1N-5

On Transfinite Hybrid Automaton

栗田淳　中村勝則　房岡璋
立命館大学情報理工学部知能情報学科

1. はじめに

Hybrid System は連続的変化と離散的変化が相互に作用するシステムであり，これを扱うための枠組みとして Hybrid Automata[1]が提唱されている．Hybrid Automaton はシステムの連続的変化を各ノードに割り当てられた微分方程式で記述し，離散的変化を状態遷移で表現するオートマトンである．しかし Hybrid Automaton では連続系のダイナミクスが微分方程式で記述されるため論理的に扱うことが困難であり，他方無限の状態遷移の列に対して極限の状態を定義できないという意味で完備でないという問題がある．そこで本稿では Hybrid Automaton を超準解析と Transfinite Automaton に基づき非標準に拡張した Transfinite Hybrid Automaton を提案し，これを用いて Hybrid System を取り扱う試みについて報告する．

2. Transfinite Hybrid Automaton

Hybrid Automatonを超実数*Rの体系に基づいて解釈した非標準モデルを用いることにより，連続量を離散的な手法のみで表現することを考える．超実数に基づいた離散的な体系は完備でありR上の微分方程式で表現される連続的変化も*R上の差分方程式に置き換えられ，連続的に変化する現象は状態遷移として表現できる．

次に Transfinite Automata[2]の考え方に基づいて無限長の語を扱うオートマトンとして形式化する．Transfinite Automaton は極限順序数(limit ordinal)に基づいた無限長の語を扱う有限状態オートマトンであるが，Hybrid Automaton に対して順序数の代わりに非標準の数を用いることで無限回の状態遷移が可能なオートマトンとして構成する．

Transfinite Hybrid Automaton では，無限小の時間間隔で行われる微小アクションを定義し，連続的変化をする現象を状態遷移の列として扱うことで，連続系のダイナミクスを離散的でありながら状態の無限反復で記述することができる．そのため微分方程式を用いることなく物理現象を初等的な演算だけで扱うことができ，Hybrid System を論理的に扱うことが可能になる．他方有限オートマトンの遷移を極限順序数も含めた順序数の上にまで拡張した Transfinite Hybrid Automaton を導入することで離散的変化が無限に繰り返される極限的状況を扱うことができるようになる．

3. Transfinite Hybrid Automaton によるシステムの表現

Transfinite Hybrid Automaton $\mathcal{A}$は形式的に次の8組で定義される．

$$\mathcal{A} = (Q, A, E, I, F, X, X_0, D)$$

ここで,

Q ： 状態(state)の有限集合

A ： 微小アクションの有限集合

E ： 遷移関数　$E \subseteq (Q \times A \times Q) \cup (\mathrm{P}(Q) \times Q)$ $\quad where\ (P, q) \notin E\ if\ q \in P$

$I \in Q$ ： 初期状態(initial state)

$F \subset Q$： 受理状態の有限集合

$X \subseteq \boldsymbol{R}^m$： $m \in \boldsymbol{N}$ は situation の集合であり，$x = (x_1, x_2, \cdots, x_m) \in X$ は連続または離散の値

D ： Aの各アクションのダイナミクスの集合

Transfinite Hybrid Automaton では以下のような2種類の遷移の制御規則を用いる．

(1) 状態から次の状態への遷移

(2) 状態の集合から次の状態への遷移．つまりその集合内のすべての状態を無限回巡回した後，矢の示す状態に遷移する．

すべての状態遷移は微小時間内に行われる．

4. ボール落下問題の取り扱い

Hybrid System に於いて，有限時間内に無限回の状態遷移が発生してしまう，Zeno 問題がある．Zeno 現象を起こすこのシステムを従来の Hybrid Automaton で推論すると推論は停止しない．Transfinite Hybrid Automaton を用いることでこの問題は解決する．Zeno 現象を起こす非常に単純なシステムの例として，図 1 に示すようなボールバウンド現象を考える．

On Transfinite Hybrid Automaton
Jun Kurita, Katsunori Nakamura, Akira Fusaoka
Dept. of Human and Computer Intelligence,
Ritsumeikan University

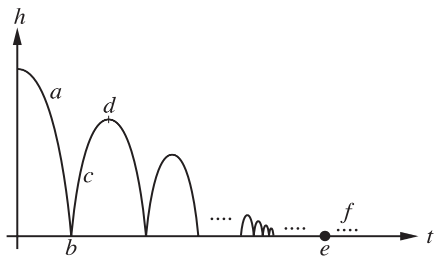

図 1. ボールバウンドのアクションによる表現

ある高さhからボールを地面に落とすとボールはバウンドを繰り返し，有限時間内に停止する．しかし，ボールは停止するまでに無限回のバウンドをする．図 2 はある Situation におけるボールの速度，位置をそれぞれxとvとして Hybrid Automaton により示したものである．

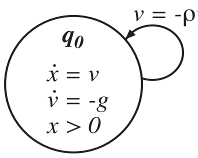

図 2. Hybrid Automaton によるモデル

この Hybrid Automaton ではボールの連続的変化を状態q_0に割り当てられた微分方程式で記述し，状態遷移によりボールバウンドを表現している．無限回のボールバウンドの後に状態遷移は最終的に停止するが，上記の図ではその状況を得ることができない．そこで Transfinite Hybrid Automaton による記述を試みる (図 3)．

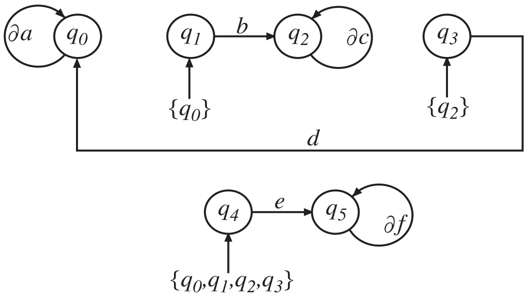

図 3. Transfinite Hybrid Automaton によるモデル

無限小の時間間隔で行われる微小アクションを定義し，アクションに接頭辞∂をつけて明示する．初期状態q_0に於いて，ボールが落下する微小アクション∂aの繰り返しにより，状態q_1に遷移する．ボールがバウンドするアクションbが起こり，状態q_2に遷移する．ボールが頂上に到達するまでにアクション∂cを無限回繰り返し，q_3に遷移すると，その後再びボールは落下する．これらの動作を無限回繰り返しq_4に遷移し，最終状態q_5で停止アクション∂fを永遠に繰り返す．これを基に，ボールバウンド現象はアクションの正規表現で以下のように表現できる．

$$((\partial a)^{\omega} b(\partial c)^{\omega} d)^{\omega} e(\partial f)^{\omega})$$

5. Transfinite Hybrid Automaton によるシステムの記述

前述のシステムは Transfinite Hybrid Automaton により以下のように記述できる．

$$\mathcal{A} = (\{q_0,q_1,q_2,q_3,q_4,q_5\},E,q_0,\{q_5\},\{x,v,t\},D)$$
$$\textit{where } E = \{(q_0,\partial a,q_0),(q_1,b,q_2),(q_2,\partial c,q_2),(q_3,d,q_0),(q_4,e,q_5),(q_5,\partial f,q_5),(\{q_0\},q_1),(\{q_2\},q_3),(\{q_0,q_1,q_2,q_3\},q_4)\}$$

また，各アクションのダイナミクスDは以下のようになる．

$$a : x \not\approx 0 \rightarrow (x' = x - v\tau(\partial a); v' = v - g\tau(\partial a); t' = t + \tau(\partial a);)$$
$$b : x \approx 0 \rightarrow (x' = x;\ v' = -vp;\ t' = t + \tau(b);) \quad \textit{where } 0 < p < 1$$
$$c : v \not\approx 0 \rightarrow (x' = x - v\tau(\partial c); v' = v - g\tau(\partial c); t' = t + \tau(\partial c);)$$
$$d : v \approx 0 \rightarrow (x' = x;\ v' = -v;\ t' = t + \tau(d);)$$
$$e : x \approx 0 \rightarrow (x' = 0;\ v' = 0;\ t' = t + \tau(e);)$$
$$f : x = 0 \rightarrow (x' = 0; v' = 0; t' = t + \tau(\partial f);)$$

6. おわりに

本稿では，システム制御プランの自動生成や検証に応用できる新たな Hybrid Automaton を提案し，連続量を離散的な手法のみで表現することを考えた．Transfinite Hybrid Automaton では Zeno 問題を解決することができ，また Zenopoint 以降の状態を生成することもできる．

超限回のアクション反復による Situation の推論を行う機能や，超実数上で計算する機能とそれを実数上で解釈する機能などのシミュレーションおよび推論システムに関する問題点について検討を進めている．

参考文献

[1] Alur,R., Courcobetis,C. Henzinger,T.A. and ho,P.,1993. Hybrid Automata: An al-gorithmic Approach to the Specification and Verification of Hybrid Systems (Grossman, R.L., et al. eds) LNCS 736, 209-229.

[2] Buchi J.R., 1965. Transfinite Automata recursions and weak second order theory of ordinals, In Proc. Int. Congress Logic, Methodology, and Philosophy of Science, 2-23.