

### 3 択行動エージェントによる金融市場のモデル化

佐藤 彰 洋<sup>†</sup>

円/ドル為替市場の建値の1998年から2003年までの6年間にわたる tick データの頻度のパワースペクトルによる分析から、数分のオーダーで周期性が現れたり消えたりしている現象を見つけた。この現象を説明するために、3 択行動エージェントからなる金融市場のモデルを提案する。この3 択行動エージェントモデルは買う、売る、何もしないの3つの行動をとるエージェントからなる微視的エージェントモデルである。エージェントの判断に直接影響を与えない、弱い共通の周期外因性要因が作用しているという仮定のもとで、単位時間あたりのエージェントの活動度のパワースペクトルに、この共通外因性要因の半分の周波数にピークが現れることを数値シミュレーションから確認した。また、信号対ノイズ比はエージェントが行う判断のゆらぎの強さに依存し、ある強さにおいて最大値をとるという確率共鳴（共振）現象を呈する。円/ドル為替市場の建値の頻度で見出された周期性の出現と消失は確率共鳴と関係するという仮説を提案する。

## Modeling Financial Markets Based on the Double-threshold Agent Model

AKI-HIRO SATO<sup>†</sup>

We analyze tick quotes of the USD/JPY market from 1998 to 2003. Calculating power spectrum densities we find some peaks for them at a few minutes. In order to explain this phenomenon we develop the double-threshold agent model. The double-threshold agent model is a microscopic model of a financial market which consists of agents who determine to buy, sell, or do nothing. Under the assumption that there is a common exogenous periodic information that does not affect decision-making of the agents we find a peak for power spectrum densities of agents' activity at half the frequency of the exogenous information. Furthermore signal-to-noise ratio calculated from them depends on uncertainty of decision-making of agents and has an extreme at optimal strength of the uncertainty, namely, stochastic resonance happens. We propose a hypothesis that appearance and disappearance of the peaks relates to stochastic resonance.

#### 1. はじめに

経済物理学は金融市場や企業ネットワークなど、これまで経済学で扱われてきた課題に対して、統計力学で培われてきた手法や考え方を適用することにより新しい学問分野を構築している<sup>1)</sup>。特に、エージェントが場において相互作用を行うことにより経済現象が生じているという視点から実証論的手法に力点を置き、経済現象の分析とモデル化を行っている。その結果、経済現象を相転移現象や臨界現象、共同現象として見ることが可能であることが示されつつある。

たとえば、金融市場の価格変動の確率密度関数がガウス分布より裾野の広い分布に従うという観測結果は、金融市場を臨界現象としてとらえることが可能であることを示唆している。さらに、金融市場には情報

のフィードバックループが存在し、その持続時間は数分オーダーの短いものであるといわれている<sup>2)</sup>。情報のフィードバックと市場の非線形性の存在により、金融市場で自発的対称性の破れが生じ、市場で生じる高騰や暴落を説明する考え方がある<sup>3)</sup>。

近年のコンピュータの普及と処理能力の向上とともに、金融市場で生じている取引や市場参加者のやりとりに関する情報が蓄積され、実証論的分析に耐えられるようになってきた<sup>4),5)</sup>。本稿では外国為替市場を取り上げ、外国為替市場の建値の高頻度時系列データ (tick データ) の実証分析の報告と、その分析の過程で見つかった現象を説明する数理モデルの提案を行う。実証分析では、建値の単位時間あたりの回数に注目し、この建値回数時系列の周波数特性分析を行った。その結果、単位時間あたりの建値回数のパワースペクトルに数分のオーダーの周期性を見出した。

少し話が飛躍するが、人間の脳波の研究から個人に固有の周期性が見出され、周波数によって  $\alpha$  波や

<sup>†</sup> 京都大学情報学研究科数理工学専攻  
Department of Applied Mathematics and Physics,  
Graduate School of Informatics, Kyoto University

$\beta$  波などと呼ばれている．そして、これらの周期性は脳内の活動の様子を知るために利用されている．このアナロジを適用してみると、今回見つかった外国為替市場の建値頻度の周期性は、金融市場の内部状態を知るために活用できる可能性があることに気が付く．

さらに、この現象を説明するために 3 択行動エージェントからなる金融市場の微視的モデルを提案する．このモデルの数値シミュレーションを行い、外因性の周期場が存在しているという仮定のもとで、市場活性度に対応する量に周期性が見出され、この周期性の強さが市場参加者の判断のゆらぎ（内部ゆらぎ）に依存して変化することを示す．そして、内部ゆらぎが適切な強さでパワースペクトルの信号対ノイズ比が最大値をとることが分かった．このような適切なノイズの強度において信号伝達能が最大化される現象は確率共鳴（共振）現象と呼ばれる．確率共鳴現象は非平衡統計力学でここ 20 年間関心を持たれてきた現象で、内部ノイズを含む非線形系において、内部ノイズの最適な強度において信号伝達能が向上するという現象である<sup>(6),7)</sup>．確率共鳴は当初、気候変動のモデルとして提唱されたのが始まりであったが、その後適用範囲を広げ、生体内における信号処理のモデルや、脳の信号処理、超伝導量子干渉素子（SQUID）における微小信号の検出方法への利用など幅広い応用を持つ<sup>(8)-12)</sup>．本稿では、この確率共鳴現象が金融市場において生じているという仮説を提案し、本稿で提案する 3 択行動エージェントモデルの数値シミュレーションにより微視的視点からこの仮説を検証する．

## 2. 高頻度時系列分析

今回の分析に使用したデータは CQG 社が提供する外国為替市場の建値の tick データである．分析した為替は円/ドルレートであり、期間は 1998 年 1 月から 2003 年 12 月までを使用した．外国為替市場は電話回線やコンピュータネットワークなどの通信手段を通じて相互に接続された外国為替を取引する金融機関ディーラやブローカなどの市場参加者から構成されている．市場参加者は取引を行う際、希望する売値と買値を提示することを求められる．このとき市場参加者が提示する売買価格を建値と呼びならわし、同時に売値（ask）と買値（bid）の両方を提示する two way quotation と呼ばれる独特の提示形態が採用されている．証券市場では証券を売り買いするために、指値と呼ばれる目的に応じて一方の価格を指定して注文を行う売買形態があるが、建値とは証券市場の指値と対応するものである．また、この建値の時系列から現在の

表 1 分析に使用した円/ドルレートのデータポイント数（1998 年 1 月から 2003 年 12 月まで）

Table 1 The numbers of data points per year to be analyzed in this study.

期間	売り建値回数	買い建値回数
1998 年	1,408,497	1,358,577
1999 年	1,755,632	1,695,022
2000 年	2,293,435	2,195,938
2001 年	3,097,766	3,014,481
2002 年	5,070,760	4,845,618
2003 年	8,562,797	8,425,938

為替交換レートの売買のおおよその水準である気配値が得られる．たとえば、1 ドル 110.02-110.58 円とはそのときの最も高い買値が 1 ドル 110.02 円であることを表し、最も低い売値が 1 ドル 110.58 円であることを表している．

本分析では単位時間あたりの建値回数に注目し、単位時間あたりの建値回数がどのように変化するかに着目する．建値回数に着目した理由は、この建値回数が市場の活性度と関係があると考えたからである．市場参加者は通信手段を用いて市場に対して建値を提示することにより市場に働きかけているので、この市場参加者の働きかけが多いほど、市場は活発に機能していると考えてよいだろう．表 1 に使用した期間でのデータポイント数を示す．売り建値回数が買い建値回数を若干上回っているのは、市場参加者が建値を提示するときに売り建値を先に提示してから、買い建値を提示するが、一方だけを提示して、途中でやめてしまう場合があるからといわれている．市場参加者が市場に働きかける頻度を市場活性度として定義したので、売り建値回数のほうを市場活性度として採用する．

図 1 に 2000 年の 1 年間を通じて平均化した円/ドルレート 1 分間あたりの建値回数の時系列を示す．外国為替市場は地球の自転とともに人間活動が活発な日中の時間帯になっている地域で活発に取引が行われる．地理的位置関係から大きく 3 つの時間帯に分割されている．図 1 ではグリニッジ子午線が 0:00 となるように時間を調節してある．0:00-7:00 がアジア地域の活動時間帯を表し、7:00-14:00 がヨーロッパ地域の活動時間帯、14:00-24:00 がアメリカ地域の活動時間帯に対応する．地域によって特徴的な活動パターンがあることが確認できる．また、外国為替市場はおおよそ月曜日のアジア活動時間帯から始まり、金曜日のアメリカ活動時間帯の終わりまで 1 週間途切れることなく建値が提示され続ける（図 2 参照）．この建値頻度時系列の日内変動の周期性を確認するために、この時系列の自己相関係数を計算した．時刻  $t$  における 1 分あた

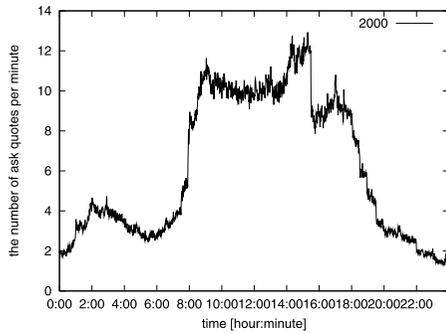


図 1 2000 年の円/ドルレートの売り建値回数を時間ごとに 1 年間で平均化した時系列. 0:00-7:00 がアジア地域の活動時間帯を表し, 7:00-14:00 がヨーロッパ地域の活動時間帯, 14:00-24:00 がアメリカ地域の活動時間帯を表す

Fig. 1 The averaged number of tick quotations per minute over a year. The Asia time zone is ranged from 0:00-7:00, the European time zone 7:00-14:00, and the American time zone 14:00-24:00, respectively.

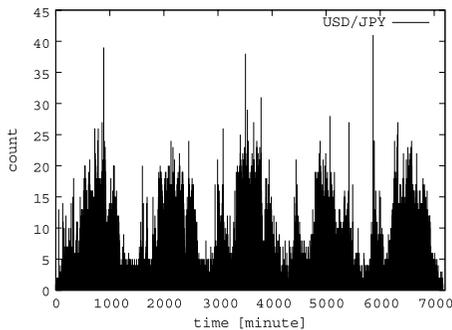


図 2 2000 年 6 月 5 日から 2000 年 6 月 9 日までの円/ドルレートの売り建値回数の時系列

Fig. 2 The time series of the number of ask quotations per minute from 5th June 2000 to 9th June 2000.

りの売り建値回数を  $a(t)$  と表記すると, 自己相関係数  $R(\tau)$  は

$$R(\tau) = \frac{\langle a(0)a(\tau) \rangle - \langle a(0) \rangle \langle a(\tau) \rangle}{\langle a(0)^2 \rangle - \langle a(0) \rangle^2} \quad (1)$$

により定義される. このようにして計算した自己相関係数を図 3 に示す. 自己相関係数は 24 時間の周期で建値頻度が変化することを反映して, 1440 分 (24 時間) の周期性を示している.

さらに, 詳細な周期性を調べるためにパワースペクトル  $S(f)$  を計算した. パワースペクトルは時系列のフーリエ変換の絶対値の 2 乗から計算されるペリオドグラムによって推定することができる.

$$S(f) = \frac{1}{2\pi N} \left\langle \left| \sum_{t=1}^N a(t) e^{-2\pi i f t} \right|^2 \right\rangle. \quad (2)$$

ここで,  $\langle \dots \rangle$  は異なる時系列に対する平均を表す.

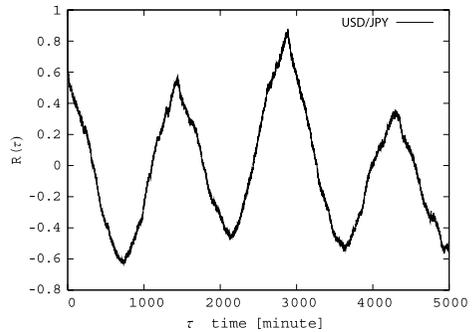


図 3 2000 年 6 月 5 日から 2000 年 6 月 9 日までの円/ドルレートの売り建値回数の時系列から計算した自己相関係数

Fig. 3 The autocorrelation coefficient calculated from the time series of the number of ask quotations per minute from 5th June 2000 to 9th June 2000.

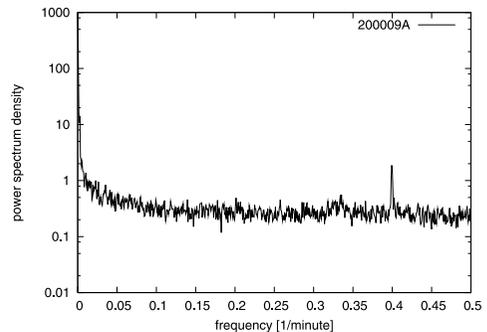
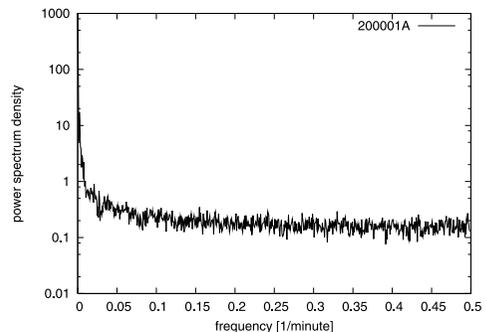


図 4 2000 年 1 月 (上) と 9 月 (下) の円/ドルレートの単位時間あたりの売り建値回数の時系列から計算したパワースペクトルの片対数プロット. 2000 年 1 月にはピークは見出されないが, 2000 年 9 月には 2.5 分の周期性を確認することができる

Fig. 4 Semi-log plots of the power spectrum density calculated from the time series of the number of ask quotations per minute in January 2000 (Top) and September 2000 (Bottom). No peak is found in January 2000 (Top) but a characteristic peak at 0.4 [1/min] (2.5 [min]) is found in September 2000 (Bottom).

図 4 に 2000 年 1 月と 9 月の円/ドル為替市場の 1 日の建値時系列のペリオドグラムを 1 カ月分 (約 22 日) にわたり平均化して得たパワースペクトルを示す. 2000 年 1 月のパワースペクトルは高周波成分でほぼ

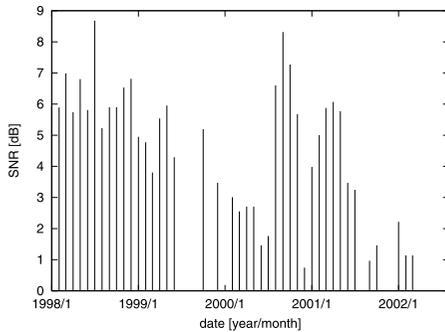


図 5 1998 年 1 月から 2002 年 12 月までの 1 月ごとに平均化されたパワースペクトルから計算した SN 比の月ごとの変化  
Fig. 5 The signal-to-noise ration (SNR) estimated from power spectra averaged over a month from January 1998 to December 2002.

表 2 円/ドル為替市場の 1 分あたりの売り建値回数のパワースペクトルに 2.5 分のピークが確認できた期間。開始時期はピークが確認され始めた時期を表し、終了時期はピークが消失した時期を表す。

Table 2 The terms where one can recognize the characteristic peak at 2.5 [min]. The beginning month where the peak appears and the ending month where the peak disappears are addressed.

開始時期	終了時期
1998 年 1 月	1999 年 6 月
2000 年 3 月	2000 年 4 月
2000 年 8 月	2000 年 11 月
2001 年 2 月	2001 年 5 月

一定値をとっている。しかしながら、2000 年 9 月のパワースペクトルには約 2.5 分のところにピークが認められる。さらに詳細に調べたところ、2.5 分以外のところにもピークが生じている期間も存在することが確認された。2.5 分のピークはおおむね安定して存在しているので 2.5 分のところのピークに注目してノイズレベル  $N$  に対するピーク高さ  $S$  をデシベルで測った量 (SN 比)

$$SNR = 10 \log_{10}(S/N) \quad (3)$$

を計算した。ここで、 $N$  は 2.5 分の周期性を示す周囲でのパワースペクトルの平均値を表し、 $S$  は 2.5 分でのパワースペクトルの値を表す。このように計算した SN 比を月ごとに図示したものが図 5 である。およそ表 2 に示す期間において SN 比が顕著に大きな値をとっている。また 2001 年 5 月以降には 2.5 分の周期性が認められる期間はなかった。このことから、2001 年 5 月以降に円/ドル市場を構成する市場参加者に何らかの変化が起こったことが推察される。

パワースペクトルの高周波成分に現れた周期性 (ピーク) はどのような原因によるものであろうか。ピーク

が現れるメカニズムとピークが観測期間によって出現と消滅することを分離して考える。

前者は市場参加者が互いに影響を与えあうことによって、同期し周期的に振る舞うことにより周期性が現れているかもしれないし、または共通の情報に市場参加者が駆動されて応答しているかもしれない。本稿では後者の仮説に立脚してモデルを構築する。そして、円/ドル為替相場の建値回数の高周波成分にピークが認められる期間がある理由を考える。以降、市場参加者に共通の外因性の周期的情報が与えられ、その周期的情報に影響を受けて市場参加者がそるって建値を提示していると考えられる。

次章では外因性の周期性が共通情報に市場参加者は影響を受けているという仮定のもとで、市場参加者の判断の不確実性によってその周期性の強さが変化することがありうることを 3 択行動エージェントによるモデルの数値シミュレーションによって示す。

### 3. 3 択行動エージェントモデル

金融市場を微視的視点からモデル化する試みが 1990 年代から行われてきた。そして実際の金融市場の統計的性質をモデル化することに成功してきた<sup>(13) - (16)</sup>。特に、近年金融市場の価格変動に周期性が確認されるのではないかと予想が Ising モデルを用いた分析により、Babinec や Krawiecki らによって示されている<sup>(17), (18)</sup>。しかしながら、彼らのモデルでは市場参加者は売ると買うの 2 択行動を採用していたため、建値回数のような行動の活発さをモデル化することができないという問題があった。本稿で提案する 3 択行動モデルはこの問題を解決するために、売る、買うと何もしないの 3 択行動を採用する。この何もしないという行動を付加することによって、市場価格変動と市場活発度を同時にモデル化することが可能となった。

市場には  $N$  人の市場参加者が存在すると仮定する。この市場参加者はそれぞれ外界の状況  $x_i(t)$  を知覚して、この  $x_i(t)$  の値とエージェントが持つ閾値との大小関係によって行動  $y_i(t)$  を決定する。

$$y_i(t) = \begin{cases} 1 & (x_i(t) + \xi_i(t) > \theta_i^B(t)) \\ 0 & (\theta_i^B(t) \leq x_i(t) + \xi_i(t) \leq \theta_i^S(t)) \\ -1 & (x_i(t) + \xi_i(t) < \theta_i^S(t)) \end{cases} \quad (4)$$

ここで、 $\theta_i^B(t)$  と  $\theta_i^S(t)$  はそれぞれエージェント  $i$  が時刻  $t$  において買い行動を起す閾値と売り行動を起す閾値である。また、 $y_i(t) = 1$  はエージェント  $i$  が買い注文を行動を起すことに対応付け、 $y_i(t) = -1$

はエージェント  $i$  が売り注文の行動を起こすことに対応付ける． $y_i(t) = 0$  であった場合にはエージェント  $i$  は何もしないことを選択する．また，エージェントにはそれぞれ判断のゆらぎ  $\xi_i(t)$  が存在すると仮定する．

ここで，エージェントは外界の情報として，ニュースなどの外因性情報  $s_i(t)$  と内因性情報として市場価格差  $r(t)$  を参照すると仮定する．また，市場価格差  $r(t)$  はエージェントの売買行動から決まる超過需要に比例するものとする．

$$r(t) = \frac{\lambda}{N} \sum_{i=1}^N y_i(t). \quad (5)$$

ここで， $\lambda$  は超過需要の価格変化への影響を決める因子であり，これが大きいと小さな超過需要でも市場価格の変化は大きくなる．そして，対数市場価格  $\log P(t)$  が更新されるとする．

$$\log P(t + \Delta) = \log P(t) + r(t) \quad (6)$$

ここで  $\Delta$  は粗視化のステップである．

また，エージェントは市場価格差を知覚し，その重みは時間に依存してエージェントごとに決まると仮定する．すなわち，

$$x_i(t) = s_i(t) + \sum_{j=1}^T a_{ij}(t)r(t - j\Delta), \quad (7)$$

である．ここで  $a_{ij}(t)$  は時刻  $t$  においてエージェント  $i$  が  $j$  番目の市場価格差を参照する重みを表す．このようなモデル設定のもとで，市場の活性度  $A(t)$  は次式で定義される．

$$A(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |y_i(t)|. \quad (8)$$

単純化のため  $T = 1$  とし，判断のゆらぎ  $\xi_i(t)$  は平均 0，標準偏差  $\sigma_\xi$  のガウス分布からサンプルする．また，重み  $a_{i1}(t)$  は平均値  $a$ ，標準偏差  $\sigma_a$  のガウス分布からサンプルする．

#### 4. 理論解析

すべてのエージェントのパラメータが同一であるという仮定のもとで，平均的なエージェントからなる市場を仮定し，近似的に理論解析を行う．

エージェント  $i$  が時刻  $t$  において情報  $x_i(t)$  を知覚している条件のもと，買い行動 ( $y_i(t) = 1$ ) をとる確率を  $P_i(t; 1)$ ，売り行動 ( $y_i(t) = -1$ ) をとる確率を  $P_i(t; -1)$ ，何もしない ( $y_i(t) = 0$ ) という行動をとる確率を  $P_i(t; 0)$  と略記すると，それらはそれぞれ次式で与えられる．

$$P_i(t; 1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\theta_i^B(t) - x_i(t)}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right), \quad (9)$$

$$P_i(t; -1) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\theta_i^S(t) + x_i(t)}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right), \quad (10)$$

$$P_i(t; 0) = 1 - P_i(t; 1) - P_i(t; -1). \quad (11)$$

ここで， $\operatorname{erfc}(x)$  は余誤差関数であり，

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-u^2} du, \quad (12)$$

で定義される．

単純化のためすべてのエージェントの閾値は対称で同一であると仮定し，知覚する情報も同一とする．すなわち， $\theta_i^B(t) = -\theta_i^S(t) = \theta(t)$ ， $s_i(t) = s(t)$ ， $a_{i1}(t) = a(t)$ ， $x_i(t) = ar(t - \Delta) + s(t)$  と仮定する．すると，市場価格差の平均値  $\langle r(t) \rangle$  と市場活性度の平均値  $\langle A(t) \rangle$  はそれぞれ

$$\langle r(t) \rangle = P_i(t; 1) - P_i(t; -1) \quad (13)$$

$$\langle A(t) \rangle = P_i(t; 1) + P_i(t; -1) \quad (14)$$

と表記される．上式は，式 (9)，(10) を用いて計算することができて，以下ようになる．

$$\langle r(t) \rangle = f(s(t) + a(t)\langle r(t - \Delta) \rangle; t), \quad (15)$$

$$\langle A(t) \rangle = g(s(t) + a(t)\langle r(t - \Delta) \rangle; t), \quad (16)$$

ここで

$$f(x; t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\theta(t) - x}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\theta(t) + x}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right), \quad (17)$$

$$g(x; t) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\theta(t) - x}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right) + \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{\theta(t) + x}{\sqrt{2}\sigma_\xi}\right), \quad (18)$$

と略記した．

式 (15)，(16) は平均値に対する発展方程式なので，実際の  $r(t)$  と  $A(t)$  はこの平均値の周りでゆらいでいる．このゆらぎを  $F_r(t)$ ， $F_A(t)$  と書き， $r(t)$  と  $A(t)$  の発展方程式を，

$$r(t) = f(s(t) + a(t)r(t - 1); t) + F_r(t), \quad (19)$$

$$A(t) = g(s(t) + a(t)r(t - 1); t) + F_A(t), \quad (20)$$

によって近似する．式 (19) に対して Taylor 展開を適用すると

$$r(t) = f'(0; t)a(t)r(t - \Delta) + f'(0; t)s(t) + O((a(t)r(t - \Delta) + s(t))^3), \quad (21)$$

のように展開することができる．ここで

$$f'(0; t) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sigma_\xi} \exp\left[-\frac{\theta(t)^2}{2\sigma_\xi^2}\right], \quad (22)$$

である． $r(t)$ ， $s(t)$  を小さいとして，高次の項を無視

すると、

$$r(t) = Z(t)r(t-1) + S(t) + F_r(t), \quad (23)$$

と書き直すことができる。ここで、 $Z(t) = f'(0;t)a(t)$ 、 $S(t) = f'(0;t)s(t)$  と書き直した。式 (23) は乗算ノイズ  $Z(t)$  と加算ノイズ  $F_r(t)$  の 2 つのノイズを持つ Langevin 方程式である。この方程式から計算される  $r(t)$  の定常確率密度関数はべき乗則の裾野を持つことが知られている<sup>19),20)</sup>。

### 5. 数値シミュレーション

日中の活動時間帯にはエージェントの閾値は低くなり行動を起こしやすくなっており、反対に夜間には閾値は大きくなり行動を起こしにくくなっていると考えられる。また、エージェントが活動する地域によって閾値の時間変化はパターンを持っている。しかしながらここでは単純化のため、 $N$  人のエージェントは同一の閾値  $\theta(t)$  を持つことを仮定する。また、閾値  $\theta(t)$  の変化はエージェントの生活リズムにのみ依存し、外界の情報には依存せず決まるものと仮定する。この仮定から、エージェントが外部の情報を知覚しないときの理論式から実際に観測された市場活性度を用いて、閾値  $\theta(t)$  を見積もることができる。式 (16) に対して  $\langle r(t) \rangle = 0, s(t) = 0$  と置き、両辺の逆関数をとると

$$\theta(t) = \sqrt{2}\sigma_\xi \operatorname{erfc}^{-1}\left(\frac{A^*(t)}{C}\right). \quad (24)$$

を得る。ここで  $A^*(t)$  は実際に観測から求められた年間平均の市場活性度 (図 1)、 $C$  は定数値である。また、 $\operatorname{erfc}^{-1}(x)$  は余誤差関数の逆関数である。ここで  $\Delta$  を 1 分間とし、 $\theta(t)$  は周期 1440 分間の周期関数とする。さらに、外因性情報はエージェントによらず共通の周期信号であるとする。 $s_i(t) = q \cos(2\pi\Delta f_c t)$ 。  $q$  と  $f_c$  はそれぞれ外因性情報の振幅と周波数である。このモデルのパラメータを表 3 に示す。 $N = 50, \sigma_a = 1.0, \lambda = 1, q = 0.1, f_c = 0.8, C = 200$  と固定し、 $\sigma_\xi$  と  $a$  をパラメータとして数値シミュレーションを行った。

図 6 に典型的な  $A(t)$  の時系列とそのパワースペクトルを示す。パワースペクトルは  $\sigma_\xi$  の値によってピークの高さが変化する。数値シミュレーションから得たパワースペクトルから見積もった SN 比を  $\sigma_\xi$  の関数として図 7 に示す。この図はある  $\sigma_\xi$  に対して SN 比が最大値をとっており、最大値より左側では内部ノイズを大きくしているにもかかわらず信号伝達能である SN 比が向上している。この現象は確率共鳴 (共振) と呼ばれる現象で、システムの非線形性とゆらぎの相互作用により、ある最適なノイズの強度に対して

表 3 3 択行動エージェントモデルのパラメータ

Table 3 The model parameters of the double-threshold agent model.

$N$	エージェント数
$\sigma_\xi$	エージェントの判断のゆらぎの標準偏差
$a$	エージェントが知覚する市場価格差の平均的重み
$\sigma_a$	エージェントが知覚する市場価格差の重みの標準偏差
$q$	外因性情報の振幅
$f_c$	外因性情報の周波数
$C$	市場活性度の校正定数
$\Delta$	粗視化の時間幅

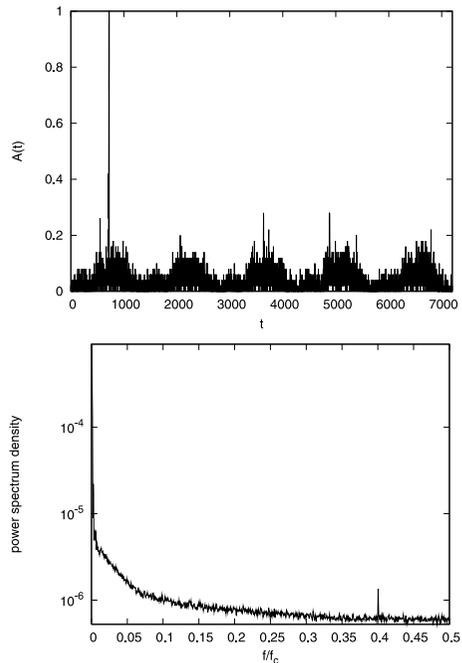


図 6 エージェントモデルの数値シミュレーションから得られた市場活性度  $A(t)$  の時系列 (上) とそのパワースペクトル (下)。  $\sigma_\xi = 0.5, N = 50, a = 2.0, \sigma_a = 1.0, q = 0.1, f_c = 0.8, C = 200$

Fig. 6 The time series of market activities  $A(t)$  (Top) and its power spectrum density obtained from numerical simulation.

信号伝達能が最大値をとるという現象である。3 択行動エージェントモデルの持つ非線形性と内部ゆらぎの相互作用によって信号伝達能 (SN 比) があるゆらぎの強さにおいて最大値をとる確率共鳴が生じていることが数値シミュレーションから確認された。

### 6. 議 論

エージェントの内的ゆらぎがある最適な値であったときに、共通情報の周期性が確率共鳴の作用によって

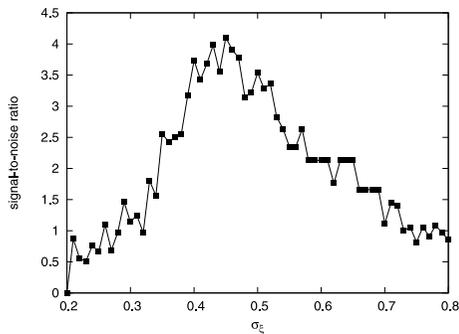


図 7 信号対ノイズ比のエージェントの判断の不確実性に対する依存性． $N = 50$ ,  $a = 2$ ,  $\sigma_a = 1$ ,  $q = 0.1$ ,  $f_c = 0.8$

Fig. 7 The dependency of the signal-to-noise ratio on uncertainty of agents' decision-making.

パワースペクトルに顕在化することを数値シミュレーションにより示した．このことから，もし金融市場においてエージェントに共通に作用する外因性の情報源が存在していれば，エージェントの判断のゆらぎの大きさによって周期性が観測できたり，観測できなかったりすることが起こる．式 (23) における確率共鳴は乗算と加算の 2 つのノイズを持つ確率過程で生じる確率共鳴であるので，乗算型確率共鳴である．

## 7. 結論と今後の課題

外国為替の tick データの分析から，外国為替市場の建値回数の時系列に数分のオーダーで周期的成分が存在することを確認した．この周期性の強さは観測する期間によって変化し，周期性が存在する時期と周期性が見出せない時期があることを高頻度時系列分析から実証論的に示した．本時系列分析に用いたデータはある 1 つの情報ベンダから得たデータを分析したものであるので，情報ベンダ固有の現象であることは否定できない．今後さらに多くの情報ベンダからの為替時系列データを分析する必要がある．

この現象を説明するために，3 択行動エージェントモデルを提案し，このモデルのエージェントの活性度に対応する量に対して，共通の外因性周期情報があるという仮定のもと，エージェントの判断のゆらぎによって活性度のパワースペクトルから算出した SN 比が単峰形となることを数値シミュレーションから確認した．あるゆらぎの大きさで信号の伝達強度が最大値をとる現象は確率共鳴と呼ばれている現象である．外国為替市場の建値回数の時系列のパワースペクトルに周期性が現れたり消えたりする現象は確率共鳴現象によるものであるとの仮説を提案する．もしこの仮説が正しいとすると，金融市場の周期性の出現と消失は市

場参加者の判断の不確実性と関係しているので，周期性の出現と消失を調べることによって，市場参加者の内部状態を推測することができる．

今後の課題として，外国為替市場のさらに長い期間での周期性の分析と外国為替市場の種類による周期性の違いの比較，市場間の相関の分析があげられる．また，エージェントモデルをより緻密化する必要がある．

謝辞 ここで，本稿を執筆するにあたり，宗像豊哲氏（京都大学），Januz A. Holyst 氏（ワルシャワ工科大学）には助言と有益な情報をいただきました．ここに感意を表明致します．本研究は文部科学省の科学研究費補助金若手研究（B）（No.17760067）の助成を受けて行われたものです．

## 参 考 文 献

- 1) 高安秀樹，高安美佐子：エコノフィジックス—市場に潜む物理法則，日本経済新聞社（2001）．
- 2) Mizuno, T., Kurihara, S., Takayasu, M. and Takayasu, H.: Analysis of high-resolution foreign exchange data of USD-JPY for 13 years, *Physica A*, Vol.324, pp.296–302 (2003).
- 3) 森谷博之（監訳）：[入門] 経済物理学—暴落はなぜ起こるのか？，PHP 研究所（2004）．
- 4) Mantegna, R.N. and Stanley, H.E.: *An Introduction to Econophysics Correlations and Complexity in Finance*, Cambridge University Press (2000).
- 5) Dacorogna, M.M., Gençay, R., Müller, U., Olsen, R.B. and Pictet, O.V.: *An introduction to high-frequency finance*, Academic Press (2000).
- 6) Sato, A.-H., Ueda, M. and Munakata, T.: Signal estimation and threshold optimization using an array of bithreshold elements, *Physical Review E*, Vol.70, No.2, p.021106 (2004).
- 7) Munakata, T., Sato, A.-H. and Hada, T.: Stochastic resonance in a simple threshold system from a static mutual information point of view, *Journal of the Physical Society of Japan*, Vol.74, pp.2094–2098 (2005).
- 8) Benzi, R., Sutera, A. and Vulpiani, A.: The mechanism of stochastic resonance, *Journal of Physics A*, Vol.14, pp.L453–L457 (1981).
- 9) Gammaitoni, L., Hänggi, P., Jung, P. and Marchesoni, F.: Stochastic resonance, *Review of Modern Physics*, Vol.70, No.1, pp.223–287 (1998).
- 10) Collins, J.J., Carson, C.C. and Imhoff, T.T.: Stochastic resonance without tuning, *Nature*, Vol.376, pp.236–238 (1995).
- 11) Ohira, T. and Sato, Y.: Resonance with noise

- and delay, *Physical Review Letters*, Vol.82, No.14, pp.2811–2815 (1999).
- 12) Kitajo, K., Nazaki, D., Ward, L.M. and Yamamoto, Y.: Behavioral stochastic resonance within the human brain, *Physical Review Letters*, Vol.90, No.21, pp.218103-1–218103-4 (2003).
- 13) Kaizoji, T.: Speculative bubbles and crashes in stock markets: An interacting-agent model of speculative activity, *Physica A*, Vol.287, pp.493–506 (2000).
- 14) Sato, A.-H. and Takayasu, H.: Dynamical models of stock market exchanges : From microscopic determinism to macroscopic randomness, *Physica A*, Vol.250, pp.231–252 (1998).
- 15) Lux, T. and Marchesi, M.: Scaling and criticality in a stochastic multi-agent model of a financial market, *Nature*, Vol.397, pp.498–500 (1999).
- 16) Challet, D., Marsili, M. and Zhang, Y.-C.: Modeling market mechanism with minority game, *Physica A*, Vol.276, pp.284–315 (2000).
- 17) Babinec, P.: Stochastic resonance in an interacting-agent model of stock market, *Chaos, Solutions and Fractals*, Vol.13, pp.1767–1770 (2002).
- 18) Krawiecki, A. and Holyst, J.: Stochastic resonance as a model for financial market crashes and bubbles, *Physica A*, Vol.317, pp.597–608 (2003).
- 19) Takayasu, H., Sato, A.-H. and Takayasu, M.: Stable infinite variance fluctuations in randomly amplified Langevin systems, *Physical Review Letters*, Vol.79, No.6, pp.966–969 (1997).
- 20) Sato, A.-H., Takayasu, H. and Sawada, Y.: Invariant power law distribution of Langevin systems with colored multiplicative noise, *Physical Review E*, Vol.69, No.2, pp.1081–1087 (2000).

(平成 17 年 11 月 10 日受付)

(平成 18 年 5 月 17 日採録)



佐藤 彰洋

昭和 50 年生。平成 12 年から 13 年にかけて日本学術振興会特別研究員。平成 13 年東北大学情報科学研究科博士後期課程修了。同年 4 月より京都大学情報学研究科数理工学専攻助手。現在に至る。エージェントモデルに立脚した市場数理モデルの開発と確率過程の研究に従事。博士(情報科学)。