

1/fゆらぎによる1次元セルオートマトンの進化
(Evolution of One-dimensional Cellular Automata by 1/f Noise)

蜷川 繁

金沢工業大学 工学部 情報工学科

〒 921-8501 石川県石川郡野々市町扇が丘 7-1

e-mail: ninagawa@infor.kanazawa-it.ac.jp

1 はじめに

セルオートマトン (Cellular Automaton, CA) は大自由度離散力学である。計算万能性をもつ CA は 1/f ゆらぎとよばれる特異なパワースペクトルをもつことから, CA において 1/f ゆらぎと計算万能性との間に何らかの関連があると予想される。そこで本研究では 1 次元 2 状態 5 近傍 CA を対象に 1/f ゆらぎを示す CA を遺伝的アルゴリズムを用いて探索を行い, その途中経過を報告する。

2 セルオートマトンにおける 1/f ゆらぎ

N 個のセルからなる 1 次元 CA において, i 番目のセルの t ステップ目の状態を $x_i(t)$ とする。 $t = 0, 1, \dots, T-1$ の T 個の時系列データに対して次の式 (1) で定義されるフーリエ変換を施す。

$$\hat{x}_i(f) = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} x_i(t) \exp(-i \frac{2\pi t f}{T}), \quad (f = 0, 1, \dots, T-1). \quad (1)$$

これを次の式 (2) のように全セルにわたって総和をとり, パワー $S(f)$ とする。

$$S(f) = \sum_{i=1}^N |\hat{x}_i(f)|^2. \quad (2)$$

1 次元 2 状態 3 近傍 CA を単純 CA (Elementary CA, ECA) とよぶ。ECA は全部で $2^{2^3} = 256$ 種類あるが, 左右の置換, 0 と 1 の置換, およびそれらを組み合わせた置換に対して等価な CA を除くと, 独立なものは全部で 88 個ある。例えば式 (3) の状態遷移規則 (ルール) を考える。横線の上は近傍の状態を表し, 横線の

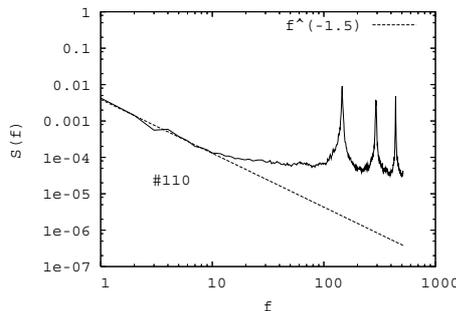


図 1: 単純セルオートマトン #110 のパワースペクトル。セル数 700, ステップ数は 1024。

下は中央のセルの次のステップでの状態を表す。

$$\begin{array}{cccccccc} 111 & 110 & 101 & 100 & 011 & 010 & 001 & 000 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array} \quad (3)$$

このルールを 8 けたの 2 進数とみなすことにより, この ECA を #110 とよぶ。

セル数が 700, $T = 1024$ の場合のランダムな初期様相から開始した場合の #110 のパワースペクトルを図 1 に示す。 $f = 1 \sim 10$ の周波数域において, $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ と近似したとき, $\beta = -1.5$ となっている。88 個の ECA のうち, #110 がもっとも長いステップにわたり 1/f ゆらぎを示すことが知られている [1]。 #110 は計算万能性をもつことが証明されている [2]。また, 2 次元 CA であるライフゲームは計算万能性をもつ [3] が, これについても 1/f ゆらぎを示すことが知られている [4]。これらの結果から, 一般に CA において, 計算万能性と 1/f ゆらぎの間には何らかの関連があると予想される。

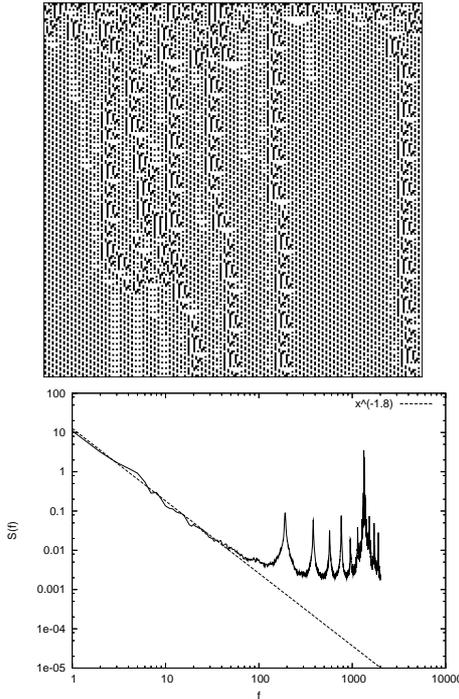


図 2: 実験で得られたセルオートマトンの時空間パターン(上)とパワースペクトル(下). 時空間パターンのセル数は 200, ステップ数は 200. パワースペクトルの破線は $f = 1 \sim 10$ の周波数域において, 最小 2 乗法を用いて $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ と近似した近似曲線 ($\beta = -1.8$).

3 実験

そこで, 本研究では 1 次元 2 状態 5 近傍 CA (1-2-5CA) において $1/f$ ゆらぎを示すものを探索する. ただし, 対象となるルールは全部で $2^{2^5} \approx 4.2 \times 10^9$ 個あるため全数探索は現実的ではない. そこで遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithms, GA) を用いて探索を行う. 式 (4) で与えられている 1-2-5CA のルールを考える. 一般に 1-2-5CA のルールは 32 ビットの 2 進数列 $x_{31}x_{30}\dots x_0$ で表現できるが, 本実験では常に $x_0 = 0$ とするので, ルールは 31 ビットの 2 進数列となる.

$$\frac{11111}{x_{31}} \frac{11110}{x_{30}} \dots \frac{00001}{x_1} \frac{00000}{x_0} \quad (4)$$

CA の実行条件としてセル数は 700, 実行ステップ数は 5000, 両端のセル同士がつながっている周期境界条件を用いた. 初期様相は 0 と 1 が等確率でランダムに出現するようにした.

各ルールの時系列データから得られたパワースペクトルに対して, $f = 1 \sim 10$ の周波数域において, 最小 2

乗法を用いて $\ln S(f) = \alpha + \beta \ln f$ と近似し, 指数 b から式 (5) によって適合度 F を求める.

$$F = \begin{cases} |b| & b < 0 \\ 0 & b \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

ただし, 1 次元 CA の場合, 2 次元 CA に比べ, 適合度の値が初期様相に依存することが多いので, 世代ごとに 10 通りの初期様相を用意して, それらの平均値を適合度とする.

ルールを表す記号列 $x_{31}x_{30}\dots x_0$ における 1 の割合を λ パラメータとよぶ. 初期集団として用いるルールは $1/32 \leq \lambda \leq 16/32$ となるように, ランダムに 160 個生成する. 交叉は交叉確率 0.6 の一様交叉とし, 1 ビットあたりの突然変異確率を 0.05 とした. エリート数を 20 とする. 実験で得られた, ルールの時空間パターンとパワースペクトルを図 2 に示す.

4 おわりに

一般に, $1/f$ ゆらぎにおいては低周波域でのパワースペクトルの振る舞いが重要となる. 今回の実験ではパワースペクトルを求める際に 4000 ステップのデータをとったが, 今後はより長期のデータについて実験を行う必要がある. 今回の実験で得られたルールのパワースペクトルの傾きは $\beta = -1.8$ となり $1/f$ ゆらぎとは言いがたいが, より長期のデータを用いることにより, β が -1 に近づくとと思われる.

参考文献

- [1] 蛸川繁: 単純セルオートマトンにおける $1/f$ ゆらぎ, 情報処理学会論文誌, **47**, 3017–3020 (2006)
- [2] M. Cook: Universality in Elementary Cellular Automata, *Complex Systems*, **15**, 1–40 (2004)
- [3] E. R. Berlekamp, J. H. Conway and R. K. Guy, *Winning Ways for Your Mathematical Plays, Vol.4* (A K Peters, Wellesley, second edition, 2004).
- [4] S. Ningawa, M. Yoneda and S. Hirose: $1/f$ fluctuation in the "Game of Life", *Physica D*, **118**, 49–52 (1998)