Vol. 47 No. SIG 10(CVIM 15) 情報処理学会論文誌：コンピュータビジョンとイメージメディア July 2006

周波数領域最適化法による MAP 型超解像処理の高速化

田 中 正 行[†] 奥 富 正 敏[†]

複数の低解像度画像より高解像度画像を復元する方法として超解像処理がある．再構成型超解像処理に分類される MAP 型超解像処理が広く知られている．MAP 型超解像処理は，複数の低解像度画像が与えられたときの高解像度画像の事後確率の最適化問題として定式化される．従来法では，この評価関数は空間領域における高解像度画像に対して定義され，最適化が行われている．本論文では，周波数領域における高解像度画像に対して，評価関数を定義し，最適化を行う方法を提案する．周波数領域における高解像度画像と空間領域における高解像度画像は，フーリエ変換により 1 対 1 に対応付けられている．そのため，本論文で提案する周波数領域での最適化計算でも，従来の空間領域での最適化計算と同等の高解像度画像を得ることができる．一方，周波数領域で最適化することにより，従来の MAP 型超解像に比較して，大幅に計算コストを減少させることができる．実画像を利用した実験に提案手法を適用することにより，従来の方法に比べて，計算コストは 8.12 [%] に，計算時間は 0.10 [%] に減少させることができることを確認した．また，高解像度画像の推定精度もほぼ同程度であることも同時に確認した．

A Fast Algorithm for MAP Super-resolution by Frequency-domain Optimization

Masayuki Tanaka[†] and Masatoshi Okutomi[†]

A super-resolution process produces a high-resolution image from a set of low-resolution images. A MAP super-resolution is one of famous reconstruction-based algorithms. The MAP super-resolution is a sort of optimization problem with respect to the high-resolution image. An evaluation function that is optimized is a posteriori density. The evaluation function is usually defined with respect to the high-resolution image in spatial domain. In this paper, a MAP algorithm that optimizes with respect to the high-resolution image in frequency domain is newly proposed. The optimization in frequency domain is equivalent to the optimization in spatial domain, because Fourier transformation which maps from spatial domain to frequency domain is one-to-one mapping. Experimental results show that the calculation time of the proposed method is reduced 0.10 [%] of the calculation time of the conventional method. A calculation cost is also reduced 8.12 [%].

1. はじめに

超解像処理とは，位置ずれのある複数の低解像度画像から 1 つの高解像度画像を再構成する処理であり，近年，数多くの研究が報告されている[1)~10)]．超解像処理はいくつかの種類に分類されており[1)]，周波数領域法と再構成型超解像処理と呼ばれる方法がよく知られている．

周波数領域法では，低解像度画像に含まれるエイリアシングの影響を陽に利用して，高解像度画像を再構成する[2),3)]．カメラの動きを平行移動に限定し，連続フーリエ変換と離散フーリエ変換の関係に基づき，周波数領域法の処理は行われる．この周波数領域の方法は，その後，Kim らによって拡張されている[4),5)]．

再構成型超解像処理はもう 1 つの有名な超解像処理の枠組みである．再構成型超解像処理の中でも MAP（Maximum A Posterior）法と呼ばれる手法が広く利用されている[7)]．MAP 法は，先見情報を利用して事後確率を最大化することにより，高解像度画像を再構成する方法である．ほとんどの超解像処理の研究はグレイスケール画像に対して行われているが，Bayer 配列の低解像度画像から高解像度カラー画像を再構成する方法も提案されている[9),10)]．さらに，超解像処理における倍率の限界に関する研究も報告されている[11)~14)]．

ところで，MAP 法は安定に高解像度画像を再構成可能であることが知られているが，計算コストが大きいことが問題である[1)]．そのため，従来から MAP 法

† 東京工業大学
Tokyo Institute of Technology

の高速化の研究がなされている．MAP 法は，ある評価関数の最適化問題として定式化されるが，Nguyen らは[15]，最適化計算に前処理付共役勾配法を利用することで効率的な計算を行う方法を提案している．また，Elad らは[16),17]，位置ずれを平行移動に限定して高速なアルゴリズムを提案している．Elad らの方法は，複数の低解像度画像を位置合わせし，高解像度画像の画素間隔にリサンプリングを行い，その画像に対して超解像処理を行う方法である．

一方，筆者らは，評価関数を計算するための画素値推定計算回数を低減させるという観点から，高速アルゴリズムを提案している[18]．このアルゴリズムは，複数の低解像度画像を位置合わせし，高解像度画像空間に離散化点を設定し，離散化点近傍に対応する画素の平均画素値を利用することを特徴としている．このとき，離散化点近傍に対応する画素の個数を重みとして考慮することにより，推定精度を落とさず高速に計算可能であることが示されている[18]．

ところで，従来の再構成型超解像処理は，いずれも空間領域における高解像度画像に対して最適化計算を行っている[1),6),7),9),10),18]．本論文では，周波数領域での高解像度画像に対して最適化計算を行う MAP 型超解像処理を新たに提案する[24]．フーリエ変換により，空間領域の画像と周波数領域の画像は 1 対 1 に対応付けられる．このため，周波数領域において高解像度画像を最適化することと，空間領域において高解像度画像を最適化することは，等価な処理であるといえる．その一方で，周波数領域の画像を最適化することにより計算コストを大幅に低減できる．また，提案手法は周波数領域の画像を最適化するが，その評価関数は MAP 法に基づいており，周波数領域法とは異なるアプローチである．

多くの再構成型超解像処理は行列演算に基づいた定式化である[16),17]．一方，提案手法では画像演算に基づき定式化が行われている点も特徴の 1 つである．近年の計算機は，高速に画像演算が可能なアーキテクチャがよく利用されており，画像演算に基づき計算を行うことにより，実際の計算時間を短縮することができる．

本論文では，これまでに提案されている評価関数を利用する[18]．周波数領域における最適化計算の定式化に先立ち，まず，評価関数とその微分を，基本的な画像演算の組合せにより計算する方法を導出する．次に，周波数領域における最適化計算方法を提案し，計算量および計算時間の比較を行う．さらに，提案手法を手持ちカメラで撮影した実画像に対して適用し，提案手法の有効性を確認する．

2. MAP 法の原理と従来の高速化手法

まず，MAP 法の原理を概説した後，著者らがこれまでに報告している高速化方法について簡単に述べる．

2.1 MAP 法の原理

観測された複数の低解像度画像を条件としたとき，事後確率を最大にするように高解像度画像を再構成する方法が MAP 法である．MAP 法は，事後確率を評価関数とした最適化問題として定式化される．未知数が非常に多いことから，最適化計算には共役勾配法や[19),20]，前処理付共役勾配法[15] などの繰返し最適化法が利用されている．

従来の MAP 法の評価関数は，推定画素値と観測画素値の誤差の二乗和である誤差項と，高解像度画像の事前確率情報である拘束項の和として式 (1) のように表される．

$$I = \sum_{i=1}^{N_l} \left[\mathbf{b}(x_i, y_i)^T \cdot \mathbf{h} - f_i \right]^2 + \alpha \, ||\mathbf{c} * \mathbf{h}||_2^2 \tag{1}$$

ここで，$\mathbf{h}$ は高解像度画像のベクトル表現を，i は低解像度画像の画素を識別する番号を，(x_i, y_i) は位置合わせ後の i 番目の画素位置を，f_i は画素値を，$\mathbf{b}(x_i, y_i)$ は位置 (x_i, y_i) に対応する PSF（Point Spread Function）カーネルのベクトル表現を，$\mathbf{c}$ は高解像度画像の事前情報を表すカーネルのベクトル表現を，T は行列の転置を，$*$ は畳込み積分を，$||\cdot||_2$ は L_2 ノルムを，α は拘束の強さを表す拘束パラメータを，それぞれ表す．また，N_l は複数の低解像度画像の総画素数を表し，低解像度画像の注目領域の大きさ（$W_l \times H_l$）と低解像度画像の枚数 F_l の積になる．なお，位置合わせにより複数の低解像度画像は，不等間隔にサンプリングされた画素と考えることができる．このため，位置合わせ後の画素位置と画素値の集合 $\{(x_i, y_i, f_i)\}$ を考え，この集合をレジストレーションデータと呼ぶことにする．レジストレーションデータは概念的に**図 1** の右下の観測データに対応する．

式 (1) では，レジストレーションデータの位置 (x_i, y_i) を離散化せず，実数として扱っている．また，ここでは画像間の位置ずれを射影変換で表すため，PSF カーネルは各レジストレーションデータごとに異なる．射影変換による PSF の変形を考慮する方法は Capel により示されており[23]，本論文では式 (1) の評価関数に基づく超解像処理を Capel の方法と呼ぶことにする．Capel の方法は，近似を用いない方法である．

超解像処理の計算時間は，評価関数を計算するため

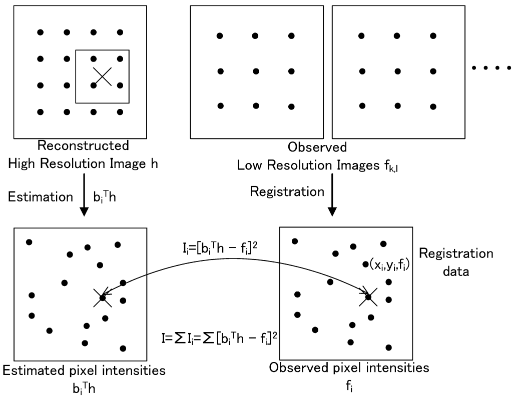


図 1 超解像処理の概念図
Fig. 1 Basic idea of super-resolution process.

に必要な画素値推定計算の回数に比例することが報告されている[18]．Capel の方法の場合，評価関数を計算するために必要な画素値推定計算の回数は，低解像度画像の総画素数に等しい．

2.2 平均画素値による評価関数

筆者らは，少ない低解像度画像の画素値推定計算で，精度を落とさずに高解像度画像を再構成できる評価関数を利用した高速化手法を提案している[18]．この高速化手法では，まず，PSF の変形は小さいと仮定し，1 つの共通な PSF に近似する．さらに，レジストレーションデータの位置 (x_i, y_i) を離散化点に近似し，等しい離散化点に離散化された画素の平均画素値を利用している．この平均画素値と高解像度画像から推定される推定画素値との誤差に基づき，評価関数は定義されている．そのため，この評価関数を平均画素値による評価関数と呼ぶことにする．なお，本論文では，離散化点は高解像度画像の画素の中心位置と等しいものとする．

平均画素値による評価関数 J は式 (2) のように表される．

$$J = \sum_{j=1}^{N_h} w_j \left[\mathbf{b}(x_j, y_j)^T \cdot \mathbf{h} - g_j\right]^2 + \alpha \, ||\mathbf{c} * \mathbf{h}||_2^2 \tag{2}$$

ここで，

$$g_j = \frac{1}{w_j} \sum_{i \in R_j} f_i \tag{3}$$

である．ただし，N_h は高解像度画像の画素数を，j は高解像度画像の画素を識別する番号を，R_j は j 番目の高解像度画像の画素位置に離散化されるレジストレーションデータの番号の集合を，w_j は R_j の要素数を，それぞれ表す．

平均画素値による評価関数を利用することにより，Capel の方法よりも小さい計算コストで，高解像度画像が再構成されることが示されており，離散化による誤差の評価も行われている[18]．

3. 高速化 MAP 型超解像処理

前章で述べた従来の超解像処理は，空間領域の高解像度画像の最適化問題として定式化されている．そこで，まず，平均画素値による評価関数を，5 つの画像の画像演算の組合せとして再定義する．次に，再定義された評価関数に基づき，周波数領域の高解像度画像に関する評価関数を新しく定義する．さらに，提案手法の高速化 MAP 型超解像処理と従来の方法の計算量と計算時間の比較を行う．

3.1 平均画素値による評価関数の再定義

低解像度画像の平均画素値 g_j は高解像度画像の画素ごとに定義されているので，高解像度画像と同じ解像度を有する画像と考えることができる．この低解像度画像の平均画素値からなる画像を平均画像と呼び，$\mathbf{g}$ と表すことにする．なお，平均画像は，すべての画素で定義されているわけではないが，定義されていない画素に関してはその画素値を 0 とする．また，式 (2) 中の w_j も高解像度画像の各画素で定義されており，1 つの画像と考えることができる．式 (2) 中で重みとして作用していることから，この画像を重み画像と呼び，$\mathbf{w}$ と表すことにする．PSF と拘束カーネルも画素値が定義されていない画素を 0 と考えることにより，高解像度画像と同じ解像度の画像と考えることができる．PSF の画像を PSF 画像 $\mathbf{b}$，拘束カーネルの画像を拘束カーネル画像 $\mathbf{c}$ と，それぞれ呼ぶことにする．なお，元の PSF を，PSF カーネルと呼ぶことにし，PSF 画像と区別する．

ここで，平均画素値による評価関数とその微分を，以上の 5 つの画像の画像演算の組合せとして計算することを考える．高解像度画像 $\mathbf{h}$，PSF 画像 $\mathbf{b}$，平均画像 $\mathbf{g}$，重み画像 $\mathbf{w}$，および拘束カーネル画像 $\mathbf{c}$ を利用して，平均画素値による評価関数は，式 (4) のように再定義される．

$$J(\mathbf{h}) = (\mathbf{b} * \mathbf{h} - \mathbf{g})^H \ \mathrm{diag}(\mathbf{w}) \ (\mathbf{b} * \mathbf{h} - \mathbf{g}) + \alpha \, ||\mathbf{c} * \mathbf{h}||_2^2 \tag{4}$$

ここで，$\mathrm{diag}(\mathbf{w})$ は $\mathbf{w}$ を対角要素に持つ対角行列を，H は共役転置演算子を，それぞれ表す．式 (4) は，評価関数 J が基本的な画像演算の組合せにより算出されることを示している．また，評価関数 J の高解像度画像 $\mathbf{h}$ に対する微分は式 (5) のように表される．

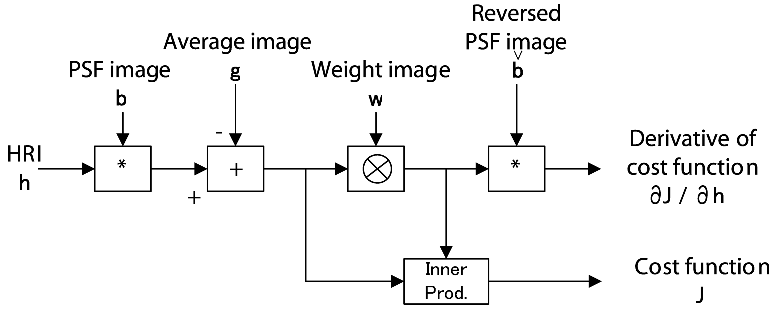


図 2 空間領域最適化法の誤差項とその微分の計算．ここで，$\otimes$ は各要素ごとの乗算を，$*$ は畳込み演算を，それぞれ表す

Fig. 2 Block diagram of error component and its derivative of spatial domain optimization, where $\otimes$ is multiplication of each elements, and $*$ is convolution operator.

$$\frac{1}{2}\frac{\partial J}{\partial \mathbf{h}} = \check{\mathbf{b}} * [\mathrm{diag}(\mathbf{w})\,(\mathbf{b} * \mathbf{h} - \mathbf{g})] + \alpha\,\check{\mathbf{c}} * \mathbf{c} * \mathbf{h} \tag{5}$$

なお，付録 A.1 に式 (5) の誤差項に関する導出を示す．評価関数の微分も，同様に基本的な画像演算の組合せにより計算可能である．

誤差項に関して，評価関数とその微分の計算のブロック図を，**図 2** に示す．本論文では，式 (4) の評価関数に基づく超解像処理を，空間領域最適化法と呼ぶことにする．

ところで，平均画像の画素値が定義されていない画素の画素値を 0 と仮定したが，その影響について簡単に検証する．平均画像の画素値が定義されていない画素は，重み画像の画素値（重み）が 0 の画素に対応する．式 (4)，(5) から，定義されていない画素に関する推定誤差は，0 の重みがかけられるため，無視されることが分かる．つまり，定義されていない画素に設定する値にかかわらず，その画素は評価関数に影響を与えないことが分かる．

また，近年の計算機は画像演算を高速に行うことができるアーキテクチャが利用されていることが多い．そのため，画像演算の組合せにより，評価関数とその微分を計算することにより，実際の計算時間を短縮させることが可能である．

3.2 周波数領域最適化法

前節では，空間領域の高解像度画像に対して評価関数が再定義され，空間領域の高解像度画像に対する最適化を行う方法を述べた．本節では，平均画素値による評価関数を周波数領域の高解像度画像に対して最適化する方法を新しく提案する．

ところで，よく知られているように空間領域の画像 $\mathbf{h}$ とそのフーリエ変換に対応する周波数領域の画像 $\tilde{\mathbf{h}}$ には 1 対 1 の関係がある．そのため，空間領域の画像 $\mathbf{h}$ に対してではなく，周波数領域の画像 $\tilde{\mathbf{h}}$ に対して最適化計算を行い，高解像度画像を再構成することも可能である．このように，周波数領域での画像 $\tilde{\mathbf{h}}$ に対して最適化を行うことを考えると，その評価関数 $\tilde{J}(\tilde{\mathbf{h}})$ は式 (6) のように表される．

$$\begin{aligned}\tilde{J}(\tilde{\mathbf{h}}) &= J(\mathbf{F}^{-1}[\tilde{\mathbf{h}}]) \\ &= ||\mathbf{F}^{-1}[\mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{b}})\,\tilde{\mathbf{h}}] - \mathbf{g}||^2_{\mathbf{w}} \\ &\quad + \frac{\alpha}{\rho}\,||\mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{c}})\,\tilde{\mathbf{h}}||^2_2\end{aligned} \tag{6}$$

ここで，ρ はフーリエ変換の定義により定まる定数成分を規格化する定数を表す．同様に，評価関数 $\tilde{J}$ の周波数領域での高解像度画像 $\tilde{\mathbf{h}}$ に対する微分は式 (7) のように表される．

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \tilde{J}}{\partial \tilde{\mathbf{h}}} = \mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{b}}')\,\mathbf{F}\left[\mathrm{diag}(\mathbf{w})(\mathbf{F}^{-1}[\mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{b}})\,\tilde{\mathbf{h}}] - \mathbf{g})\right] + \frac{\alpha}{\rho}\,\mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{c}}')\,\mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{c}})\,\tilde{\mathbf{h}} \tag{7}$$

なお，付録 A.2 に式 (7) の誤差項に関する導出を示す．

図 3 に，周波数領域での最適化による評価関数とその微分の計算のブロック図を示す．なお，本論文では，式 (6) の評価関数に基づく超解像処理を，周波数領域最適化法と呼ぶことにする．

周波数領域最適化法は，式 (6) の評価関数の最適化問題であり，その評価関数の誤差項は空間領域で定義されている．したがって，周波数領域での高解像度画像に対して最適化計算を行うが，周波数領域最適化法は，1 章で紹介した周波数領域法とは異なり，MAP 型超解像処理の応用であるといえる．

さらに，評価関数とその微分の計算を図 3 のようなブロック図として表現することにより，ハードウェアによる実装などが容易になる．

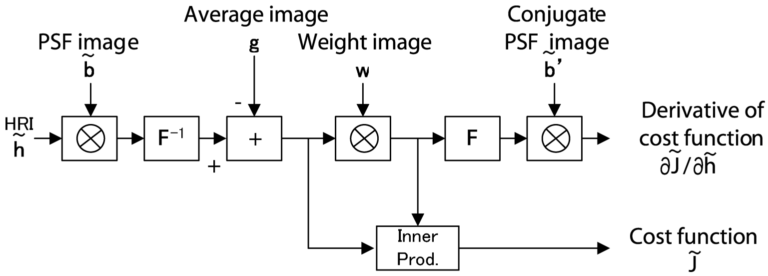


図 3　周波数領域最適化法の誤差項とその微分の計算．ここで，⊗ は各要素ごとの乗算を，$\mathbf{F}$，$\mathbf{F}^{-1}$ はフーリエ変換，逆フーリエ変換を，それぞれ表す

Fig. 3　Block diagram of error component and its derivative of frequency-domain optimization, where ⊗ is multiplication of each elements, $\mathbf{F}$ is Fourier transformation, and $\mathbf{F}^{-1}$ is inverse Fourier transformation.

表 1　各画像演算の乗算回数．ここで，N_b は PSF カーネルの画素数を，N_h は高解像度画像の画素数を，N_h^F は高解像度画像を FFT するために必要な最小の画素数を，それぞれ表す

Table 1　List of multiplications of image operations, where N_b is number of pixels of PSF kernel, N_h is number of HRI, and N_h^F is minimum number of pixels for FFT.

Image operation	Num. of multiplications
Convolution ($*$)	$N_b N_h$
Mul. in spatial domain ($\otimes$)	N_h
Mul. in frequency domain ($\otimes$)	$2N_h^F$
FFT ($\mathbf{F}, \mathbf{F}^{-1}$)	$N_h^F \log_2 N_h^F$
Inner Prod. in spatial domain	N_h
Inner Prod. in frequency domain	N_h^F

3.3　計算量の比較

高速化の効果は，計算機の構造や実装方法によって大きく異なる．そこで，計算量の比較を行うことにより，アルゴリズムとしての高速化の効果を検討する．

評価関数とその微分の計算では，拘束項の計算に比較して誤差項の計算の計算コストが大きいことが知られている[18]．そこで，本節では，これまでに述べてきた 3 種類の計算方法に対して，評価関数の誤差項とその微分の計算量を実数の乗算回数を基に比較する．

各画像演算に関する乗算回数を**表 1** にまとめる．ここでは，実数の乗算回数に着目しているため，1 回の複素数の乗算は 4 回の実数の乗算としている．表 1 に示す乗算回数と 3 種類それぞれの計算方法のブロック図から，乗算回数を求めた結果を**表 2** にまとめる．なお，従来法に関する評価関数の微分は示していないが，同様に乗算回数を算出することができる．表 2 より，乗算回数はそれぞれの画像の画素数に依存していることが分かる．

そこで，まず，高解像度画像の画素数に対する 3 種類の方法の乗算回数の変化を**図 4** に示す．ここで，高解像度画像の画素数以外のパラメータに関しては，5 章

表 2　3 種類のアルゴリズムの誤差項とその微分を計算するために必要な乗算回数の比較．ここで，N_b は PSF カーネルの画素数を，N_h は高解像度画像の画素数を N_l はすべての低解像度画像の画素数を，N_h^F は高解像度画像を FFT するために必要な最小の画素数を，それぞれ表す

Table 2　Number of multiplication of three algorithms for error components and their derivatives, where N_b is number of pixels of PSF kernel, N_h is number of HRI, and N_h^F is minimum number of pixels for FFT.

Method	Num. of multiplications
Capel's method	$N_b^2 N_l + N_l$
Spatial domain optimization	$2N_b N_h + 2N_h$
Frequency-domain optimization	$2N_h^F \log_2 N_h^F + 4N_h^F + 2N_h$

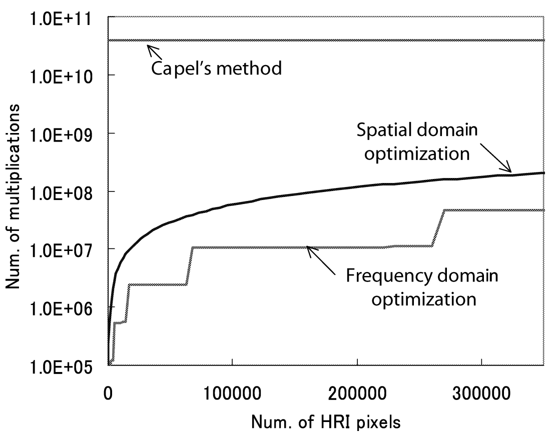


図 4　高解像度画像の画素数変化に対する乗算回数の変化．ここで，PSF カーネルの画素数は $N_b = 289$（$= 17 \times 17$），すべての低解像度画像の画素数は $N_l = 468{,}750$（$= 125 \times 125 \times$ [frame]）である

Fig. 4　Relation between number of HRI's pixels and number of multiplications, where number of pixels of PSF kernel N_b is 289 ($= 17 \times 17$), and number of total LRIs's pixels N_l is 468,750 ($= 125 \times 125 \times$ [frame]).

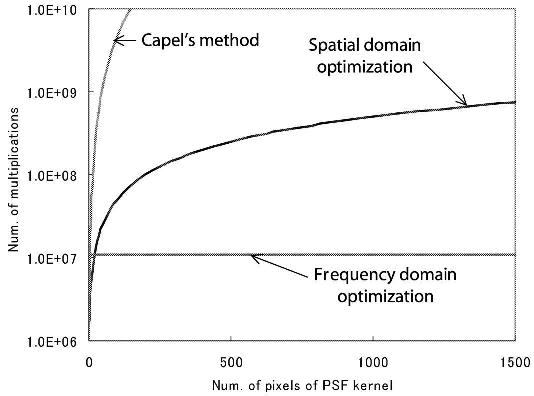


図 5 PSF カーネルの画素数変化に対する乗算回数の変化．ここで，高解像度画像の画素数は $N_h = 250{,}000$（$= 500 \times 500$），すべての低解像度画像の画素数は $N_l = 468{,}750$（$= 125 \times 125 \times$ [frame]）である

Fig. 5 Relation between number of pixels of PSF kernel and number of multiplications, where number of HRI's pixels N_h is 250,000 ($= 500 \times 500$), and number of total LRIs's pixels N_l is 468,750 ($= 125 \times 125 \times$ [frame]).

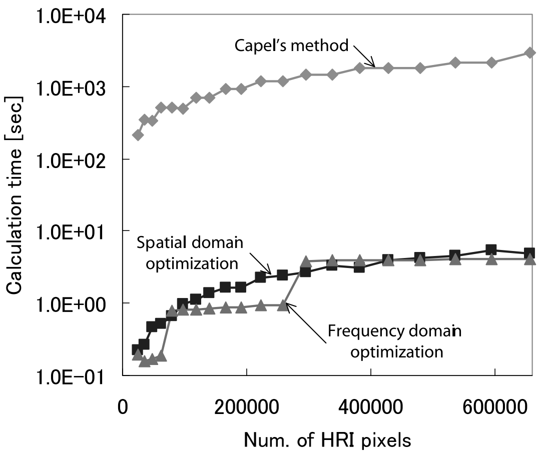


図 6 高解像度画像の画素数変化に対する計算時間の変化．ここで，PSF カーネルの画素数は $N_b = 289$（$= 17 \times 17$），すべての低解像度画像の画素数は $N_l = 468{,}750$（$= 125 \times 125 \times$ [frame]）である

Fig. 6 Relation between number of HRI's pixels and calculation time, where number of pixels of PSF kernel N_b is 289 ($= 17 \times 17$), and number of total LRIs's pixels N_l is 468,750 ($= 125 \times 125 \times$ [frame]).

で述べる実験のパラメータを利用して計算している．図 4 より，高解像度画像の画素数によらず，提案している周波数領域最適化法の乗算回数が最も少ないことが分かる．次に，PSF カーネルの画素数の変化に対する乗算回数の変化を**図 5** に示す．同様に PSF カーネルの画素数以外のパラメータは実験で用いた値を利用している．PSF カーネルの画素数が 25（$= 5 \times 5$）以上で，提案している周波数領域最適化法の乗算回数が最も少ない．超解像処理に利用される PSF カーネルの画素数は，一般に 25（$= 5 \times 5$）以上である．したがって，一般的な条件の下では，提案の周波数領域最適化法の乗算回数が最も少ないことが確認された．

3.4 計算時間の比較

前節と同様な条件で，実際の計算時間の比較を行った．計算には，2.8 [GHz]（Pentium 4）の CPU を使用した．**図 6** に高解像度画像の画素数に対する計算時間の変化を，**図 7** に PSF カーネルの画素数に対する計算時間の変化を，それぞれ示す．どちらの場合も，前節の計算量の変化と同様な傾向が確認される．

4. 実画像を用いた実験

手持ちカメラにより撮影された実画像に対して，提案した高速計算手法を適用し，その有効性を確認する．撮影には，Point Grey 社製 Dragonfly を使用した．超解像処理には，30 枚の観測画像を低解像度画像として利用した．低解像度画像の 125×125 の領域を，倍率 4×4 に超解像処理し，500×500 の高解像度画像を再

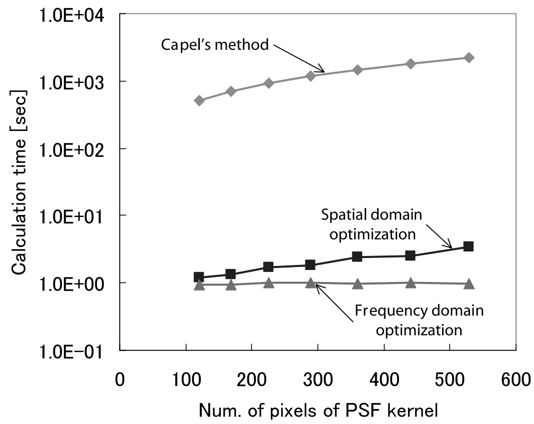


図 7 PSF カーネルの画素数変化に対する計算時間の変化．ここで，高解像度画像の画素数は $N_h = 250{,}000$（$= 500 \times 500$），すべての低解像度画像の画素数は $N_l = 468{,}750$（$= 125 \times 125 \times$ [frame]）である

Fig. 7 Relation between number of pixels of PSF kernel and calculation time, where number of HRI's pixels N_h is 250,000 ($= 500 \times 500$), and number of total LRIs's pixels N_l is 468,750 ($= 125 \times 125 \times$ [frame]).

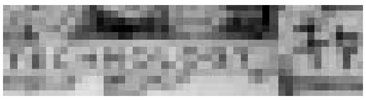
構成した．PSF は標準偏差 0.6 [LRI pixel]☆のガウシアン PSF を利用した．このとき，PSF カーネルの範囲を標準偏差の 3 倍としたので，PSF カーネルの画素数は 289（$= 17 \times 17$）となった．また，拘束項には

☆ LRI pixel は観測画像である低解像度画像の画素間隔を 1 とする単位である．

高解像度画像の二次微分のノルムを利用し，拘束化パラメータ α は 2×10^{-3} とした．高解像度画像の二次微分を求めるために 8 近傍のラプラシアンフィルタを用いている．最適化計算は最急降下法を利用し，繰返し回数は 20 回とした．画像のレジストレーションは，手持ちカメラであることを考慮し，射影変換を仮定した勾配法を利用した[21]．なお，計算には，2.8 [GHz]（Pentium 4）の CPU を使用した．

図 8 に低解像度画像の 1 枚を，**図 9** に Capel の方法による超解像処理結果を示す．Capel の方法は近似を行っておらず，MAP 法の超解像処理の理論式に厳密に基づいた計算方法である．図 9 と図 8 を比較して，明らかに解像感が向上しており，MAP 法による超解像処理の効果が確認できる．

(a) Whole image (500 × 500)



(b) Zoomed image (200 × 50)

図 8　低解像度画像（観測画像）の拡大図
Fig. 8　LRI (observed image).

(a) Whole image (500 × 500)

(b) Zoomed image (200 × 50)

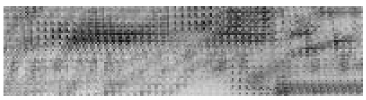
図 9　Capel の方法による超解像処理結果
Fig. 9　Super-resolution result by Capel's method.

従来の超解像処理の高速化手法として知られている Elad らの高速化方法[16] による超解像処理結果を**図 10** に示す．Elad らの高速化方法は，平均画素値による評価関数による超解像処理に対応しているが，平行移動成分の位置ずれにしか対応していない．そのため，Elad らの高速化方法に対しては，平行移動のみを仮定したレジストレーションを行っている．図 10 に示す Elad らの高速化方法では，高解像度画像は正しく再構成されていない．これは，Elad らの方法は，位置ずれを平行移動成分のみに仮定しているためである．実際の手持ちカメラによる撮影によって生じる位置ずれは，平行移動だけでは表されないことが原因である．

次に，提案手法による超解像処理の高速化手法の効果を確認する．**図 11** に空間領域最適化法による超解像処理結果を，**図 12** に周波数領域最適化法による超解像処理結果を，それぞれ示す．図 11 および図 12 ともに，画像を観察したうえでは図 9 に示した近似を用いていない Capel の方法による超解像処理結果と同等に解像感が向上している．

真の高解像度画像が未知であることから，それぞれの処理結果の絶対的な誤差を定量的に評価することはできない．そのため，真の高解像度画像との差ではなく，それぞれの処理結果の差を定量的に評価することにする．処理結果を定量的に評価するために，各画像

(a) Whole image (500 × 500)



(b) Zoomed image (200 × 50)

図 10　Elad らの方法[16] による超解像処理結果
Fig. 10　Super-resolution result by Elad's method.

(a) Whole image (500 × 500)

(b) Zoomed image (200 × 50)

図 11 空間領域最適化法による超解像処理結果
Fig. 11 Super-resolution result by spatial domain optimization method.

(a) Whole image (500 × 500)

(b) Zoomed image (200 × 50)

図 12 周波数領域最適化法による超解像処理結果
Fig. 12 Super-resolution result by frequency-domain optimization method.

間の PSNR と Universal Quality Index（UQI）を算出した．UQI は Wang らにより提案された画質評価の指標である[22]．この指標は，2 つの画像間に対して定義され，0 から 1 の値をとる．UQI が大きければ大きいほど，2 つの画像が似ていることを示し，特に UQI が 1 であれば 2 つの画像は完全に一致している．図 9 から図 12 の結果に加えて，地図，テストチャート，新聞および顔を同様な条件で撮影し，それぞれ超解像処理を施した．これら 5 つの撮影対象に対して，4 種類の超解像処理方法の結果の組合せに対して PSNR と UQI を計算し，それぞれ平均値を求めた．その結果を**表 3** に示す．近似を用いていない Capel の方法の超解像処理結果と比較したとき，空間領域最適化法と周波数領域最適化法による超解像処理結果の UQI はともに 0.99 である．また，対応する PSNR の値も，提案手法による超解像処理結果が厳密な方法による超解像処理結果とほとんど一致していることが定量的にも確認された．高解像画像と PSF 画像との畳込み演算を行う際の境界条件が違うため，空間領域最適化法と周波数領域最適化法で超解像処理結果が厳密に等しくならない．

次に，計算時間と計算コストに対応する乗算回数を比較する．前述の 5 つの撮影対象に対して超解像処理を行ったときの計算時間と乗算回数の平均値を，**表 4** に示す．近似を用いていない Capel の方法の計算時間は約 20 [min] であるのに対して，提案している周波数領域最適化法の計算時間は 1.23 [sec] である．さらに，すでに述べたようにその処理結果はほとんど一致して

表 3 5 つの撮影対象に関する PSNR（Peak Signal to Noise Ratio）と UQI（Universal Quality Index）の平均値．上段に PSNR を，下段に UQI をそれぞれ示す．ここで，“Capel” は Capel の方法を，“Elad” は Elad らの高速化法を，“Spatial” は空間領域最適化法を，“Freq.” は周波数領域最適化法を，それぞれ表す
Table 3 Average of PSNR and UQI, where “Capel” is Capel’s method, “Elad” is Elad, et al.’s method, “Spatial” is spatial domain optimization, and “Freq.” is frequency domain optimization.

	Elad	Spatial	Freq.
Capel	19.91 [dB] 0.30	37.04 [dB] 0.97	37.02 [dB] 0.97
Elad		19.89 [dB] 0.31	19.91 [dB] 0.31
Spatial			57.25 [dB] 1.00

表 4 5 つの撮影対象に関する計算時間と乗算回数の平均値．括弧内は，Capel の方法に対する比率を表す
Table 4 Average of calculation time and number of multiplications. Ratios to Capel’s method are shown in bracket.

Method	Num. of mul.	Calc. time [sec]
Capel’s method	1.4×10^8	1,203.07
Elad, et al.’s method [16]	6.3×10^7 (46.58 [%])	19.40 (1.61 [%])
Spatial domain optimization	6.2×10^7 (45.75 [%])	2.08 (0.17 [%])
Frequency domain optimization	1.1×10^7 (8.12 [%])	1.23 (0.10 [%])

いる．計算速度の比率でいえば，提案手法である周波数領域最適化法は近似を用いていない Capel の方法に比べて約 1,000 倍高速である．また，乗算回数も近似を用いていない Capel の方法のわずか 8.12 [%] に低減している．

以上の結果から，提案手法である周波数領域最適化法を用いることにより，近似を用いていない Capel の方法とほぼ同じ処理結果を，非常に短い計算時間で得ることが可能であることが確認される．

5. む す び

本論文では，MAP 型超解像処理において，高解像度画像を空間領域で最適化するのではなく，周波数領域で最適化する周波数領域最適化法を提案した．

周波数領域最適化法の評価関数は，周波数領域の高解像度画像に対して定義されているが，平均画素値による評価関数に基づいているため，従来法と等しい超解像処理結果を得ることができる．また，計算量を評価関数の誤差項に関する乗算回数により評価し，従来法と比較したところ，提案手法である周波数領域最適化法が最も小さいことが確認された．

手持ちカメラにより撮影された実画像に対して，近似を用いていない Capel の方法と提案手法を適用したところ，周波数領域最適化法による高速計算を利用することにより，近似を用いていない Capel の方法に対して，計算量に相当する乗算回数は 8.12 [%] に，処理時間は 0.10 [%] に大幅に減少可能であることを確認した．さらに，その超解像処理結果は従来法の処理結果とほぼ一致することが，定量的に確かめられた．

参 考 文 献

1) Park, S.C., Park, M.K. and Kang, M.G.: Super-Resolution Image Reconstruction: A Technical Overview, *IEEE Signal Proc. Magazine*, Vol.20, No.3, pp.21–36 (2003).
2) Tsai, R.Y. and Huang, T.S.: Multiframe Image Restoration and Registration, *Advances in Computer Vision and Image Processing*, Vol.1, pp.317–339 (1984).
3) Kaltenbacher, E. and Hardie, R.C.: High Resolution Infrared Image Reconstruction using Multiple, Low Resolution, Aliased Frames, *Proc.IEEE National Aerospace Electronic Conference* (*NAECON*), Vol.2, pp.702–709 (1996).
4) Kim, S.P., Bose, N.K. and Valenzuela, H.M.: Recursive reconstruction of high resolution image from noisy undersampled multiframes, *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, Vol.38, No.6, pp.1013–1027 (1990).
5) Kim, S.P. and Su, W.Y.: Recursive high-resolution reconstruction of blurred multiframe images, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.2, No.4, pp.534–539 (1993).
6) Tom, B.C. and Katsaggelos, A.K.: Reconstruction of a high-resolution image by simultaneous registration, restoration, and interpolation of low-resolution images, *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing*, Vol.2, pp.539–542 (1995).
7) Schulz, R.R. and Stevenson, R.L.: Extraction of high-resolution frames from video sequences, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.5, pp.996–1011 (1996).
8) Stark, H. and Oskoui, P.: High resolution image recovery from image-plane arrays, using convex projections, *J. Opt. Soc. Am. A*, Vol.6, pp.1715–1726 (1989).
9) 後藤知将，奥富正敏：単板カラー撮像素子の RAW データを利用した高精細画像復元，情報処理学会論文誌：コンピュータビジョンとイメージメディア，Vol.45，No.SIG 8(CVIM 9), pp.15–25 (2004).
10) Goto, T. and Okutomi, M.: Direct Super-Resolution and Registration Using Raw CFA Images, *Proc. IEEE Computer Society Conference on CVPR*, Vol.II, pp.600–607 (2004).
11) Baker, S. and Kanade, T.: Limits on Super-Resolution and How to Break Them, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.24, No.9, pp.1167–1183 (2002).
12) Lin, Z. and Shum, H.Y.: Fundamental Limits of Reconstruction-Based Superreslution Algorithms under Local Translation, *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.26, No.1, pp.83–97 (2004).
13) 田中正行，奥富正敏：再構成型超解像処理の理論限界に関する検討，情報処理学会研究報告，2005-CVIM-147，pp.147–154 (2005).
14) Tanaka, M. and Okutomi, M.: Theoretical Analysis on Reconstruction-Based Super-Resolution for an Arbitrary PSF, *International Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (*CVPR2005*) (to be printed) (2005).
15) Nguyen, N., Milanfar, P. and Golub, G.: A Computationally Efficient Superresolution Image Reconstruction Algorithm, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.10, No.4, pp.573–583 (2001).
16) Elad, M. and Or, Y.H.: A Fast Super-Resolution Reconstruction Algorithm for Pure Translational Motion and Common Space-

Invariant Blur, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.10, No.8, pp.573–583 (2001).
17) Farsiu, S., Robinson, M.D., Elad, M. and Milanfar, P.: Fast and Robust Multiframe Super Resolution, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.13, No.10, pp.1327–1344 (2004).
18) 田中正行，奥富正敏：再構成型超解像処理の高速化アルゴリズムとその精度評価，電子情報通信学会論文誌，Vol.J88-D-II, No.11, pp.2200–2209 (2005).
19) Hardi, R.C., Barnard, K.J. and Armstrong, E.E.: Joint MAP Registration and High-Resolution Image Estimation Using a Sequence of Undersampled Images, *IEEE Trans. Image Processing*, Vol.6, No.12, pp.1621–1633 (1997).
20) Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery, B.P.: *Numerical Recipes in C++*, Cambridge University Press (2002).
21) Baker, S. and Matthews, I.: Lucas-Kanade 20 Years On: A Unifying Framework, *International Journal of Computer Vision*, Vol.56, No.3, pp.221–255 (2004).
22) Wang, Z. and Bovik, A.C.: A Universal Image Quality Index, *IEEE Signal Processing Letters*, Vol.9, No.3, pp.81–84 (2002).
23) Capel, D.: *Image Mosaicing and Super-resolution*, Springer (2004).
24) 田中正行，奥富正敏：周波数領域最適化法による MAP 型超解像処理の高速化，画像の認識・理解シンポジウム（MIRU2005）予稿集，pp.64–71 (2005).

付　　録

A.1 式 (5) の導出

式 (5) の誤差項の導出を行う．PSF 画像 $\mathbf{b}$ と高解像度画像 $\mathbf{h}$ との畳込み演算は，フーリエ変換行列 $\mathbf{F}$ を利用して次のように表される．

$$\mathbf{b} * \mathbf{h} = \mathbf{F}^{-1}\left[\mathrm{diag}(\mathbf{F}[\mathbf{b}])\,\mathbf{F}[\mathbf{h}]\right] \tag{8}$$

ここで，PSF 画像 $\mathbf{b}$ と畳込み演算子 $*$ をあわせて形式的に PSF 画像との畳込みを表現する行列と考えることができる．この行列 $(\mathbf{b}*)$ は次のように定義される．

$$(\mathbf{b}*) = \mathbf{F}^{-1}\mathrm{diag}(\mathbf{F}[\mathbf{b}])\mathbf{F} \tag{9}$$

行列 $(\mathbf{b}*)$ を利用して，式 (4) の平均画素値による評価関数の誤差項 J_1 およびその微分は次のように表される．

$$J_1 = \left[(\mathbf{b}*)\,\mathbf{h} - \mathbf{g}\right]^H \mathrm{diag}(\mathbf{w})\ \left[(\mathbf{b}*)\,\mathbf{h} - \mathbf{g}\right] \tag{10}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial J_1}{\partial \mathbf{h}} = (\mathbf{b}*)^H \mathrm{diag}(\mathbf{w})\ \left[(\mathbf{b}*)\,\mathbf{h} - \mathbf{g}\right] \tag{11}$$

行列 $(\mathbf{b}*)$ の複素転置 $(\mathbf{b}*)^H$ は次のように変形することができる．

$$\begin{aligned}(\mathbf{b}*)^H &= \mathbf{F}^{-1}\,\mathrm{diag}(\mathbf{F}[\mathbf{b}])^{\mathrm{H}}\,\mathbf{F}\\ &= \mathbf{F}^{-1}\,\mathrm{diag}(\mathbf{F}[\mathbf{b}]')\,\mathbf{F}\\ &= \mathbf{F}^{-1}\,\mathrm{diag}(\mathbf{F}[\check{\mathbf{b}}])\,\mathbf{F}\\ &= (\check{\mathbf{b}}*)\end{aligned} \tag{12}$$

式 (9)，(11)，(12) より，式 (5) の誤差項を得る．

A.2 式 (7) の導出

式 (7) の誤差項の導出を行う．行列 $\mathbf{A}$ を $\mathbf{A} = \mathbf{F}^{-1}\mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{b}})$ とおけば，式 (6) の誤差項 $\tilde{J}_1$ とその微分は次のように表される．

$$\tilde{J}_1 = \left(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}\right)^H \mathrm{diag}(\mathbf{w})\ \left(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}\right) \tag{13}$$

$$\frac{1}{2}\frac{\partial \tilde{J}_1}{\partial \tilde{\mathbf{h}}} = \mathbf{A}^H \mathrm{diag}(\mathbf{w})\ \left(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{h}} - \mathbf{g}\right) \tag{14}$$

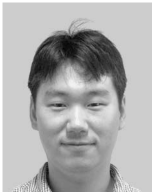
行列 $\mathbf{A}$ の複素転置 $\mathbf{A}^H$ は次のように変形することができる．

$$\begin{aligned}\mathbf{A}^H &= \mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{b}})^{\mathrm{H}}(\mathbf{F}^{-1})^{\mathrm{H}}\\ &= \mathrm{diag}(\tilde{\mathbf{b}}')\,\mathbf{F}\end{aligned} \tag{15}$$

式 (14)，(15) より，式 (7) の誤差項を得る．

(平成 17 年 9 月 8 日受付)
(平成 18 年 3 月 20 日採録)

（担当編集委員　谷口 倫一郎）



田中　正行

1998 年東京工業大学工学部制御システム工学科卒業．2000 年同大学大学院理工学研究科制御工学専攻修士課程修了．2003 年同大学院理工学研究科機械制御システム専攻博士課程修了．同年アジレント・テクノロジー（株）入社．2004 年東京工業大学大学院理工学研究科機械制御システム専攻研究員．超解像，画像処理に関する研究に従事．博士（工学）．計測自動制御学会，電子情報通信学会，IEEE 各会員．

奥富　正敏（正会員）

1981 年東京大学工学部計数工学科卒業．1983 年東京工業大学大学院理工学研究科制御工学専攻修士課程修了．同年キヤノン（株）入社．1987〜1990 年カーネギーメロン大学コンピュータサイエンス学科客員研究員．1994 年東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻助教授．2002 年同大学院理工学研究科機械制御システム専攻教授．コンピュータビジョン，画像処理，画像計測に関する研究に従事．工学博士．計測自動制御学会，電子情報通信学会，日本ロボット学会，画像電子学会，IEEE 各会員．