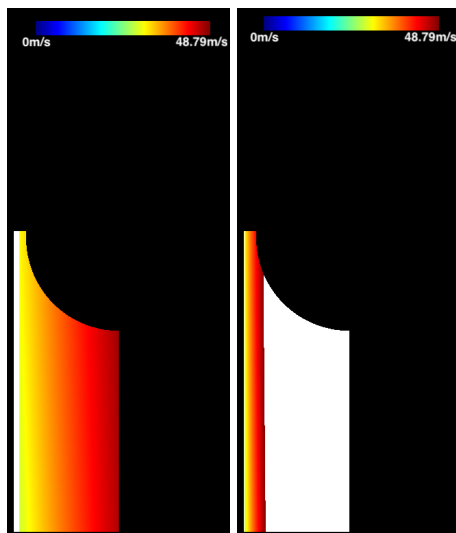


図 6 $\theta = -1.4, -1.65$ で左サイドラインに寄せるショット

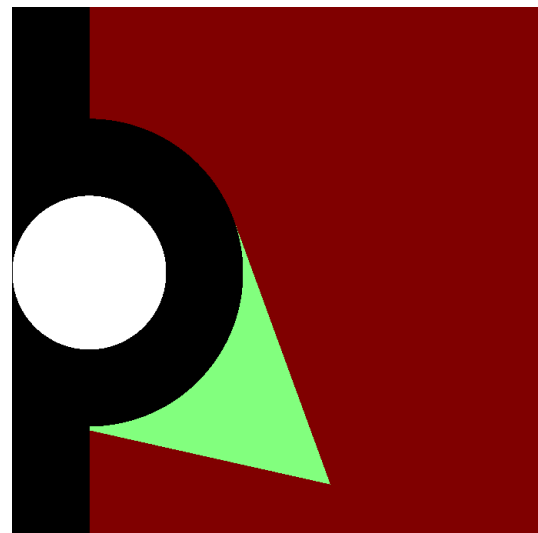


図 7 $\theta = 0.35, 1.35$ のテイクアウトショットがエンドライン上のストーンと干渉するストーン位置

この緑の範囲では、ストーンの半径の $1/100$ のサイズのグリッド座標にストーン B を置いた時に、少なくともストーン B を出して投げたストーンも出るショットが存在することを実際にショットを作成することにより、確かめた*⁹。

当初は、ストーン B には右から当てるショットだけで条件を満たすと想定していたが、左側から当てるショットも必要だった。

*⁸ ストーン T がストーン A と衝突するケースの多くは、適切な θ を選択することで、ストーン T とストーン A の両方を出すことが可能と考えられるが、こちらの方が証明が容易

*⁹ ストーン A の Y 座標により、投げたストーンの衝突前の速度、投げたストーンの角度などが異なるが、それも考慮に入れている

8. 終わりに

投げるストーンに加わる誤差を 0 にしたデジタルカーリングゲームは二人零和有限確定完全情報ゲームになり，理論的には勝敗が決定可能となる．このゲームのゲーム値が第 1 エンドの後攻チームの勝利であると予想し，エンド後攻チームが相手のストーンをサイドライン上あるいは，それに接するストーン 2 個+他のストーン 1 個に保ち続ける戦略の存在を示すという方針だったが，現時点ではまだ示せていない．

一方で，エンドの先攻チームが相手の得点を 1 点以下におさえる戦略が存在することは，ある程度の数値実験から示せそうだという途中結果は得た．今後は，本来の目標である，ゲーム全体の理論的な勝敗を示すと共に，数値実験に関する根拠を示すことが必要となる．

本研究は JSPS 科研費 18K11600 の助成を受けて行われた．

参考文献

- [1] Ito, Takeshi, and Yuuma Kitasei. Proposal and implementation of digital curling. Computational Intelligence and Games (CIG), 2015 IEEE Conference on. IEEE, 2015.
- [2] Coleman, Gabrielle. Introduction to curling strategy. 2014.