

平松敏祐†

中京学院大学‡

1. はじめに

ナンバープレース⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾ (Number Place, 以下NPと表記) は 9×9 の枠目を対象に, 行, 列および小ブロック (各 3×3 の枠目9個からなる) に, 1~9の数値を簡単な規則に従って配置するパズルである. このパズルは手作業で解くのが一般的だが, 手作業では解法が困難な問題に対応するためコンピュータ用いてこのパズルを解くアルゴリズムを考案した. 以下に考案したアルゴリズムの概要について述べる.

2. 問題提起と問題点

NPには 9×9 より大きな枠目や特殊な形状をしたものも見られるが, ここでは 9×9 の枠目を対象としたいいわゆるノーマルNPの解法について考える. このパズルは, 簡単な問題なら楽しみながら手作業で解けるが, 問題の中には手作業による解法が困難あるいは解くのに長時間を要する場合がある. このような問題に対してはコンピュータを利用するのが有効である.

そこで問題を解く手順をアルゴリズムとして表現し, そのアルゴリズムに基づいて解法プログラムを作成することにした. このために2種類のアルゴリズムを考案した. 一つは人間と同様の思考プロセスによって解を求めるアルゴリズム (以下アルゴリズムHと表記), もう一つは計算機の繰返し機能を活用した「しらみつぶし手法」を用いて解を求めるアルゴリズム (以下アルゴリズムCと表記) である.

3. アルゴリズムHとアルゴリズムCの概要

つぎにアルゴリズムHとアルゴリズムCの概要について述べる.

3. 1 アルゴリズムH

人と同等の思考手順を用いて探索するアルゴリズム

Hは, H1~H7に示す7ステップからなる.

H1: 対象とする問題をファイルから読み初期値を設定する.

H2: 読みこんだ問題の誤りをチェックする. 誤りがなければH3に進む. 誤りが見つければ原因となる数字とその場所を出力し終了する. 誤りチェックは同一の行, 列, 小ブロック内に同じ数字が重複して存在するか否か, さらに数値が0~9 (0はセルの値が未定の数値を示す) の範囲内にあるかどうかである.

H3: 値が未定のセルの個数を数える. 個数が0なら結果を出力して終了する. 値が未定のセルが1個以上あればH4に進む.

H4: つぎの①と②に示す手順を用い値が未定のセルの値を決定する. この手順によりセルの値が一つでも決定できたらH3に戻る. 変化がなければH5に進む.

①つぎの(a)と(b)の場合に1~9の中の使用されていない値を値が未定のセルの値として決定する.

(a) 同一の行, 列, 小ブロック中に値0のセルが1ヶ所しかない場合.

(b) 値0のセルが存在する行, 列, 小ブロックのどこかで1~9の中の8個の数値が使用されている場合.

②値が確定している1~9の数ごとにその数値が存在しないセルをマークする. マーキングの結果, 同一の行, 列, 小ブロックにおいて, 値が未定のセルが1個しか存在しないとき, そのセルの値をマーキングの対象とした値とする (以下この手法をマーキング法と呼ぶ).

H5: 値が未定のすべてのセルを対象に, 設定の可能性のある1~9の数値とその個数をリストアップする.

H6: 値が未定のセルごとに, H5でリストアップされた設定の可能性のある数値の候補数を調べ, その個数が1個であれば, その候補値をそのセルの値とする.

ここで決定できたセルの個数が1以上であればH3に戻る. 何も決定できなければH7に進む.

H7: H5でリストアップした候補数を絞り込む. 絞り込みにはつぎの①論理的推論と②背理法を併用する.

①論理的推論: 小ブロック (3×3) の中で2個または3個の同一の候補値が同一の行または列だけに存在する場合, その行あるいはその列の延長線上に存在する同じ値の候補値を消去する (以下この手法を串

* A Solution Algorithm for Number Place, † Toshisuke HIRAMATSU

‡ Faculty of Business Administration, Chukyo University,

1-104 Sentanbayashi, Nakatsugawa, Gifu 509-9195, Japan

刺し法と呼ぶ)。9個の小ブロックについて串刺し法により1ヶ所でも候補値を削除できたらH6に戻る。変化がなければつぎの背理法に進む。

②背理法：最初に現在の状態を保存する。つぎに値が未定のセルの候補の一つを正しいと仮定しそのセルの値として設定した後、H3に戻り探索を続ける。探索の結果、未定のセルがすべて確定できたら、その結果を出力して終了する。矛盾が生じたら（同一の行、列、小ブロックに同じ数値が複数存在する）仮定した数値が誤りなので、最初に保存しておいた状態に復元し、仮に設定した数値を候補から削除する。矛盾を発見できないまま探索が途中で停止した場合には、仮定した値はそのまま未定として扱い、保存しておいた元の状態に戻し、他の候補値について同様の処理を繰り返す。この処理を値が未定のすべてのセルについて実行する。その結果、1箇所でも候補が削除できたらH6に戻る。串刺し法と背理法を用いても変化が見られないときは「解法不能」と出力して探索を終了する。

3.2 アルゴリズムC

アルゴリズムCは、C1～C5の5ステップからなる。しらみつぶし手法を用いているため、もし問題に複数の解が存在するなら、それらすべての解を求められる。なおアルゴリズムCについては、アルゴリズムの正当性を手軽にしかも短時間で確認するために、フルモデル（9×9モデル）を対象とする前にミニモデル（4×4モデル、図1参照）を用いて検証した。ここではフルモデル（9×9）を例にその解法アルゴリズムの概要を述べる。

C1：問題をファイルから読み初期値を設定する。

C2：問題の誤りの有無をチェック（チェック内容はH2と同じ）する。

C3：値が未定のセルの値をH4で述べた手法を用いて決定し、しらみつぶし探索の数をできるだけ減らす。

C4：値が未定のセルを対象に、設定の可能性のあるすべての数値（1～9）とその個数をH5およびH6と同じ手法を用いてリストアップし確定する。

C5：桁目の先頭にある値が未定のセルの候補値から順に、そのセル位置での拘束条件（同一の行、列、小ブロック中に同じ数字は存在しない）を考慮しながら、すべての候補について、しらみつぶし的に探索する。

解が求まったらその内容を入力し、つぎの解を探す。すべての組合せについての探索を終了したら実行を停止する。

4. 結論と現在の状況

二種類のアルゴリズム（HとC）に基づく解法手順は共に、C言語で記述したプログラムとして動作している。これまで手作業で長時間かかっていた問題も短時間で解けるようになった。このアルゴリズムHにより、すべてのNP問題が解けるか否かは不明だが、現在までのところたいいの問題は解法可能である。なおアルゴリズムCは「しらみつぶし法」を用いているので、複数の解が存在する問題にも対応できる。ちなみにアルゴリズムCを用いて、1～4の数値を配置するミニモデル（4×4モデル）のすべての解を探索したところ、288通りの解が得られた。その一部（1番目と288番目の解）の解を図1に示す。

1	2	3	4
3	4	1	2
2	1	4	3
4	3	2	1

a. 1番目の解

4	3	2	1
2	1	4	3
3	4	1	2
1	2	3	4

b. 288番目の解

図1 ミニモデル（4×4）の解

フルモデルの解の総数を求めるためアルゴリズムCに基づくプログラムを一晩連続稼動してみた。翌朝、解の総数が10億を超えたのを確認後、プログラムの実行を中断した。現時点において、フルモデル（9×9モデル）の解がいくつ存在しうのか不明である。

5. おわりに

今後はNP問題の創作、創作した問題の検証や難易度を判定するアルゴリズムの考案が課題として残されている。

参考文献、資料等

NPに関連するwebや記事のいくつかを以下に示す。

1. <http://www.asahi-net.or.jp/~gk5j-uehr/puzzle/> 月刊・週刊ナンプレ
2. <http://www.jade.dti.ne.jp/~kou/nup32.htm> ナップ32 (Ver.2.10)
3. <http://www.ic-net.or.jp/home/takaken> (コンピュータ&パズル)
4. 朝日新聞日曜版（2～3週間に一度出題、ニコリ）