Vol.2017-CVIM-207 No.5
2017/5/10

屈折を考慮した水中非剛体Structure from Motion

村井 聖[1,a)]　延原 章平[1]

概要：本論文は，水槽内部に存在する魚などの運動物体をカメラで撮影し，その 2D 映像から 3D での対象の運動軌跡を復元することを目的としたものであり，撮影過程で生じる光の屈折を考慮した 3 次元運動軌跡の復元方法及び，「魚運動としての確からしさ」を目的関数とした最適化による運動軌跡の復元精度向上の方法を提案した．シミュレーション及び実画像による実験により，本手法の有効性を定量的に検証した．

1. 序論

コンピュータビジョン分野において，2 次元画像から 3 次元形状を復元する問題は重要であり，様々な手法が提案されている．その 1 つが「Structure from Motion (SfM)」である [1][2].

これまでの研究で提案された非剛体 SfM の手法は，対象となる物体からカメラまでの空間が同じ媒質で満たされ，光が屈折しないという環境を想定している．しかし，水槽の外から水槽内部を撮影した場合など，カメラと対象の間で光路屈折，散乱などが起こる環境ではこれらの現象を考慮しなければならない．本研究では空気中から水中を撮影した場合に起こる光の屈折に対応した非剛体 SfM の手法を提案する．

具体的には，水族館の水槽の内部にいる魚を固定されたカメラで撮影し，その 2D 映像から魚の 3D 運動軌跡を復元するような状況を想定している．より具体的には水槽の位置やガラスの厚み，ガラスと水の屈折率，カメラの内部パラメータと外部パラメータが与えられているとき，水槽内部にある対象の 2D 映像を入力として，対象の 3D 運動軌跡を復元することが本研究の目標である．

2D 映像から 3D 形状を復元する SfM 以外の方法には例えば両眼立体視による方法が存在する．両眼立体視は同期された複数のカメラを用いて，三角測量によって奥行きを計測しているが，SfM を用いたときは，1 つのカメラを用いた場合，あるいは図 1 のように同期していない複数のカメラを用いた場合や何らかの原因によって一方のカメラのみ遮蔽が起こるような場合でも移動する点に対して 3D 運動軌跡の復元を行うことができるという利点が存在する．

また，SfM ではカメラの動きが復元において重要な要素

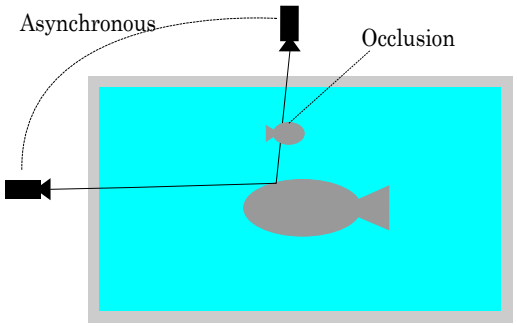


図 1: 複数カメラによる水中非剛体 SfM

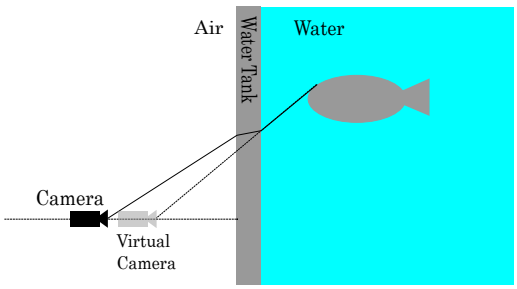


図 2: 屈折による仮想視点の移動

の 1 つである．例えばカメラが全く動かない状況で SfM を行った場合，カメラの投影中心と対象の距離を一意に定めることができず，正確な復元を行うことが困難となる．しかし，カメラの投影中心と対象との間に屈折層が存在している場合，図 2 のように仮想的に投影中心が本来の位置から移動していると考えることができる．実際の投影中心と仮想投影中心の距離はカメラに対する対象の相対的な位置の変化に伴って変化すると考えられるため，実際にカメラが動いていなくとも正確な復元ができる可能性が考えられる．そのような屈折層による仮想視点の移動の復元に対する影響に対する考察も本研究の目的の 1 つである．

[1] 京都大学大学院情報学研究科
[a)] murai@vision.kuee.kyoto-u.ac.jp

© 2017 Information Processing Society of Japan

2. 関連研究

2.1 非剛体 Structure from Motion

非剛体 SfM についての研究として，Park らは，透視投影における非剛体 SfM の手法を提案した [3]．それ以前の手法において，射影行列は正射影行列に限定されていたのに対し [4]，この研究では各フレームにおける射影行列 $\mathbf{P}_i$ が与えられている状況で非剛体 SfM を行っている．

2D 画像上の点に対するベクトル $\mathbf{x}_i$ と対応する点の 3D 座標 $\mathbf{X}_i$ を利用して計算する．まず透視投影の定義から，

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\1\end{bmatrix} \simeq \mathbf{P}_i \begin{bmatrix}\mathbf{X}_i\\1\end{bmatrix} \tag{1}$$

である．式 (1) は $\mathbf{x}_i$ と $\mathbf{P}_i\mathbf{X}_i$ が同一直線上に存在することを意味しているので，両者の外積が $\mathbf{0}$ であるという制約を満たす．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\1\end{bmatrix}_\times \mathbf{P}_i \begin{bmatrix}\mathbf{X}_i\\1\end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{2}$$

ただし $[a]_\times$ は a の歪対称行列である．式 (2) を $\mathbf{P}_i$ の第 1 列から第 3 列と第 4 列に分解すると

$$\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\1\end{bmatrix}_\times \mathbf{P}_{i,1:3}\mathbf{X}_i = -\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\1\end{bmatrix}_\times \mathbf{P}_{i,4}\mathbf{X}_i \tag{3}$$

を得る．

式 (3) から $\mathbf{Q}_i$, $\mathbf{q}_i$ を次式のように定義する．

$$\begin{aligned}\mathbf{Q}_i &= \begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\1\end{bmatrix}_\times \mathbf{P}_{i,1:3},\\ \mathbf{q}_i &= -\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}_i\\1\end{bmatrix}_\times \mathbf{P}_{i,4}\end{aligned} \tag{4}$$

すべてのフレームについて結合すると次式のようになる．

$$\begin{bmatrix}\mathbf{Q}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{Q}_F\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{X}_1\\ \vdots \\ \mathbf{X}_F\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\mathbf{q}_1\\ \vdots \\ \mathbf{q}_F\end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{QX} = \mathbf{q} \tag{5}$$

ここで $\mathbf{X}$ を基底 $\mathbf{\Theta}$ の線形結合として表現する．

$$\begin{aligned}\mathbf{X} &= \begin{bmatrix}\mathbf{X}_1^\top & \cdots & \mathbf{X}_F^\top\end{bmatrix}^\top\\ &\approx \mathbf{\Theta}_1\beta_1 + \cdots + \mathbf{\Theta}_{3k}\beta_{3k} = \mathbf{\Theta}\boldsymbol{\beta}\end{aligned} \tag{6}$$

式 (5) の $\mathbf{X}$ を置き換えると次式 (7) のように表せる．

$$\mathbf{Q\Theta}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{q} \tag{7}$$

式 (7) を $\boldsymbol{\beta}$ について解くことで結果として $\mathbf{X}$ を得ることができる．

実際には，次式 (8) を解かねばならない．

$$\underset{\{\mathbf{P}_i\}_{i=1,\ldots,F},\mathbf{\Theta},\boldsymbol{\beta}}{\arg\min} \left\|\mathbf{Q\Theta}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{q}\right\|^2 \tag{8}$$

ここで，$\mathbf{\Theta}$ にはあらかじめ定義しておいた離散コサイン変換の基底 $\mathbf{\Theta}_{\mathrm{DCT}}$ を用い，$\mathbf{P}_i$ には Hartley らが示した方法 [5] で得た $\mathbf{P}_{\mathrm{SfM}}$ を用いる．これらによって未知数を減らすことで最終的には次式 (9) を解けばよい．

$$\underset{\boldsymbol{\beta}}{\arg\min} \left\|\mathbf{Q}_{\mathrm{SfM}}\mathbf{\Theta}_{\mathrm{DCT}}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{q}_{\mathrm{SfM}}\right\|^2 \tag{9}$$

$2F \geq 3k$ であれば，式 (9) の解を安定して得ることができる．また，画像の遮蔽などによって一部のフレームが使用できない場合でも，$\mathbf{Q}, \mathbf{q}$ の対応する行を除外し，残ったフレームの数 $\hat{F}$ について $2\hat{F} \geq 3k$ が成り立てば安定して $\boldsymbol{\beta}$ を求めることができる．

さらに，Park は復元可能性について議論している．$\mathbf{X}$ を本来の軌跡，$\hat{\mathbf{X}}$ を復元された軌跡とする．カメラ行列は一般的に内部行列 $\mathbf{K}_i$ と回転行列 $\mathbf{R}_i$ で表すことができる．すなわち，$\mathbf{P}_i = \mathbf{K}_i\mathbf{R}_i\begin{bmatrix}\mathbf{I}_3 & -\mathbf{C}_i\end{bmatrix}$ と表すことができる．ここで，$\mathbf{I}_3$ は 3×3 の単位行列，$\mathbf{C}_i$ はカメラの投影中心である．以下，$\mathbf{P}_i = \begin{bmatrix}\mathbf{I}_3 & -\mathbf{C}_i\end{bmatrix}$ を用いる．これを

$$\left[\mathbf{P}_i\begin{bmatrix}\mathbf{X}_i\\1\end{bmatrix}\right]_\times \mathbf{P}_i\begin{bmatrix}\hat{\mathbf{X}}_i\\1\end{bmatrix} = \mathbf{0} \tag{10}$$

に代入すると，

$$\left[\mathbf{X}_i - \mathbf{C}_i\right]_\times \left(\hat{\mathbf{X}}_i - \mathbf{C}_i\right) = \mathbf{0} \tag{11}$$

すなわち，

$$\left[\mathbf{X}_i - \mathbf{C}_i\right]_\times \hat{\mathbf{X}}_i = \left[\mathbf{X}_i\right]_\times \mathbf{C}_i \tag{12}$$

を得る．

この式 (12) を満たすには，$\hat{\mathbf{X}}_i$ は $\mathbf{X}_i$ と $\mathbf{C}_i$ で張られた空間に存在する，すなわち $\hat{\mathbf{X}}_i = a_1\mathbf{X}_i + a_2\mathbf{C}_i$ を満たす必要がある．これを式 (12) に代入することで容易に $a_2 = 1 - a_1$ であることが導けるため，式 (12) の解は，

$$\hat{\mathbf{X}}_i = a_i\mathbf{X}_i + (1 - a_i)\,\mathbf{C}_i \tag{13}$$

と表せる．ここで a_i は任意の実数である．

これをすべてのフレーム i において適用すると，

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{AX} + (\mathbf{I} - \mathbf{A})\,\mathbf{C} \tag{14}$$

となる．ここで，$\mathbf{A} = \mathbf{D} \otimes \mathbf{I}_3$ であり，$\mathbf{D}$ は $\{a_1, \ldots, a_F\}$ の対角行列，$\otimes$ は Kronecker 積である．

式 (6),(14) から

$$\mathbf{\Theta}\hat{\boldsymbol{\beta}} \approx \mathbf{AX} + (\mathbf{I} - \mathbf{A})\,\mathbf{C} \tag{15}$$

と書き直すことができる．

図 3 は式 (9) の解を示している．p は $\mathbf{\Theta}$ の列空間 $\mathrm{col}(\mathbf{\Theta})$ である．$\mathbf{\Theta}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は $\mathbf{C}$ と $\mathbf{X}$ を含む超平面である l と p に同時に存在しなければならない．したがって，$\mathbf{\Theta}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は l と p が交わる空間である．ここで，$\mathbf{\Theta}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{C}}, \mathbf{\Theta}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{X}}$ はそれぞれ $\mathbf{C} = \begin{bmatrix}\mathbf{C}_1^\top & \cdots & \mathbf{C}_F^\top\end{bmatrix}^\top$ と $\mathbf{X}$ を p 上に射影したものである．

© 2017 Information Processing Society of Japan

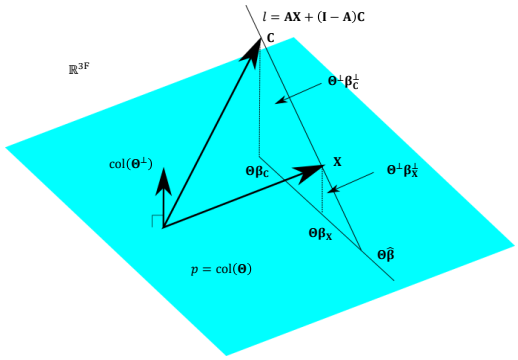


図 3: $\mathbf{\Theta}\hat{\boldsymbol{\beta}}$ の模式図

図 3 が示すように復元可能性は $\mathbf{C}$ に依存する．$\mathrm{rank}(\mathbf{Q\Theta}) = 3k$ のとき，式 (9) を解くことが可能である．

逆に式 (9) を解くことができないときは以下のように分類される．

(1) $\mathbf{X}, \mathbf{C} \in \mathrm{col}(\mathbf{\Theta})$

(2) $\mathbf{X} = c\mathbf{C} + \mathbf{1} \otimes \mathbf{d}$

ただし，c は 0 でない定数，$\mathbf{1}$ はすべての成分が 1 である F 次元のベクトルで，$\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3$ は任意のベクトルである．

以上の場合，式 (9) を解くことが不可能であるが，それ以外の場合でも正確な復元が保証されているわけではない．

式 (9) を解くということは次式 (16) の最小化を行うということである．

$$\arg\min_{\hat{\boldsymbol{\beta}},\mathbf{A}} \left\| \mathbf{\Theta}\hat{\boldsymbol{\beta}} - \mathbf{AX} - (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{C} \right\|^2 \tag{16}$$

$\mathbf{X}, \mathbf{C}$ を $\mathbf{\Theta}, \mathbf{\Theta}^{\perp}$ によって分解すると，$\mathbf{X} = \mathbf{\Theta}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{X}} + \mathbf{\Theta}^{\perp}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{X}}^{\perp}, \mathbf{C} = \mathbf{\Theta}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{C}} + \mathbf{\Theta}^{\perp}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{C}}^{\perp}$ となる．ここで，$\boldsymbol{\beta}^{\perp}$ は零空間に対応する係数ベクトルである．これから復元可能性 η を次のように定義する．

$$\eta(\mathbf{\Theta}) = \frac{\left\| \mathbf{\Theta}^{\perp}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{C}}^{\perp} \right\|}{\left\| \mathbf{\Theta}^{\perp}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{X}}^{\perp} \right\|} \tag{17}$$

ここで，次式 (18) が成立する．

$$\lim_{\eta \to \infty} \hat{\boldsymbol{\beta}} = \boldsymbol{\beta}_{\mathbf{X}} \tag{18}$$

式 (18) が示していることは，$\mathbf{C}$ を $\mathbf{\Theta}$ によって表したとき，誤差が大きければ大きいほど，正確な復元が可能であるということである．$\mathbf{C}$ が大きく動く，すなわち $\left\| \mathbf{\Theta}^{\perp}\boldsymbol{\beta}_{\mathbf{C}}^{\perp} \right\|$ が大きくなるほど復元が正確になることもこれを裏付けている．

本研究では，対象までの投影光路のモデル化を行うことを考慮し，この Park の手法 [3] をもとに，カメラの内部パラメータと外部パラメータが与えられているものとして，非剛体 SfM を行う．さらに，式 (17) で定めた η を復元可能性の目安として用いている．

2.2 平行平面群による屈折のモデル化

光線の屈折モデルに関する研究として，Agrawal らは，平行な平面の屈折層において，屈折層内での光路の計算手法を示した [6]．また，Kawahara らは，平行な平面の屈折層を備えたカメラに対して仮想的に可変焦点のカメラとみなした順投影の手法と外部キャリブレーションの手法を示した [7]．

本研究では，Agrawal の手法をもとに，既知である屈折率，屈折層の厚みから水中での投影光路を得ている．また，シミュレーションにおいて水中にある対象の 3D 座標から 2D 画像座標を求める際にも Agrawal が示した手法を用いている．

3. 提案手法

3.1 問題設定

3.1.1 前提条件

本研究では，以下の条件を満たしている光学系を扱う．

- 光学系は，カメラの存在する空間（水槽外部），屈折層（水槽），対象の存在する空間（水槽内部）からなり，それぞれの領域の媒質は均質である．
- 光は直進すると仮定し，屈折現象のみ扱う．
  反射、散乱，屈折の波長依存性については考慮しない．
- 対象からカメラへの光線は水槽内部→水槽→水槽外部の計 2 回屈折する．
  投影光路は上記のみを考える．
- カメラの内部パラメータ，外部パラメータは既知である．
- 屈折層は特異点を持たない 2 つの平行な平面の組で構成されている．
  屈折は平行な平面によるもののみ考慮する．
- 対象物体は，1 つないし複数の特徴点を持つ．複数の特徴点を持っている場合，それぞれの特徴点間の距離は大きく変化しない．
- 対象物体は水槽内部に存在し，屈折層や水槽外部に出ることはなく，水槽の形状，あるいは対象が移動可能な 3D 空間は既知である．本研究ではその形状は直方体とする．

3.1.2 計測モデル

本研究では，図 4 のように 1 つあるいは複数のカメラが存在し，それぞれのカメラ C_j に対応する屈折層 Π_j が存在すると仮定する．なお，複数のカメラが屈折層を共有している場合，すなわち $\Pi_{k_1} = \Pi_{k_2} (k_1 \neq k_2)$ となる場合も存在するものとする．

取り扱う座標系と各装置のパラメータの表記を以下のように定義する．

3.1.2.1 座標系

$\mathcal{W}$ ：世界座標系 $[X_w, Y_w, Z_w]$

$\mathcal{C}_j$ ：C_j に対するカメラ座標系 $[X_{cj}, Y_{cj}, Z_{cj}]$

$\mathcal{I}_j$ ：C_j で撮影した画像座標系 $[u_j, v_j]$

ここで，$[\mathcal{W}]$ の各軸は水槽の屈折面で作られた直方体の

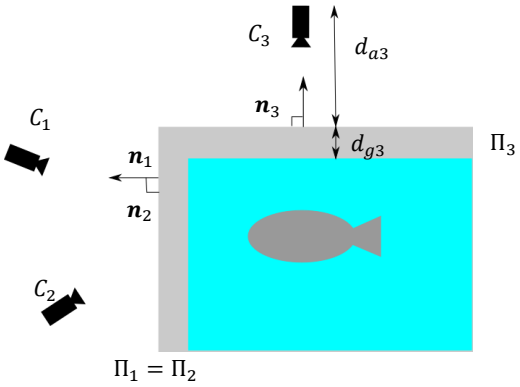


図 4: 計測モデル

各辺に平行であるとする．また，各座標系におけるベクトルを表す際には，各座標系の記号を用いて ${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}$ のように表記する．ただし，明示する場合を除いて $[\mathcal{W}]$ は省略する．

3.1.2.2 各種パラメータ

A_j ：C_j の内部パラメータ
R_{w2cj}, t_{w2cj} ：C_j の外部パラメータ
$\boldsymbol{n}_j$ ：Π_j に対する法線ベクトル
d_{aj} ：C_j の投影中心から Π_j と水槽外部の境界面までの距離
d_{gj} ：Π_j の厚み
μ_1, μ_2 ：屈折層，水槽内部の水槽外部に対する相対屈折率
k ：離散コサイン変換の基底の数
i：フレーム番号
F ：撮影されたフレーム数
P ：特徴点の個数
G_{xmax}, G_{xmin} ：$[\mathcal{W}]$ の x 軸における水槽内部の範囲．$G_{xmax} > G_{xmin}$
G_{ymax}, G_{ymin} ：$[\mathcal{W}]$ の y 軸における水槽内部の範囲．$G_{ymax} > G_{ymin}$
G_{zmax}, G_{zmin} ：$[\mathcal{W}]$ の z 軸における水槽内部の範囲．$G_{zmax} > G_{zmin}$

3.2 概要

提案手法の概要を以下に示す．

- Step1：水槽内部における光線ベクトルの推定
- Step2：対象の 3D 運動軌跡の復元
- Step3：目的関数の最適化による復元精度の向上

3.3 Step1：水槽内部における光線ベクトルの推定

本節では 3.1.2 節で定義したパラメータを用い，スネルの法則によって C_j の i フレーム目で撮影された点 ${}^{[\mathcal{I}_j]}x_i$ について，図 5 のような対象から C_j までの光路を考える．

まず，C_j の投影中心から水槽外部の光路でのベクトル ${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}$ は

$$\lambda {}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij} = A_j^{-1} \begin{bmatrix} {}^{[\mathcal{I}_j]}x_i \\ 1 \end{bmatrix} \tag{19}$$

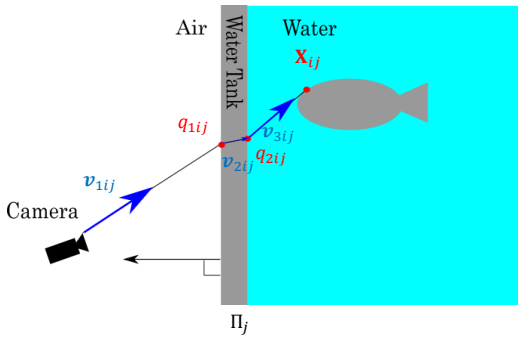


図 5: 水槽内部における光線ベクトル

によって求められる．λ は式 (19) の右辺のノルムとする．また，光路の Π_j と水槽外部の境界面上の点 ${}^{[\mathcal{C}_j]}q_{1ij}$ は，投影中心から ${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}$ を伸ばした先に存在するため，次式 (20) で示される．

$${}^{[\mathcal{C}_j]}q_{1ij} = -\frac{d_{aj}}{{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij} \tag{20}$$

次に，Π_j 内部での光路のベクトル ${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij}$ は，スネルの法則によって

$${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij} = a_1\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij} + b_1\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j \tag{21}$$

と表せる．ここで，$a_1 = 1/\mu_1$ であり，

$$b_1 = \frac{-{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j - \sqrt{({}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j)^2 - (1-\mu_1^2)\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{1ij}}}{\mu_1} \tag{22}$$

である．これにより，${}^{[\mathcal{C}_j]}q_{1ij}$ と同様に光路の Π_j の水槽内部との境界面上の点 ${}^{[\mathcal{C}_j]}q_{2ij}$ を次式 (23) によって求めることができる．

$${}^{[\mathcal{C}_j]}q_{2ij} = {}^{[\mathcal{C}_j]}q_{1ij} - \frac{d_{gj}}{{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij} \tag{23}$$

そして，以上から光路のうち，水中におけるベクトル ${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{3ij}$ は次式 (24) で表現できる．

$${}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{3ij} = a_2\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij} + b_2\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j \tag{24}$$

ここで，$a_1 = \mu_1/\mu_2$ であり，

$$b_1 = \frac{-\mu_1\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j - \sqrt{\mu_1^2({}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{n}_j)^2 - (\mu_1^2-\mu_2^2)\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij}^{\top}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{2ij}}}{\mu_2} \tag{25}$$

である．

最後に式 (23),(24) で示した $[\mathcal{C}_j]$ 上でのベクトル表記を $[\mathcal{W}]$ での表記に変換する．

$$\begin{aligned} {}^{[\mathcal{W}]}q_{2ij} &= R_{w2cj}^{-1}\left({}^{[\mathcal{C}_j]}q_{2ij} - t_{w2cj}\right), \\ {}^{[\mathcal{W}]}\boldsymbol{v}_{3ij} &= R_{w2cj}^{-1}\,{}^{[\mathcal{C}_j]}\boldsymbol{v}_{3ij} \end{aligned} \tag{26}$$

3.4 Step2：対象の 3D 運動軌跡の復元

本節では 3.3 節で推定した $\boldsymbol{v}_{3ij}$ と q_{2ij} を用いて対象の 3D 座標 X_i を復元する方法を考える．

© 2017 Information Processing Society of Japan

図 5 に示したように，X_i は q_{2ij} から $\boldsymbol{v}_{3ij}$ を伸ばした方向に存在する．すなわち，

$$\boldsymbol{v}_{3ij} \times (X_i - q_{2ij}) = \mathbf{0} \tag{27}$$

という制約条件を得ることができる．式 (27) を歪対称行列 $[\cdot]_\times$ を用いて変形すると，

$$[\boldsymbol{v}_{3ij}]_\times X_i = [\boldsymbol{v}_{3ij}]_\times q_{2ij} \tag{28}$$

と表すことができる．以下 $\mathbf{Q}_i = [\boldsymbol{v}_{3ij}]_\times, \mathbf{q}_i = [\boldsymbol{v}_{3ij}]_\times q_{2ij}$ とする．

全てのフレームについてこれを考えることで次式 (29) が得られる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{Q}_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{q}_F \end{bmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{QX} = \mathbf{q} \tag{29}$$

式 (29) を $\mathbf{X}$ について解いた解空間の内部に本来の 3D 運動軌跡が存在する．

ここで，$\mathbf{X}$ を単純な軌跡の線形結合として近似することで更なる制約を与える．本研究では離散コサイン変換の基底を用いる．

$$\begin{aligned} \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} \mathbf{X}_1^\top & \cdots & \mathbf{X}_F^\top \end{bmatrix}^\top \\ &\approx \boldsymbol{\Theta}_1\beta_1 + \cdots + \boldsymbol{\Theta}_{3k}\beta_{3k} = \boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \tag{30}$$

式 (29) と式 (30) から，

$$\mathbf{Q}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{q} \tag{31}$$

を解くことで軌跡の線形結合の係数のベクトル $\boldsymbol{\beta}$ として $\mathbf{X}$ を得ることができる．

3.5 Step3：目的関数の最適化による復元精度の向上

3.4 節で $\mathbf{X}$ の復元方法を示したが，特に η が小さい場合，そこで得た特殊解 $\boldsymbol{\beta}_0$ が十分な復元精度を満たしているとは限らない．本節では $\boldsymbol{\beta}_0$ が十分な復元精度を満たしていないとき，最適化によって復元精度を向上した $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を得る方法について述べる．

$(\mathbf{Q}\boldsymbol{\Theta})^{-1}\mathbf{Q}\boldsymbol{\Theta}$ を特異値分解したとき，特異値 0 に対応する右特異ベクトル $\mathbf{e}_l$ を用いて，方程式 (31) の一般解は，

$$\boldsymbol{\beta}'(\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{\beta}_0 + \sum_l w_l \boldsymbol{e}_l \tag{32}$$

と表すことができる．ここで，実際には $\boldsymbol{e}_l$ には寄与率が低い特異値に対応する右特異ベクトルを用いる．また，w_l は $\boldsymbol{e}_l$ を線形結合する際の重みである．

$\boldsymbol{w}$ を最適化することで $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ を得るために，以下に挙げるような要素を用いた目的関数が考えられる．ここで，$\boldsymbol{w}$ は全ての l についての w_l を結合したベクトルである．

- 再投影誤差
- 軌跡の滑らかさ
- 特徴点間の距離
- 軌跡の存在可能性

以下，それぞれの目的関数の要素について述べる．

3.5.1 再投影誤差

3.4 節で示したように，$\hat{\boldsymbol{\beta}}$ は本来式 (31) の解空間に存在するはずである．よって，目的関数に再投影誤差として

$$\mathrm{Reproj}(\boldsymbol{w}) = \mathbf{Q}\boldsymbol{\Theta}\boldsymbol{\beta}'(\boldsymbol{w}) - \mathbf{q} \tag{33}$$

を設定し，これを最小化させる方法が考えられる．

しかし，$\boldsymbol{e}_l$ にもともと寄与率の低い特異ベクトルを用いているため，改めて再投影誤差を目的関数として最小化する必要は低いとも考えられる．ゆえに，明示する場合を除いて目的関数には用いなかった．

3.5.2 軌跡の滑らかさ

対象物体は魚のように，滑らかに動くことを想定している．そこで，復元した軌跡が滑らかになるような目的関数を考える．離散コサイン変換の結合係数は，高周波成分に対応する部分が大きくなればなるほど滑らかではなくなると言えるため，軌跡の滑らかさを示す関数として次式 (34) のような関数が考えられる．

$$\mathrm{Smoothness}(\boldsymbol{w}) = H\boldsymbol{\beta}''(\boldsymbol{w}) \tag{34}$$

ここで，$H \in \mathbb{R}^{3k\times 3k}$ は重みを示す対角行列で，各対角成分 h は $h_m \le h_{m+1}, h_{m+k} \le h_{m+k+1}, h_{m+2k} \le h_{m+2k+1} (m = 1, \ldots, k-1)$ を満たす．また，$\boldsymbol{\beta}''(\boldsymbol{w})$ は $\{\beta'_1, \ldots, \beta'_k\}$, $\{\beta'_{k+1}, \ldots, \beta'_{2k}\}, \{\beta'_{2k+1}, \ldots, \beta'_{3j}\}$ を正規化して連結したものである．ただし，β'_m は $\boldsymbol{\beta}'(\boldsymbol{w})$ の m 個目の成分である．

3.5.3 特徴点間の距離

3.1.1 節で述べたように，本研究では対象物体の特徴点間の距離は大きく変化しないことを前提としている．したがって，各時間での特徴点間の距離を目的関数として盛り込むことが検討できる．2 つの特徴点 p, p' のおおよその距離 d_p が分かっているとき，

$$\mathrm{Distance}(\boldsymbol{w}_p, \boldsymbol{w}_{p'}) = \begin{pmatrix} \|\mathbf{X}'_{p1} - \mathbf{X}'_{p'1}\| - d_p \\ \vdots \\ \|\mathbf{X}'_{pF} - \mathbf{X}'_{p'F}\| - d_p \end{pmatrix} \tag{35}$$

という関数を設定できる．ただし，特徴点 p に対応する $\mathbf{X}', \boldsymbol{\beta}'(\boldsymbol{w})$ を $\mathbf{X}'_p, \boldsymbol{\beta}'_p(\boldsymbol{w}_p)$ とする．

この関数により復元された特徴点間の距離に制約を与えることで，復元された軌跡全体のスケール（サイズ）を改善できる可能性が存在する．

3.5.4 軌跡の存在可能性

3.1.1 節で述べたように，本研究では対象物体は水槽内部から出ないことを前提としている．よって，復元した軌跡が水槽内部に存在しているという制約を与えることができる．

$$\mathrm{Inside}(\boldsymbol{w}) = \begin{pmatrix} W(X'_1, G_{xmin}, G_{xmax}) \\ W(Y'_1, G_{ymin}, G_{ymax}) \\ W(Z'_1, G_{zmin}, G_{zmax}) \\ \vdots \\ W(X'_F, G_{xmin}, G_{xmax}) \\ W(Y'_F, G_{ymin}, G_{ymax}) \\ W(Z'_F, G_{zmin}, G_{zmax}) \end{pmatrix} \tag{36}$$

© 2017 Information Processing Society of Japan

ここで，$\mathbf{X}_i = \begin{pmatrix} X_i' & Y_i' & Z_i' \end{pmatrix}^\top$ であり，

$$W(X, G_1, G_2) = \begin{cases} X - G_1 & (X < G_1) \\ 0 & (G_1 \leq X \leq G_2) \\ X - G_2 & (G_2 < X) \end{cases} \quad (37)$$

である．

4. 評価実験

手動で作成した軌跡，また実際に水槽内部の魚の撮影を行って得た軌跡に対して提案手法によって非剛体 SfM を行い，推定された軌跡の真値に対する誤差を評価する．

4.1 シミュレーションによる評価

4.1.1 評価手順

まず，手動で作成した軌跡 $\mathbf{X}$ に対するシミュレーションでのパラメータは以下のように設定した．

- カメラは 1 つのみ用いる．
- $A = \begin{pmatrix} 320 & 0 & 320 \\ 0 & 320 & 480 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- $R_{w2c} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, t_{w2c}$ は他のパラメータによって定める．
- $\boldsymbol{n} = [0, 0, -1]^\top$
- $d_a = 100$ [mm], $d_g = 3000$ [mm]
- $\mu_1 = 1.49, \mu_2 = 1.33$
- $k = 30, F = 201, P = 3$
- $G_{xmax} = 1500$ [mm], $G_{xmin} = -1500$ [mm]
- $G_{ymax} = 1500$ [mm], $G_{ymin} = -1500$ [mm]
- $G_{zmax} = 4500$ [mm], $G_{zmin} = 3100$ [mm]
- $d_p = 100$ [mm]

カメラの移動軌跡 $\mathbf{C}$ は乱数によって生成した軌跡とまったく動かないものを用意した．それぞれ，復元が十分に可能な場合と復元が困難な場合を想定した．

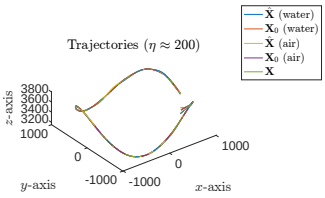
シミュレーションは以下の手順で行った．

- 解析的に順投影の方程式を解く手法 [6] を用い，手動で作成した軌跡の各点に対して画像座標 ${}^{[\mathcal{I}]}x_i$ を計算する．
- ${}^{[\mathcal{I}]}x_i$ に対して正規分布ノイズを印加した．
- 提案手法に則り非剛体 SfM を行い，3D 運動軌跡 $\mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}_0$ を初期値として非線形最適化を行った 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}$ を得た．
- 復元可能性の目安として q_{2i} から $\boldsymbol{v}_{3i}$ 方向に伸ばした直線と $\boldsymbol{n}$ の交点を仮想カメラ中心 $\mathbf{C}_i$ として式 (18) の η を得た．

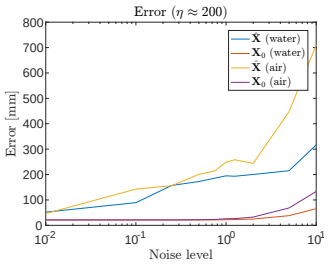
また，参考として屈折層がない場合でも従来の手法 [3] で同様のシミュレーションを行った．

4.1.2 結果

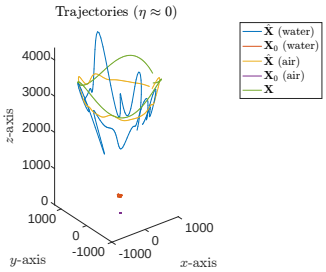
まず，復元可能性の高い方法と低い方法それぞれで $\eta \approx 200, \eta \approx 0$ であることが確認できた．



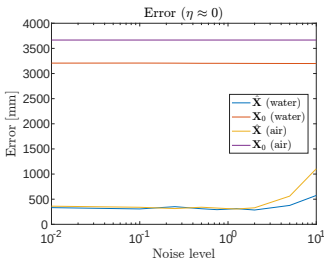
(a) 水中，空中における 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}$ ($\eta \approx 200$)



(b) 推定位置誤差平均のノイズに対する相関 ($\eta \approx 200$)



(c) 水中，空中における 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}$ ($\eta \approx 0$)



(d) 推定位置誤差平均のノイズに対する相関 ($\eta \approx 0$)

図 6: シミュレーション結果

異なるノイズ量（0 を除く）に対して 5 回ずつシミュレーションを行った結果を示す．ノイズレベル 0 のときの 1 つの特徴点の $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0, \mathbf{X}$ を図 6a, 6c に示す．図 6a から，η が十分大きい場合においては $\mathbf{X}$ の復元が可能であることが確認できる．図 6c からは，η が小さい場合において，$\mathbf{X}$ からかけ離れている $\mathbf{X}_0$ が，最適化した後の $\hat{\mathbf{X}}$ では $\mathbf{X}$ に近づいているものの，$\mathbf{X}$ と比較すると十分に正確な復元とは言い難いことが確認できる．

また，水中環境と空中環境での $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ の $\mathbf{X}$ からの各点の誤差ノルムの平均を図 6b, 6d に示す．図 6b から，η が十分大きい場合においては最適化前の $\mathbf{X}_0$ のほうが $\hat{\mathbf{X}}$ よりも $\mathbf{X}$ に近いことが確認できる．図 6d からは，η が小さい場合において，最適化によって誤差が小さくなっていることが確認できる．それぞれの図から，水中と空中の結果を比較すると，概ね水中環境での結果のほうが誤差が小さい傾向が見られる．

4.2 実データによる評価

4.2.1 評価手順

実際の装置構成を図 7 に示す．用いたカメラは Point Grey Research Inc 製 Flea3 FL3-U3-13E4C (ファームウェア : 1.29.3.0, 解像度 : 1280×1024) であり，レンズはフジノン株式会社製で焦点距離 9mm である．カメラのフレームレートは毎秒 30 フレームである．また，水槽は厚さ 5mm のアクリル製で，サイズは図 8 に示す．水色の部分と灰色の部分が水で満たされており，2 つの部分は水と空気のみ通す穴の開いたシートで区切られている．水色の部分にのみ魚（ラミーノーズテトラ：*Hemigrammus rhodostomus*）

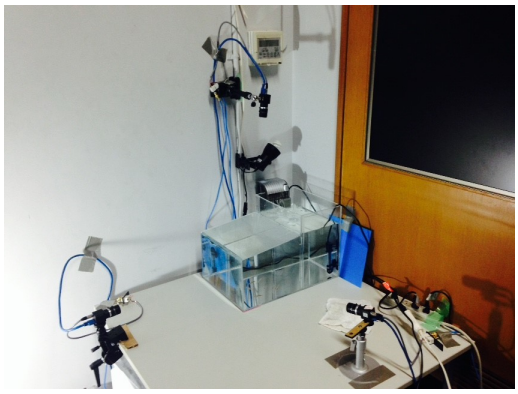


図 7: 実験環境

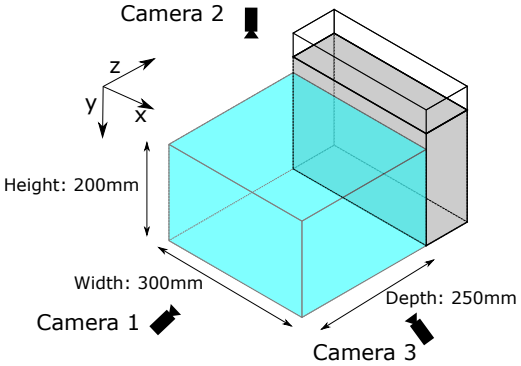


図 8: 水槽の形状

が存在し，$[\mathcal{W}]$ の原点はカメラ 1 の投影中心から水槽と水槽内部の境界面におろした垂線の足である．

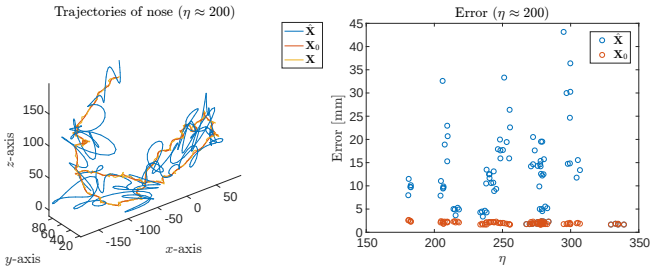
シミュレーションは以下の手順で行った．

- 3 つのカメラで撮影した画像上の点から魚の頭，中心，尾の移動した軌跡を三角測量によって求め，3D 運動軌跡の真値 $\mathbf{X}$ とした．
- 画像座標 ${}^{[\mathcal{I}]}x_i$ は，復元可能性の高い方法として，各フレームごとに 3 つのうちからランダムに選んだカメラ C_j の画像を用いた．
  復元可能性の低い方法としては，1 つのカメラの画像のみ用いた．
- 6 匹の魚それぞれについて復元可能性の高い方法で 5 回ずつ，復元可能性の低い方法では 3 台のカメラそれぞれで提案手法に則り非剛体 SfM を行い，3D 運動軌跡 $\mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}_0$ を初期値として非線形最適化を行った 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}$ を得た．
- 復元可能性の目安として q_{2ij} から $\boldsymbol{v}_{3ij}$ 方向に伸ばした直線と $\boldsymbol{n}_j$ の交点を仮想カメラ中心 $\mathbf{C}_i$ として式 (18) の η を得た．

4.2.2 結果

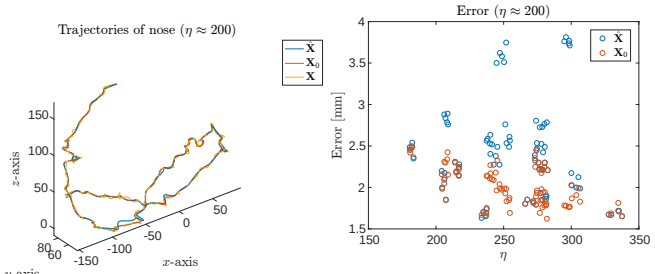
まず，復元可能性の高い方法と低い方法それぞれで $\eta \approx 200, \eta \approx 0$ であることが確認できた．

1 匹の魚の頭についての $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0, \mathbf{X}$ を図 9a, 9e に示す．図 9a から，η が十分大きい場合においては $\mathbf{X}_0$ は $\mathbf{X}$ に近い形で復元できているが，$\hat{\mathbf{X}}$ は $\mathbf{X}$ から離れていることが



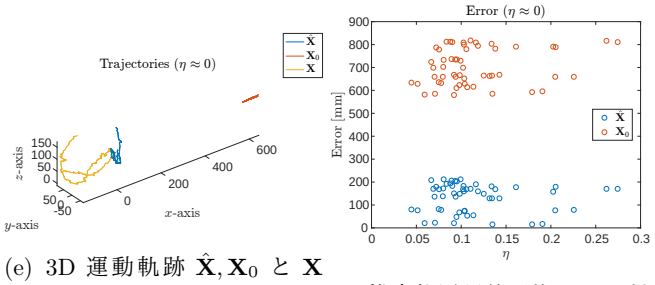
(a) 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}$ ($\eta \approx 200$)

(b) 推定位置誤差平均の η に対する相関 ($\eta \approx 200$)



(c) 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}$ ($\eta \approx 200$, 再投影誤差使用)

(d) 推定位置誤差平均の η に対する相関 ($\eta \approx 200$, 再投影誤差使用)



(e) 3D 運動軌跡 $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ と $\mathbf{X}$ ($\eta \approx 0$)

(f) 推定位置誤差平均の η に対する相関 ($\eta \approx 0$)

図 9: 実験結果

確認できる．なお，目的関数に再投影誤差 Reproj の項を加えることで図 9c のように誤差の増大を抑えることができた．図 9e からは，η が小さい場合において，図 6c と同様に $\mathbf{X}$ からかけ離れている $\mathbf{X}_0$ が，最適化した後の $\hat{\mathbf{X}}$ では $\mathbf{X}$ に近づいているものの，$\mathbf{X}$ と比較すると十分に正確な復元とは言い難いことが確認できる．

また，各特徴点の $\hat{\mathbf{X}}, \mathbf{X}_0$ の $\mathbf{X}$ からの誤差ノルムの平均の η との相関を図 9b, 9e, 9f に示す．図 9b から，η が十分大きい場合においては最適化前の $\mathbf{X}_0$ のほうが $\hat{\mathbf{X}}$ よりも $\mathbf{X}$ に近いことが確認できる．また，図 9e から Reproj の項を加えることで誤差を抑えられていることが確認できる．逆に図 9f からは，η が小さい場合において，最適化によって誤差が小さくなっていることが確認できる．

4.3 考察

まず，復元可能性 η が十分大きい場合において，提案手法により水槽内部の各特徴点の 3D 運動軌跡を復元することができた．しかし，最適化によって誤差が増大してし

© 2017 Information Processing Society of Japan

まっている．このことから，η が十分大きい場合において最適化は必要ないといえる．また，ノイズに対する誤差はノイズがある程度小さければ影響はほとんどなく，大きくなるにつれ誤差もまた大きくなるといえる．

次に，η が小さい場合において，提案手法により特徴点の 3D 運動軌跡の正確な復元には至らなかった．最適化前の 3D 運動軌跡は本来の 3D 運動軌跡から大きくかけ離れたものとなり，最適化後の 3D 運動軌跡は水槽と水槽内部の境界面に張り付いたような軌跡になっている．このことから，屈折によって仮想視点が移動し，η が変化しても直ちに復元精度の大きな向上にはつながらないといえる．最適化によって 3D 運動軌跡が水槽内部に収まるように改善されているものの，軌跡の存在可能性 Inside と特徴点間の距離 Distance によって 3D 運動軌跡のスケールの十分な改善には至らなかった．最適化の初期値は今回は $\mathbf{X}_0$ をそのまま使用したが，より適切な初期値を用いることができれば改善が見込めると考えられる．

5. 結論

ここまでの議論で，水中の物体に対する非剛体 SfM の手法の提案，その評価を行った．第 4 章で示したように，提案手法による非剛体 SfM は復元可能性が高い場合においては実現できたが，復元可能性が低い場合においてはいまだ改善の余地があるといえる．

今後の課題としては，復元可能性が低い場合において，より適切な最適化の初期値，あるいは目的関数を検討する必要がある．特に，本論文では軌跡の滑らかさを制約として導入したが，これは本来「軌跡の魚運動らしさ」を制約とすることが目的であった．これを実現するためには，何らかの方法により魚の 3D 運動データを大量に用意し，これを用いて魚運動モデルを学習するとともに，学習されたモデルに基づいて「魚運動として最も確からしい」3D 運動軌跡を一般解から選択するアプローチが考えられる．また，事前に魚が通った大まかな位置を把握しておき，その位置を制約として用いるアプローチも考えられる．

謝辞 本研究は科研費（課題番号 26240023）の補助を受けて行った．

参考文献

[1] Tomasi, C. and Kanade, T.: Shape and motion from image streams under orthography: a factorization method, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 9, No. 2, pp. 137–154 (1992).
[2] Bregler, C., Hertzmann, A. and Biermann, H.: Recovering non-rigid 3D shape from image streams, *Computer Vision and Pattern Recognition*, Vol. 2, pp. 690–696 (2000).
[3] Park, H. S., Shiratori, T., Matthews, I. and Sheikh, Y.: 3D Trajectory Reconstruction under Perspective Projection, *International Journal of Computer Vision*, Vol. 115, No. 3, pp. 115–135 (2015).
[4] Akhter, I., Sheikh, Y., Khan, S. and Kanade, T.: Nonrigid Structure from Motion in Trajectory Space, *Neural Information Processing Systems* (2008).
[5] Hartley, R. I. and Zisserman, A.: *Multiple View Geometry in Computer Vision*, Cambridge University Press, ISBN: 0521540518, second edition (2004).
[6] Agrawal, A., Ramalingam, S., Taguchi, Y. and Chari, V.: A theory of multi-layer flat refractive geometry, *Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 3346–3353 (2012).
[7] Kawahara, R., Nobuhara, S. and Matsuyama, T.: A Pixel-wise Varifocal Camera Model for Efficient Forward Projection and Linear Extrinsic Calibration of Underwater Cameras with Flat Housings, IEEE, pp. 819–824 (2013).

© 2017 Information Processing Society of Japan