

動的照明による織物の異方性反射レンダリングに基づく薪能の再現

田中士郎^{†1} 脇田 航^{†2} 八村広三郎^{†1} 田中弘美^{†1}

概要：貴重な文化財を後世に残すことは極めて重要とされており、近年デジタル技術を用いて有形または無形文化財を忠実に保存、再現する研究が盛んに行われている。日本の伝統芸能である薪能は、夏場の夕暮れから夜にかけて、能舞台周辺にかがり火を焚いて行われる神事・仏事である。舞台周辺のゆらめく炎が照明効果となり、金襴等のさまざまな反射特性を持つ糸によって織られた能装束は煌びやかに反射する。本研究では、能装束や演者の能舞などの有形・無形文化財の計測や解析によって得られた、形状、テクスチャ、反射特性、モーションデータおよび Image Based Lighting による動的環境照明によるレンダリング法を用いて薪能を VR 空間で再現する。

キーワード：薪能、デジタルアーカイブ、反射光解析、多重解像度 BTF モデリング、Image Based Lighting

1. はじめに

近年、デジタル技術による文化財の保存・復元に関する研究が盛んになってきており[1,2,3]、我が国においても、文化財等のモノにまつわるコトを多感覚情報で多面的に計測・モデル化・再現するための研究や、それらに基づく展示コンテンツの開発や来館者の行動や興味に応じた鑑賞支援など、時空間を超えて有形および無形文化財を五感で体験することが可能なデジタルミュージアム[4]に関する研究が進められている。

本研究では、日本文化を代表する伝統芸能である能を対象とし、デジタル技術を用いて計測された実測データに基づき、薪能を忠実に再現することを目的とする。

薪能は能の一種であり、夏場の夕暮れから夜にかけて、舞台周りに薪を焚いて行われる神事・仏事である。図1に示すように、舞台周りでゆらめく炎が照明効果となり、能装束は煌びやかに反射する。能装束には金襴や刺繍が施されており、非常にきめ細かな立体構造となっている。糸の素材や織構造が異なるため、光の入射方向と視線方向によって反射の仕方が異なる異方性反射特性を持つ。

演者が装っている能装束をレンダリングするために、まず、能装束の形状および反射特性を実測により取得する。次に、能装束で用いられる糸や織構造によって形成される微小面に基づく異方性反射特性 BTF データから、多重解像度 BTF モデリングを行う。これにより、視点と能装束との距離が離れていても、ディスプレイの1画素において複数方向の鏡面反射分布を持つレンダリングが可能となる。

次に、薪能をデジタルコンテンツとして再現するために、能舞台・能面等のモデルを計測や写真から復元する。また、図1で示すように、薪能は屋外や屋根付きなどのさまざまな舞台における照明環境下で行われる。そのため、Image



図1 薪能（伊賀市「お城まつり」[5]）、（中尊寺「薪能」[6]）
Based Lighting に基づくレンダリング計算を行う。

前回の研究報告[25]では、能装束のテクスチャのミップマップは対応されていたが、最大解像度においても織構造の微小面における分解能が低く、低解像度のテクスチャにおける法線情報が一つであった。また、周辺環境光として舞台周辺の炎のみでのレンダリングであった。そのため、本研究では微小面の異方性反射特性と自然環境光に対する照明によるレンダリング計算を実装した。

2. 関連研究

能装束の質感を忠実に再現するために物体表面の反射特性は、任意の入射方向の入射光に対する任意の視方向への反射光の比率として、双方向反射分布関数 BRDF (Bidirectional Reflectance Distribution Function)[8]により記述される。布表面の微視的幾何構造を基にした布の異方性反射を表す BRDF の生成手法が提案された[9, 10]。近年では全方位型の光学異方性測定装置が開発され、多数の入射方向と視方向の組み合わせによる計測データから BRDF を獲得し可視化する方法が提案された[11]。しかし膨大な計測データを必要とするため、反射光解析に基づき効率的に織物の異方性反射特性を抽出する手法が提案された[12]。また計算量の多い異方性 BRDF に対して、事前計算で BRDF をテクスチャ化させ高速レンダリングする手法が提案されている[13]。

^{†1} 立命館大学 情報理工学部
School of Information Science, Ritsumeikan University
^{†2} 広島市立大学
Hiroshima City University

また、薪能は図 1 に示されるように、屋外および屋内環境で行われ、夏場の夕暮れから夜にかけての太陽光の変化や、舞台周りでゆらめく炎など、さまざまな照明光がある。リアリスティックなレンダリングを再現するためには、能装束や能舞台等の形状や光学特性以外に入射光も重要となる。自然照明光など短時間での明るさ変化が比較的少ない環境照明によるレンダリング法として、実際の画像（環境マップ）を使用してレンダリングを行う研究が盛んに進められている。しかし全方向からの入射光を考慮するため、計算量が多く、リアルタイムにレンダリングすることが難点で、課題とされる。環境照明からの光の伝搬をオフラインで事前計算し、レンダリング時に事前計算結果を利用することで高速にレンダリングする手法 PRT(Precomputed Radiance Transfer)[14]や、その後シーンの移動、回転可能な動的な PRT など、より汎用性の高い手法が多く提案されている[15, 16]。

炎のレンダリング手法であるパーティクルシステム[17, 18]は高速にレンダリング可能だがリアリティに欠ける。数値流体解析によるシミュレーション[19]はリアルな炎の描画が可能だが、計算コストが大きく、リアルタイムに処理することができない。Perlin Noise[20]を用いたプロシージャル手法は数値流体解析と異なり、擬似的に炎を生成しているため計算コストが小さい。

3. 能装束のレンダリング

演者が装っている能装束をレンダリングするために、まず、能装束の形状および反射特性を実測により取得する。次に、能装束で用いられる糸や織構造によって形成される微小面に基づく異方性反射特性によるレンダリング法を述べる。

3.1 実測による能装束の形状・反射特性データの取得

まず、能装束の形状データを実測により取得する。図 2 は、コニカミノルタ社の非接触三次元デジタルサイザ(VIVID910)を用いて計測した形状モデル(三角ポリゴン数 150007)である。実際の能装束を立て掛けた状態にして三次元計測を行う。複数視点の計測による三次元形状データを、付属の編集ソフト“Polygon Edit Tool”の統合機能を用いて統合することで能装束の三次元形状データを生成した。しかし、織構造のような微細な形状計測は困難であるため、糸や織構造による微小面の法線情報は画像計測より

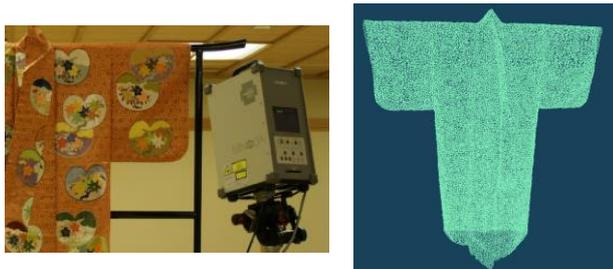


図2 能装束の三次元計測(VIVID910)と形状データ

生成する。

次に、能装束の反射特性データを取得する。図 3 に本研究の BRDF 計測のために使用した全方位型光学異方性反射測定装置(OGM: Optical Gyro Measuring Machine)を示す。図 3 (左)のように、OGM は試料台とデジタルカメラ、光源を先端に付けた 2 本のアームで構成される。カメラ 2 軸、ステージ 1 軸、光源 2 軸の合計 5 軸の回転自由度を持つ。この自由度を組み合わせることにより、織物に対し任意の入射方向に対する任意の視方向からの反射光の計測が可能である。



図3 OGMによる多方向照明画像計測と計測対象物

織物の反射光の観測は暗室で行い、光源は自然光に近く演色性の高いメタルハライドランプ 180W の LS-M180FB を用いる。解像度 3888×2529 ピクセル、有効画素数約 800 万画素のデジタルカメラ Canon EOS Kiss Digital X, EF100mm F2.8 マクロ USM レンズを用いた。

真上にカメラを固定し、照明方向を変化させ多重露光による多方向照明観測画像を獲得する。入射角の垂直角 θ が 0 度から 87 度まで 3 度ずつ、水平角 ϕ を 0 度から 355 度まで 5 度ずつ変化させて撮影を行い、2160 種類の観測画像を獲得する。また、各照明方向において露光時間を 1/4000, 1/640, 1/125, 1/20, 1/4, 1(sec) の 6 種類で撮影を行う。そのため、観測画像は計 12960 枚となる。

金襴の反射光はダイナミックレンジが広く、一つの露光時間での画像計測ではサチレーションが生じるため、多重露光による複数枚の観測画像から HDR 画像の獲得が必要となる。能装束は金糸・絹糸(光沢のある糸)・綿糸(光沢の少ない糸)三種類の糸が織られているため、それぞれ糸に合う BRDF を図 3 (右)に示す能装束の切れ端サンプルから抽出する。

図 4 に、多方向照明画像計測における光源位置(左上)と、金襴、文様、亀甲部の BRDF データを示す。各 BRDF データは、それぞれの織構造内における平均値を示している。各 BRDF データにおける反射率は、完全拡散反射面の標準白色板の実測値で正規化された値で示す。

3.2 多重解像度 BTF モデリング[21,22]

前節において能装束の各織構造の部分における反射特性を BRDF データとして得ることができたが、織構造の微小面を再現するために、BTF データとして記録する。さらに多方向照明による観測情報より、拡散反射成分 ρ_d 、鏡面反

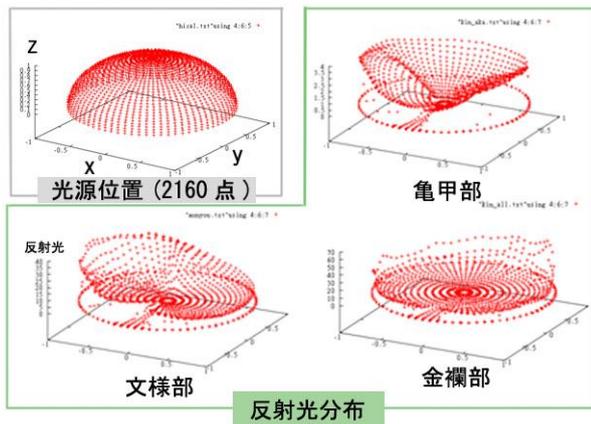


図4 多方向照明画像計測の光源位置とBRDFデータ
射成分 ρ_s , 法線方向 \mathbf{N} , 鏡面反射の分布 σ_x, σ_y を抽出する。
本研究では、織物の微小面におけるレンダリングとして、
異方性反射を考慮した Ashikhmin モデル[9]を用いる。

$$R(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r, \mathbf{N}) = \rho_d \cos \theta_i + \frac{\rho_s D(\mathbf{N}, \mathbf{h})}{\cos \theta_i \cos \theta_r} \quad (1)$$

$$D(n, h) = \exp \left\{ -\tan^2 \theta_h \left(\frac{\cos^2 \phi_h}{\sigma_x^2} + \frac{\sin^2 \phi_h}{\sigma_y^2} \right) \right\}$$

$D(n, h)$ は、微小面の粗さ分布に基づく鏡面反射の広がり
を示し、 σ_x, σ_y によって反射光の異方性が表現される。 θ_i, ϕ_i
は光源の垂直および水平の入射角、 θ_r, ϕ_r は観測角を示す。
 \mathbf{h} は、入射方向と視線方向のハーフベクトルを示す。入射角
情報と実測の反射率情報から、Levenberg-Marquardt 法によ
り式(1)の $\rho_d, \rho_s, \sigma_x, \sigma_y$ を推定する。図5に推定された BTF
データを示す。

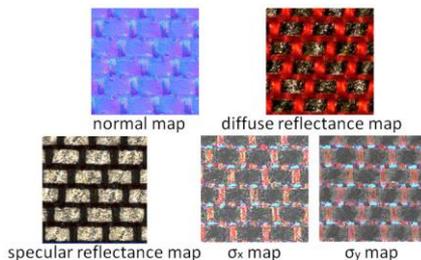


図5 織構造の BTF データ

織構造の微小面における BTF データを生成した。能装束
のレンダリングの際にこれらのテクスチャが使用されるが、
視点と能装束モデルまでの距離が長い場合、このままの解
像度ではモアレ等が発生する。それを回避するために、あ
らかじめミップマップ画像を作成し、低解像度な画像生成
法として線形補間やトライリニア補間などがあるが、いず
れも1方向の鏡面反射に集約される問題がある。

そこで、武田ら[21,22]の EM アルゴリズムを用いた多重
解像度 BTF モデリングを行うことによって、低解像度にお
いても鏡面反射の強い方向を複数保持する。図6に示すよ
うに、視点から対象までの距離が離れると、レンダリング
計算において、1段階解像度の低い BTF データが参照され
る。これは1段階高い解像度における、4画素分の法線や

鏡面反射の情報を持つことを示し、グラフのように2つの
特徴的な山で示される鏡面反射が分布される。これを EM
アルゴリズムにより、2つの鏡面反射分布を持つ多重解像
度 BTF モデリングを生成する。

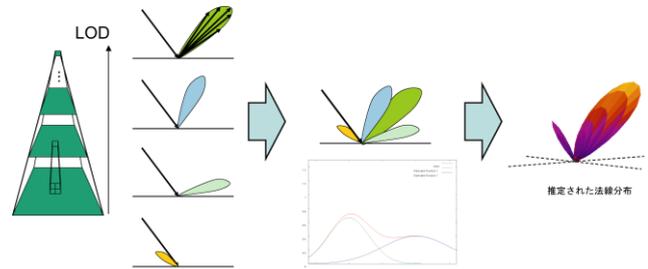


図6 EM アルゴリズムによる多重解像度 BTF モデリング

3.3 能装束モデルへのテクスチャマッピング

前節で得られた糸および織構造ごとの多重解像度 BTF
データと能装束の三次元モデルとの対応付けを行う必要が
ある。本研究では、図7に示すような織構造を識別するた
めのマスク画像を作成し、演者の能装束にマッピングする。
図の右に示すように、マスク画像のそれぞれの色が金襴、
亀甲、それ以外の文様部を示しており、文様部の色は物体
色として拡散反射成分のレンダリング計算に用いる。

また、図7の水色で示された領域となる演者の着付け
(能装束の下に着込むもの)も朱子織りの BTF データを使
用する。これにより、シェーダによるレンダリング計算の
際にどの BTF データを参照するかが判断される。



図7 織構造を識別するためのマスク画像

4. 新能の再現

新能のデジタルコンテンツとして能装束の他に、能舞台・
能面等の実測データに基づく再現が必要となる。また、図
1で示したように、新能は屋外や屋内などのさまざまな舞
台における照明環境下で開催される。そのため、さまざま
な照明環境下でのレンダリング計算について述べる。

4.1 能舞台の CG モデル

本研究では、日本で現存する最古の国宝能舞台である、
西本願寺・北能舞台において、デジタル技術を用いて新能
を再現する。近年、北能舞台で実際に能が演じられること
は極めて少ない。また、北能舞台では基本的に昼間に能が
行われたと言われている。このことから、夕方から夜にか
けて行う新能を北能舞台で再現するという事はデジタル
技術の利点であり、通常では見ることのできない新しい能
の表現が期待できる。

図8に、NewTek社のLightWave3Dを用いて、現存する

資料の寸法をもとに復元した北能舞台のモデルを示す。北能舞台の鏡板の松図は、現状では風雨に晒されほとんど原型を留めていない。能舞台のうしろの正面の鏡板は川面美術研究所により当時の松図が復元されたものをテクスチャマッピングしている。



図8 能舞台のCGモデル(西本願寺・北能舞台)

4.2 能面の三次元モデル

図9に作成した女面の三次元モデル(三角ポリゴン数1064)を示す。女面の三次元モデルは、観世流片山家蔵の能面をVIVIDで計測したものをもとに作成した。テクスチャ情報はVIVIDによるカラー画像では低解像度であるため、それよりも解像度の高いカメラを用いて別途撮影を行い、マッピングを行っている。



図9 女面の三次元モデル

4.3 能の舞のモーションキャプチャとアニメーション

能の演技は、所作と呼ばれる基本動作や型と呼ばれる身体動作によって構成されている。演者の舞についてはモーションキャプチャにより取得し、ボーンモデルに能装束を着せて再現する。本研究では、Motion Analysis社の赤外線追跡装置を用い、観世流能楽師の杉浦豊彦氏による能の舞による動作を取得した。図10(左)に示すように、身体に取り付けたマーカは全部で19点あり、それぞれ回転3方向、並進3方向の6自由度の情報を秒間20フレームで計測した。

取得したマーカの情報は、人体の骨組みに基づいた階層構造となっている。フレーム毎に根ノードから葉ノードへ再帰的に平行移動・回転の行列計算を行うことで人体モデルの各関節の位置・姿勢を決定する。この情報をもとに演者の手、足、頭、装束の三次元モデルの頂点位置と法線ベクトルを再計算する。上衣部分の各頂点はバネダンパで繋ぎ、襟、胸、腰部分周りの頂点は動かないよう固定とする。肩から腕にかけての各ノードおよび大腿部から足先にかけての各ノードにボリュームを持った線(中心線)として繋ぎ、上衣が中心線から一定距離を保つように、Verlet法[23]によって頂点位置と法線ベクトルを算出する。図10(右)に取得した舞のモーションデータの一部を可視化したもの

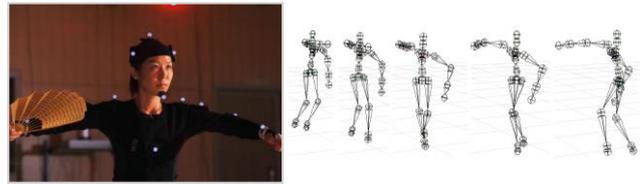


図10 演目「海人」のモーションキャプチャと取得データを示す。

4.4 レンダリング計算

薪能のデジタルコンテンツにおいて、レンダリング計算に必要な入射光の種類として、図1の現代の薪能の写真に示されるように、スポットライト、薪能に必須である舞台周辺の松明によるかがり火、提灯、夕刻の太陽や月などの自然環境光があげられる。特にかがり火は明るさの変化が多い動的な照明であり、その炎の揺らめきによって能装束の美しさがより引き立たせられる。また、夕刻から夜にかけての太陽光の変化も影響が大きいとされる。

本研究では、自然環境光を静的照明、舞台周辺の松明によるかがり火を動的照明として定義し、西脇ら[7]の手法に基づきそれぞれの照明光によるレンダリング計算を行う。自然環境光とされる静的照明として、屋外での薪能の再現のために、平安神宮内において全周囲画像の撮影を行った。図11に、平安神宮内で撮影した全周囲HDR画像を示す。



図11 全周囲HDR画像(平安神宮内)

得られた全周囲HDR画像を、図12に示すように球面上にマッピングを行い静的照明のテクスチャを作成する。動的照明に関しては、20フレーム分を定義した。

西脇ら[7]の手法によるImportance Samplingにより、それぞれの照明テクスチャから、入射光の方向ベクトル $L(\omega)$ を決定する。入射光の方向ベクトル数を20に定義した。

静的照明および動的照明による物体の反射光 I は式(2)に

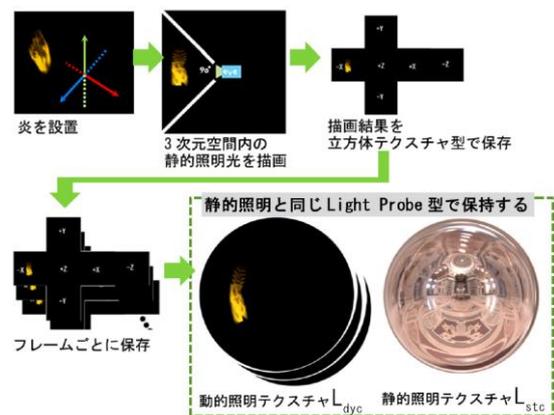


図12 炎の動的照明テクスチャ生成

より算出される。

$$\mathbf{I} = \mathbf{I}_{\text{stc}} + \mathbf{I}_{\text{dyc}} \quad (2)$$

\mathbf{I}_{stc} は静的照明による反射光， \mathbf{I}_{dyc} は動的照明による反射光を示す。 \mathbf{I}_{stc} はさらに拡散反射成分 $\mathbf{I}_{\text{stc,d}}$ と鏡面反射成分 $\mathbf{I}_{\text{stc,s}}$ に分けられ，式(3)より算出される。

$$\mathbf{I}_{\text{stc}} = \mathbf{I}_{\text{stc,d}} + \mathbf{I}_{\text{stc,s}}$$

$$I_{\text{stc,d}} = \rho_d \iint L_{\text{stc}}(\omega) \max(\mathbf{L}(\omega) \cdot \mathbf{N}(m, u, v), 0) d\omega dm \quad (3)$$

$$I_{\text{stc,s}} = \rho_s \iint L_{\text{stc}}(\omega) R(m, u, v) d\omega dm$$

$L_{\text{stc}}(\omega)$ は静的照明の光の強さ， $\mathbf{L}(\omega)$ は入射方向ベクトルを示す。 m は多重解像度 BTF 画像における異方性反射のインデックスを示し，2種類扱う。 $\mathbf{N}(m, u, v)$ は，多重解像度 BTF 画像の法線マップの座標 (u, v) における法線ベクトルを示す。 $R(m, u, v)$ は，Ashikhmin モデル[9]によって算出された異方性を持つ微小面に対する鏡面反射の反射率を示す。

同様に，動的照明によるレンダリング計算を式(4)に示す。

$$\mathbf{I}_{\text{dyc}} = \mathbf{I}_{\text{dyc,d}} + \mathbf{I}_{\text{dyc,s}}$$

$$I_{\text{dyc,d}} = \rho_d \iint L_{\text{dyc}}(f, \omega) \max(\mathbf{L}(\omega) \cdot \mathbf{N}(m, u, v), 0) d\omega dm \quad (4)$$

$$I_{\text{dyc,s}} = \rho_s \iint L_{\text{dyc}}(f, \omega) R(m, u, v) d\omega dm$$

f は，図 12 の動的照明テクスチャのフレーム番号を示す。

レンダリング計算は，シェーダプログラミングにおけるフラグメントシェーダ（出力解像度のピクセル単位）で行われる。各多重解像度 BTF 画像がレンダリング対象となるモデルにテクスチャとして貼り付けられた場合の隣接ピクセルにおける UV 座標の差分から，適切なミップマップレベルと UV 座標を決定し，その座標に該当する BTF の各パラメータを用いて算出する。

4.5 影および能舞台の映り込みのレンダリング

さまざまな照明光によるオブジェクトのレンダリング計算の他に，演者の影および能舞台の映り込みのレンダリングを行う必要がある。能舞台には床面が磨かれているものもあり，そこに映り込みが生じている。影のレンダリングは，PCSS (Percentage-Closer Soft Shadows) [24]を用いる。

5. 実験結果

前章までに述べた各種モデルおよびレンダリングアルゴリズムに基づき，デジタル薪能のコンテンツの実装を行った。レンダリング計算の実装として，シェーダ言語である glsl (OpenGL Shading Language) を用いた。動作環境として，CPU がインテル Core i7-6700，メモリ 16GB，グラフィックカードに NVIDIA GeForce GTX1070 8GB を用いた。

図 13 に，能舞台周辺の 4 箇所所に薪を配置し，かがり火による動的照明に対して舞台上の演者および能装束のレンダリングを行った結果を示す。また，図 14 に能装束の金



図13 薪能のレンダリング結果

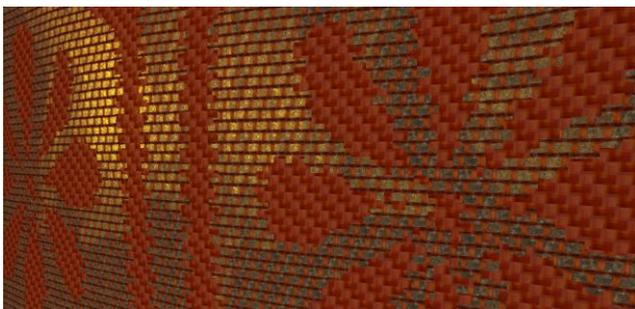
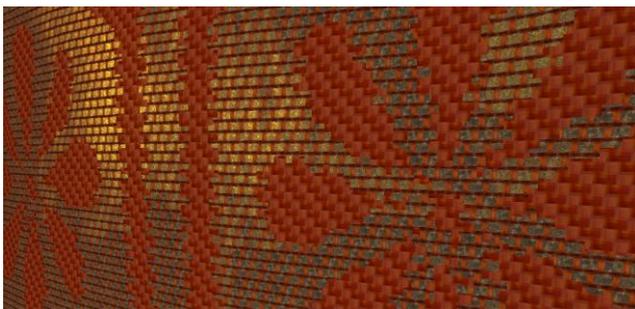


図14 金欄部のレンダリング

欄部の拡大図を示す。かがり火によって能装束からの鏡面反射による光沢にゆらめきが再現されていることが確認された。

また，2014年と2015年に京都文化博物館のデジタルミュージアム展にて薪能のデモ展示を実施し，2016年には大学キャンパス内にて6面ディスプレイによるデモ展示（図15）を実施した。

現在は HMD を用いた薪能の観賞体験システムも実装中である。



図15 6面ディスプレイによるデモ展示

6. おわりに

本研究では、デジタル技術を用いて薪能を忠実に再現するために、能装束、面、舞台の形状や光学特性、演者の舞によるモーションデータといった実測データの計測およびパラメータ化の方法について述べた。また、周辺環境光や、能舞台周りの薪の炎によって照らされる演者および能装束の異方性反射特性の解析に基づくレンダリング法により、薪能のデジタルコンテンツを構築した。現状ではレンダリングの出力値については、ディスプレイの機能上表現可能なダイナミックレンジが限定されているため、トーンマッピングをする必要がある。その適切な処理を検討する必要がある。また、夕刻から夜にかけての太陽光や月の変化による自然環境光の変化も必要と考えられる。

レンダリング以外では、より臨場感のある薪能を再現するために、演目による曲や周辺の演奏者の追加等、さまざまな課題があげられる。

謝辞 本研究は、平成 14-18 年度 立命館大学 21 世紀 COE プログラム「京都アート・エンタテインメント創成研究」、平成 19-23 年度 文部科学省グローバル COE プログラム「日本文化デジタル・ヒューマニティーズ拠点」、平成 21 年度 文部科学省研究開発事業「デジタル・ミュージアム実現のための研究開発に向けた要素技術及びシステムに関する調査検討」、平成 22-24 年度 文部科学省度科学技術試験研究委託事業「デジタル・ミュージアムの展開に向けた実証実験システムの研究開発」、平成 25-26 年度 新学術領域研究「質感脳情報学」公募研究、平成 28 年度 研究拠点形成支援プログラム「立命館大学日本文化デジタル・ヒューマニティーズ拠点」の助成を受けたものである。

参考文献

- 1) Levoy, M., Pulli, K., Curless, B., Rusinkiewicz, S., Koller, D., Pereira, L., Ginzton, M., Anderson, S., Davis, J., Ginsberg, J., Shade, J. and Fulk, D., "The Digital Michelangelo Project: 3D Scanning of Large Statues," ACM SIGGRAPH 2000, pp.131--144(2000).
- 2) Styliani, S., Fotis, L., Kostas, K. and Petros, P. "Virtual Museums, a Survey and Some Issues for Consideration," Journal of Cultural Heritage, Vol.10, No.4, pp.520--528(2009).
- 3) Carrozzino, M. and Bergamasco, M. "Beyond Virtual Museums:

Experiencing Immersive Virtual Reality in Real Museums," Journal of Cultural Heritage, Vol.11, No.4, pp.452--458(2010).

4) 八村広三郎 田中覚 西浦敬信 田中弘美: 文化遺産の記録と再現-「コト」のデジタルアーカイブの実現に向けて-, 電子情報通信学会誌, Vol.99, No.4, pp.287--294(2016).

5) 伊賀市, "お城まつり" <http://www.city.iga.lg.jp/>.

6) 岩手県 中尊寺 "薪能" <http://www.chusonji.or.jp/>.

7) 西脇靖洋, 坂口嘉之, 田中弘美: 動的照明による織物の異方性反射レンダリング; 信学技報, 110(382), MVE2010-102, pp.223--228 (2011).

8) N.Nicodemus, J.Richmond, and J. Hsia, "Geometrical considerations and nomenclature for reflectance," Monograph 160, U.S. Department of Commerce, National Bureau of Standards, Oct. 1977.

9) M. Ashikhmin, S. Premoze and P. Shirley, "A Microfacet-based BRDF Generator," Proc. SIGGRAPH 2000, pp.65-74, July 2000.

10) 安田孝美, 鈴木克知, 横井茂樹, 鳥脇純一郎, 稲垣勝彦, "異方性を考慮した布地の光反射モデル," 第 5 回 NICOGRAPH 論文コンテスト論文集, pp. 215-223, Nov. 1989.

11) 竹村伸太郎, 坂口嘉之, 三ツ井茂, 国松敦, 山内康晋, 千原国広, "異方性反射特性の計測と可視化手法の提案," 計測自動制御学会, 第 7 回パターン計測シンポジウム, pp. 29-32, Nov. 2002.

12) 武田祐樹, 坂口嘉之, 田中弘美, "少数視点画像の反射光解析に基づくシルクライク織物の異方性反射レンダリング," 芸術科学会論文誌, Vol. 7, No. 4, Dec. 2008.

13) MCCOOL, M., ANG, J., AND AHMAD, A. "Homomorphic factorization of BRDFs for high-performance rendering." SIGGRAPH 2001

14) Peter-Pike Sloan, Jan Kautz, John Snyder, "Precomputed Radiance Transfer for Real-Time Rendering in Dynamic, Low-Frequency Lighting Environments", SIGGRAPH 2002

15) Kun Zhou, Yaohua Hu, Stephen Lin, Baining Guo, Heung-Yeung Shum, "Precomputed Shadow Fields for Dynamic Scenes", SIGGRAPH 2005

16) Ren et al "Real-time Soft Shadows in Dynamic Scenes using Spherical Harmonic Exponentiation", SIGGRAPH 2006

17) W. T. Reeves "Particle Systems A Technique for Modeling a Class of Fuzzy Objects", ACM Trans. on Graphics (1983)

18) Norishige Chiba, Kazunobu Muraoka, Hiromichi Takahashi, Mamoru Miura, "Two-dimensional visual simulation of flames, smoke and the spread of fire", The Journal of Visualization and Computer Animation Volume 5, March 1994

19) Duc Quang Nguyen, Ronald Fedkiw, Henrik Wann Jensen, "Physically Based Modeling and Animation of Fire", SIGGRAPH 2002

20) A. R. Fuller, H. Krishnan, K. Mahrous, B. Hamann, and K. I. Joy: Real-time Procedural Volumetric Fire; 2007 Symposium on Interactive 3D Graphics and Games (I3D'07), 175-180 (2007).

21) 武田祐樹 坂口嘉之 田中弘美:少数視点画像の反射光解析に基づくシルクライク織物の異方性反射レンダリング, 芸術学会論文誌, vol.17, no.4, (2008).

22) 武田祐樹 田中弘美: 多方向照明 HDR 画像を用いた金襴の多重解像度異方性 BTF モデリング, 電子情報通信学会論文誌 D, Vol.J91-D, No.12 (2008).

23) L. Verlet: Computer "Experiments" on Classical Fluids; Physical Review, 159, 98-103 (1967).

24) F. Randima, "Percentage-closer soft shadows," Proc. ACM SIGGRAPH 2005 Sketches, No. 35.

25) 脇田航 田中士郎 古川耕平 八村広三郎 田中弘美, "反射光解析に基づく薪能における能装束の質感再現," CVIM 研究会技術研究報告, Vol. 195, No. 11, pp. 1-6 (2015).