

マンハッタン距離に基づいた無線ネットワークの
最小エネルギーブロードキャストに関する研究

Minimum Energy Broadcasting in Wireless Networks under Manhattan Distance

洪 明一[†]

Akiichi Koh

山田 敏規[†]

Toshinori Yamada

1. はじめに

近年、無線ネットワークが大きな注目を集めている。特に、自立分散型無線ネットワークは戦場や緊急災害救助などの潜在用途のため注目されている [5, 7]。従来の有線ネットワークや携帯電話無線ネットワークと違い、自立分散型無線ネットワークでは有線バックボーンのような設備は設置されない。自立分散型無線ネットワークのノード (基地局) は信号の送受信を担う全指向製アンテナを装備し、通信は各基地局に送信電力を割り当てることによって確立される。最も一般的な電力減衰モデルでは、送信元から距離 r に対して信号電力は $1/r^\alpha$ 倍に減衰する。ここで、 α は無線環境に依存した定数で、通常は 1 から 6 の間の値である。

自立分散型無線ネットワークにおいて、ブロードキャスト、マルチキャスト、ゴシップング (全点間通信) などの既存ネットワークにおいて典型的であった通信パターンに対応することは重要な問題である。特に、出来るだけ小さいエネルギー消費で所望の通信パターンを保障することは工学的に重要な問題である。本研究では、自立分散型無線ネットワークにおいて小さいエネルギーでブロードキャストをサポートする問題に動機付けられて、最小エネルギーブロードキャスト (MECBS) 問題について考える。

D を有向グラフとし、 $V(D)$ と $A(D)$ をそれぞれ D の点集合と有向辺集合とする。 S_n を n 個の基地局から成る集合とし、 $c: S_n^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$, $r \in S_n$ とする。ここで $\mathbb{R}^+$ は非負の実数から成る集合である。写像 $w: S_n \rightarrow \mathbb{R}^+$ が割り当てられたとき、 $D(S_n, c, w)$ を以下のように定義される有向グラフとする: $V(D(S_n, c, w)) = S_n$; $A(D(S_n, c, w)) = \{[u, v] : w(u) \geq c(u, v)\}$ 。また、 $\sum_{v \in S_n} w(v)$ を w の総重みと呼ぶ。このとき、MECBS 問題は以下のように定式化される:

MECBS 問題

入力: 基地局集合 S_n , 写像 $c: S_n^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$, 点 $r \in S_n$

質問: $D(S_n, c, w)$ が r から全ての点 $v \in S_n$ への有向パスを持つような、総重み最小の w を求めよ。

MECBS 問題は NP-困難であることが知られており、 $\text{NP} \subseteq \text{DTIME}(n^{O(\log \log n)})$ でない限り、近似比 $(1 - \epsilon) \ln n$ 以下で近似することが不可能であることが示さ

[†]埼玉大学 Saitama University

れている。また、MECBS 問題を解く $(10.8 \ln n)$ -近似アルゴリズムが [2] によって示されている。

S_n が $(d$ -次元) 空間の点から成り、コスト関数 c が距離関数 L の α 乗として定義される MECBS 問題を $\text{MECBS}[L^\alpha]$ 問題と呼ぶ。 d -次元ユークリッド空間上の距離関数を N_d で表す。Clementi ら [1] は $d \geq 2$ かつ $\alpha > 1$ に対して $\text{MECBS}[N_d^\alpha]$ 問題が NP-困難であることを示した。Wieselthier ら [7] は $\text{MECBS}[N_2^\alpha]$ 問題に対するいくつかのグリーディアルゴリズムの振る舞いを調べた。Clementi ら [1] と Wan ら [6] は、 $\text{MECBS}[N_2^\alpha]$ 問題 ($\alpha \geq 2$) に対する MST アルゴリズムの近似比を見積もり、[1] では近似比が $(2\sqrt{5})^\alpha$ 以下であることが、[6] では 6 と 12 の間であることが示されている。

$\text{MECBS}[N_d^\alpha]$ 問題は、障害物が何もない状況では有効であるが、建物などの障害物が多い状況では必ずしも有効であるとは言えない。したがって、様々な距離関数 L に対する $\text{MECBS}[L^\alpha]$ 問題を考えることは重要である。

本研究では、2 次元マンハッタン距離関数 M_2 に対する $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題について考察する。まず、 $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題の NP-困難性を示す。次に、 $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題を解く $(12 \cdot 2^{\alpha/2})$ -近似アルゴリズムを示す。

2. $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題の NP-困難性

G を無向グラフとし、 $V(G)$ と $E(G)$ をそれぞれ G の点集合と辺集合とする。任意の辺 $(u, v) \in E(G)$ に対して $u \in X$ もしくは $v \in X$ が成り立つ $X \subseteq V(G)$ を G の点被覆と呼ぶ。また、 X によって誘導される G の部分グラフが連結であるような G の点被覆 X を連結点被覆と呼ぶ。 $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題が NP-困難であることを示すために、次の問題を考える。

CVC 判定問題 (CONNECTED VERTEX COVER)

入力: グラフ G , 正の整数 k

質問: $|X| \leq k$ である G の連結点被覆 X は存在するか?

定理 1 [4] CVC 判定問題は、 G を最大次数 4 以下の平面的グラフに制限しても NP-完全である。

無限平面格子グラフ R は以下のように定義されるグラフである: $V(R) = \mathbb{Z}^2$; $E(R) = \{(u, v) : |u_1 - v_1| + |u_2 - v_2| = 1\}$ 。ここで、 $\mathbb{Z}$ は整数の集合であり、 $u = [u_1, u_2]$, $v = [v_1, v_2]$ である。最大次数 4 以下の平面的グ

ラフ G の平面直交描画とは, G の点から R の点への単射 ϕ と G の辺 (u, v) から R の $\phi(u)$ と $\phi(v)$ を結ぶ内点非共有なパスへの写像 ρ の対 $\langle \phi, \rho \rangle$ である (図 2 参照).

G を最大次数 4 以下の平面的グラフとし, k を正の整数とする. このとき, $S, r \in S, l$ を以下のように定める.

(Step1) C 倍の尺度の G の平面直交描画を求める. [3]

(Step2) Step1 で得られた描画において, G の辺が通る無限平面格子グラフ R 上の点を S に加える. また, S より G の点に対応する R 上の点から距離 1 以下の点を取り除くことによって得られる集合を L とする.

(Step3) L から距離 1 の R の点を S に加える.

(Step4) r を L の任意の点とする.

(Step5) $l = |L| + n + k + m - 1$ とする. ここで, n と m はそれぞれ G の点と辺の数である.

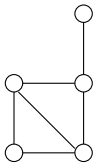


図 1: グラフ G

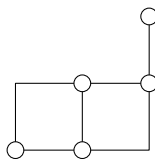


図 2: G の平面直交描画

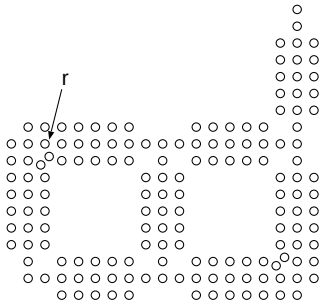


図 3: 点集合 S

上記の G, k から S, r, l への変形を f で表す (図 3 参照). このとき, 以下の定理が成り立つ.

定理 2 f は G を最大次数 4 以下の平面グラフに制限した CVC 判定問題から $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 判定問題への多項式時間還元である.

よって次の定理が成り立つ.

定理 3 $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題は NP-困難である.

3. 近似アルゴリズム MST

定理 4 図 4 の MST アルゴリズムは $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題を解く $(12 \cdot 2^{\alpha/2})$ -近似アルゴリズムである.

MST アルゴリズム

入力: 点集合 $S \in \mathbb{R}^2$, 点 $r \in S$

出力: 重み関数 $w: S \rightarrow \mathbb{R}$

(Step 1) ユークリッド距離に基づく S の最小全域木 T を求める (T を r を根とする根付き木とみなす.)

(Step 2) T の各点 v に対して, v と子供の距離の最大値 l を求め, $w(v) = l^\alpha$ とする. v が葉であるならば $w(v) = 0$ とする.

図 4: MST アルゴリズム

4. まとめ

本研究では, $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題を解く $(12 \cdot 2^{\alpha/2})$ -近似アルゴリズムを与えた. また $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題の NP-困難性を示した. 今後の課題は, $\text{MECBS}[M_2^\alpha]$ 問題を解くよりよい近時アルゴリズムを開発することである.

参考文献

- [1] A. E. F. Clementi, P. Crescenzi, P. Penna, G. Rossi, and P. Vocco. On the complexity of computing minimum energy consumption broadcast subgraphs. *LNCS*, 2010:121–131, 2001.
- [2] Ioannis Caragiannis, Christos Kaklamanis, and Panagiotis Kanellopoulos. A logarithmic approximation algorithm for the minimum energy consumption broadcast subgraph problem. *Information Processing Letters*, 86:149–154, 2003.
- [3] J. Hopcroft and R. E. Tarjan. Efficient planarity testing. *Journal of the ACM*, 21:549–568, 1974.
- [4] M. R. Garey and D. S. Johnson. The rectilinear steiner tree problem is np-complete. *SIAM J. APPL. MATH.*, 32(4):826–834, 1977.
- [5] T. S. Rappaport. *Wireless Communications: Principles and Practices*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1996.
- [6] P. -J. Wan, G. Calinescu, X. -Y. Li, and O. Frieder. Minimum-energy broadcasting in static ad hoc wireless networks. *Wireless Networks*, 8(6):606–617, 2002.
- [7] J. E. Wieselthier, G. D. Nguyen, and A. Ephremides. On the construction of energy-efficient broadcast and multicast trees in wireless networks. In *Proc. IEEE INFOCOM*, pages 585–594, 2000.