

1U-4

適応的データ構造を用いた気泡のアニメーション

上田 卓也[†] 藤澤 誠[†] 三浦 憲二郎^{††}[†] 静岡大学大学院理工学研究科 ^{††} 静岡大学工学部機械工学科

1 はじめに

近年のCGアニメーションでは、気体や液体の運動を表現するためにコンピュータによる物理シミュレーションが用いられている。しかし、流体中の気泡が扱われておらず、リアリティの低い液体に見えてしまう。本研究では、流体シミュレーションのリアリティをより高めるために、流体中での気泡の動きや変形を扱うことのできる、気泡を考慮した流体シミュレーションを行うことを目的とする。気泡は全体の計算領域に対して非常に小さいため、一様に同じ大きさの計算格子を用いず、適応的データ構造を用いた計算格子を用いることで計算コストを減らす。また、気体と液体を統合的に扱うために、流体解析で用いられている CIP-LevelSet 法を用いる。

2 適応的データ構造

全ての領域を均一に細かくしたのではメモリ使用量が増し、処理に要する時間も大きくなってしまう。従って、非構造格子である適応的データ構造による計算格子 [1] を用いて、気泡内部と周辺の計算格子を細かくした。

2.1 ツリー型データ構造

適応的データ構造による格子の管理には、ツリー型データ構造を用いた。ツリー型データ構造は流体解析を単純なアルゴリズムによるループ処理により実行でき、セルの探索を簡単な演算によって行える。構造格子と非構造格子のメリットを併せ持っており、流体解析のためのデータ構造に向いているということで、過去の多くの流体シミュレーションに用いられており、本研究においてもこれを用いる。

2.2 系譜

計算を行うためには隣接セルなど、任意の位置のセルを見つける必要がある。しかし、適応的データ構造においては構造格子のように単純に隣接セルを見つけることはできない。よって親子関係を辿って隣接セルを見つけることとなる。この時に、あらかじめ各セル

に系譜 [2] を与えておくことで、隣接セルの探索を高速に行うことができるようになる。

2.3 セルの分割

本研究においては無条件にすべての領域で均一にレベル 6 までセルを分割し、気泡の付近では最大レベル 8 までセルを分割している。

3 圧力場と速度場の計算

本研究では、連続の式とナビエ・ストークス方程式を解くのに適しているという理由から、スタッガード格子を用いた。速度は格子の境界面、圧力と粘度は格子の中心で定義される。

3.1 異なるセルのレベルでの圧力・速度

適応的データ構造による計算格子においてはセルの幅が必ずしも隣同士で等しくない。したがって、セルの幅が隣同士で異なっている場合はそのセルの幅での速度・圧力の値に補正する必要がある。

まず、隣のセルが自分のセルよりも大きいとき、圧力と速度はそのセルの値をそのまま用いる。次に隣のセルが自分のセルよりも小さいとき以下の手順によって圧力・速度を決定する。

圧力は子セルの圧力の平均値をそのセルの圧力とする。速度は回りのセルの速度から線形補完によって速度を求め、そのセルの速度とする。

4 気泡の動きのシミュレーション

本研究では、式 (2) のナビエ・ストークス方程式の移流項において、密度がオーダーで 10^3 異なる液体と気体を統合的に扱うために、CIP 法 [3] を用い、液体と気体の境界面の追跡に Level Set 法 [5] を用いる。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\delta \mathbf{u}}{\delta t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{f} \quad (2)$$

非圧縮性流体を考える場合、式 (2) が非線形項を含み、時間微分と空間微分が混在することから、圧力項において式 (1) の連続の式を満足させ体積流量を一定に保つために、プロジェクション法を用いる。

拡散項においては 2 次の中心差分を用い、緩和法で解く。

4.1 CIP-LevelSet 法 [4]

4.1.1 CIP 法

CIP 法とは点 (i, j) 、点 $(i+1, j)$ 、点 $(i, j+1)$ そして点 $(i+1, j+1)$ の 4 点での値と勾配を用いて 3 次で

Bubble Animation with An Adaptive Data Structure

[†] Takuya UEDA, Makoto FUJISAWA^{††} Kenjiro T. MIURAGraduate School of Science and Technology, Shizuoka University ([†])Department of Mechanical Engineering, Shizuoka University (^{††})

3-5-1 Johoku, Hamamatsu, Shizuoka, 432-8561, Japan

内挿補完する方法である．内挿補完の関数は式 (3) のような，3 次で 10 個の未知数を持つ式として表すことができる．

$$F_{i,j}(x, y) = C_{30}X^3 + C_{21}X^2Y + C_{12}XY^2 + C_{03}Y^3 + C_{20}X^2 + C_{11}XY + C_{02}Y^2 + C_{10}X + C_{01}Y + C_{00} \quad (3)$$

4.1.2 Level Set 法

気相と液相を 1 つの計算領域で計算し，気相と液相を区別して表現するために，Level Set 法を用いる．この方法は，Level Set 関数と呼ばれる符号付距離関数 ϕ (図 1(a) 参照) を移流させる．しかし流れていくことで符号付距離関数が崩れてくるので，式 (4) で再初期化する．

$$\phi_\tau + S(\phi_o)(|\nabla\phi| - 1) = 0 \quad (4)$$

ここで S は ϕ の符号である．

4.1.3 表面張力

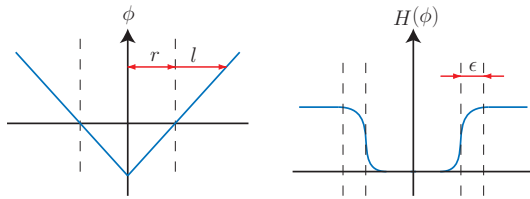
本研究では表面張力は CSF モデルを用い，式 (5) を運動方程式に加える．

$$\mathbf{F} = -\sigma\kappa\nabla H \quad (5)$$

ここで， σ は表面張力係数， κ は曲率であり， H は ϕ から次式で定義されるヘビサイド関数である．

$$H(\phi) = \begin{cases} 0 & \phi < -\epsilon \\ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\phi}{\epsilon} + \frac{1}{2\pi} \sin \left(\frac{\pi\phi}{\epsilon} \right) \right) & -\epsilon \leq \phi \leq \epsilon \\ 1 & \phi > \epsilon \end{cases}$$

ここで， ϵ はヘビサイド関数を制御する定数である．ヘビサイド関数は図 1(b) のように気泡の境界から $\pm\epsilon$ の領域だけ傾きが連続的に変化し，気泡の境界上で傾きが最大となる関数である．



(a) 符号付距離関数

(b) ヘビサイド関数

図 1: 関数の形

5 結果

図 2(a) はヘビサイド関数の勾配を表したもので，色が濃くなるほど値は大きくなる．図 2(a) は気泡の周りとその内部の計算格子を細かくした結果をである．

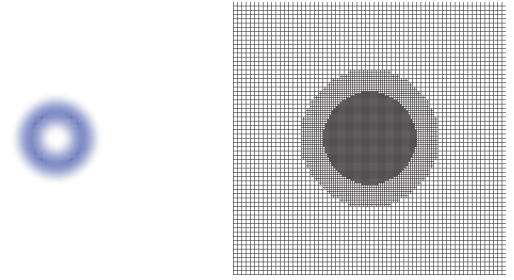
使用するメモリ領域は，均一にレベル 8 まで切った計算格子を用いたものと，適応的な計算格子を用いたものでは約 10 倍の差があった．これらをふまえると，

気泡の数やヘビサイド関数の ϵ の値にも依存するが，適応的に計算格子を設けることによって大幅な計算時間の短縮が図れ，必要なメモリ量も少なくなる．

6 まとめ

本研究では，リアリティをより高めるために，気泡を考慮した流体シミュレーションを行った．適応的データ構造を用いることにより，処理時間や必要とされるメモリ領域をあまり増加させることなく，気泡周りの流体の流れをシミュレートすることが可能となった．

今後の課題としては，2 次元から 3 次元への拡張を行う予定である．



(a) ヘビサイド関数

(b) 適応的グリッド

図 2: 結果

参考文献

- [1] Losasso, F., Gibou, F., Fedkiw, R., " Simulating Water and Smoke with an Octree Data Structure, " SIGGRAPH 2004, ACM TOG 23, pp.457-462, 2004.
- [2] Ogawa, T., " An Efficient Numerical Algorithm for the Treedata Based Flow Solver, " Computational Fluid Dynamics 2000, pp.337-342, 2000.
- [3] 矢部孝内海隆行尾形陽一, 北森出版, CIP 法 (2003)
- [4] 姫野武洋, CIP-Level Set 法の考え方 (1999)
- [5] Osher, S., Fedkiw, R., " Level Set Methods and Dynamic Implicit Surfaces, " Springer Verlag, 2002.