

ランドスケープの粗視化と確率最適化法

3P-03

吉澤大樹

早稲田大学理工学研究科

橋本周司

早稲田大学理工学部

1. はじめに

確率最適化法の効率に関する基本的原理は, No Free Lunch Theorems [Wolpert1995]として示された. 一般的な問題全体を想定した場合, どの最適化法も平均効率が同じになってしまうため, 個々の対象とする問題の探索空間の地形 (landscape) と最適化法の関係に目を向ける必要がある.

巡回セールスマン問題, フローショップスケジューリング問題などの組合せ最適化問題や, 多数のGAが得意とする問題において, その探索空間は凸凹した地形 (rugged landscape), あるいは大谷構造と呼ばれる特徴を持つことが知られている. [Boese1994] [山田 1998] [Jones1995]

凸凹した地形とは, (仮に, 局所解を多数持つような複雑な構造であっても,) 大域的に見ると最適解を谷底とする1つの大きな谷を持つような構造のことであり, 大谷構造とは, 局所解の集合が同様の大域的構造を持つことである. どちらも探索空間上の各点に関して, 最適解からの距離と評価値に強い相関があり, (最小化問題の場合,) 最適解が底となるすり鉢状の大域構造にランダムな変動が加わった形で表すことが出来る.

我々は既に, 同様の構造を持つナップザック問題を例に, 探索空間を粗視化し, その大域構造を低次の関数によって近似する方法を提案している[吉澤 2001]. 本研究では, その大域構造を保持したまま, 自動的に注視領域を絞り込んでいく確率最適化法を提案する.

2. ナップザック問題

ここで考えるナップザック問題の定義は, 以下の通りである.

p_j : profit of object j . $j = 1, 2, \dots, n$.

w_j : weight of object j .

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{if object } j \text{ is selected;} \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (1)$$

$$\text{Maximize} \quad \sum_{j=1}^n p_j x_j, \quad (2)$$

$$\text{subject to} \quad \sum_{j=1}^n w_j x_j \leq c, \quad (3)$$

w_j と p_j を同じ幅の一樣分布から選び, 解候補

Coarse-Graining of the Landscape and the Stochastic Optimization Method

Hiroki Yoshizawa, Shuji Hashimoto
Waseda University

$(x_1, x_2, \dots, x_n)$ に対する評価値 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ を,

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} \sum p_j x_j & \text{if } \sum w_j x_j < c, \\ \sum p_j x_j - 2(\sum w_j x_j - c) & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

距離をハミング距離 d として, 荷物 20 個の問題 1000 題について, 探索空間上の各点の最適解からの距離ごとの評価値の平均値を Fig.1 に表した. 探索空間上の各点の最適解からの距離と評価値の相関係数の平均は -0.56 となり, 凸凹した地形であると認められた.

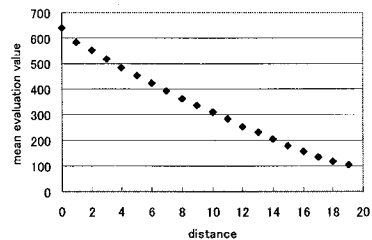


Fig.1

3. ランドスケープの粗視化

探索空間から複数の点をサンプリングし, 最小2乗法を用いて最適解の近傍を推定する. 荷物数が n の場合, $n+1$ 次元空間上に分布する点に n 次の超平面をフィットさせることになる. Fig.2 は, 荷物数2の場合である.

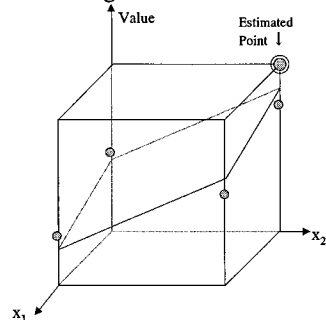


Fig.2

求められた超平面を大域構造とみなし, その最大値を与える探索空間上の点を最適解の推定位置とする新しい確率最適化法について検討した.

荷物数 21 の問題 50 間について, サンプリング数ごとに, 最小 2 乗法で推定された点の実際の最適解からの距離を Fig.3 に表した. 同時に, 評価値の参照回数である集団の個体数 $\times$ 世代数をGAのサンプリング数とみなし, GAと本手法の最適化の効率について比較した.

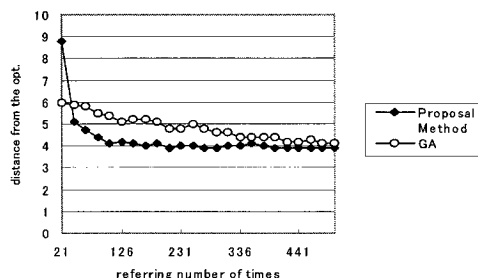


Fig.3

このように大域構造のみをみた場合、最適解の推定位置は特定の距離(本実験の場合、距離4)まで速やかに近づくことができるが、局所構造を一切見ないので、サンプリング点をいくら増やしても、その位置で収束してしまうという問題点があった。

そこで推定最適解近くからのサンプリング率を高めることにより、次第に最適解近くの局所構造を重視して超平面をフィットさせることを検討した。

4. 実験

まず、サンプリング推移率というパラメータを定める。これは、次に追加してサンプリングされる点(ビット列)の各ビットの{0, 1}の出現確率を制御するパラメータである。例えば、これが60%の場合、60%の確率で現在の最適解推定位置の対応する桁と同じビット、40%で逆を出現させる。従来法は、50%の場合と同じである。(荷物数+1)個サンプルする度に推定位置を計算しなおす。

Fig.4は1100点サンプリング時(対照実験でのGA50世代に対応)におけるサンプリング推移率ごとの最適解推定位置の誤差を表している。(実験50回の平均)

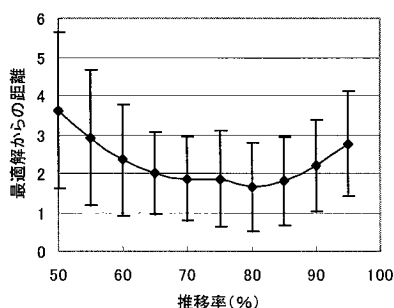


Fig.4 荷物数21

80%で最も良い結果となった。なお、荷物数15で同様の実験を行った場合は、75%から80%において最も良い結果となった。Fig.5は80%の場合における、サンプリング数ごとの最適解推定位置の誤差を従来法と比較して表している。(実験50回の平均)

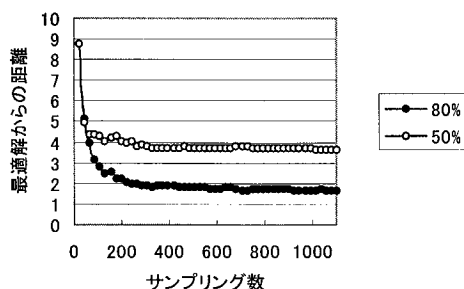


Fig.5 荷物数21

5. 考察

サンプリング推移率が高すぎる場合に80%のときより性能が低下した理由は、局所に集中したサンプリングにより、大域構造の形成に不都合が生じるためであると考えられる。逆に60%程度では十分な性能を引き出せない理由は、前のサンプリング点の分布とあまり変わらないことになり、しぼり込み不足になるためと考えられる。

6. まとめと展望

探索空間の大域構造から最適解を推定する手法において、現在推定されている最適解位置の近くから多くサンプリングして新たに構造推定することにより、推定される最適解位置が真の最適解位置に近づくことが、ナップザック問題を例に示された。これは、最適解近くの構造を重視して超平面がフィットさせられるためであると考えられる。ただし、固定のサンプリング推移率では、真の最適解に近づいたとはいえ、従来法と同様にある距離以上近づくことが出来ずに収束してしまう。また一方で始めから高いサンプリング推移率は良い結果を生まないことも示された。これらの問題を解決するために、サンプリング推移率を焼き鈍し法のように制御することを、現在検討している。

参考文献

- [Boese1994]Boese, K.D., Kahng, A.B. and Muddu, S.: A New Adaptive Multi-start Technique for Combinatorial Global Optimization, *Operations Research Letters*, Vol.16, (1994).
- [Holland1992]Holland, J. H.: Adaptation in Natural and Artificial Systems, MIT Press (1992)
- [Jones1995]Jones and Forrest : Fitness Distance Correlation as a Measure of Problem Difficulty for GAs, *6th ICGA*, (1995).
- [Wolpert1995]Wolpert, D.H. and Macready, W.G.: No Free Lunch Theorems for Search, Santa Fe Institute Report, SFI-TR-95-02-110, Santa Fe Institute (1995).
- [山田1998]山田武士 and Colin, R.R.: フローショップスケジューリング問題の地形解析と遺伝的局所探索による解法, 情報処理学会論文誌, Vol.39, No.7, pp.2112-2123 (1998).
- [吉澤2000]吉澤,橋本.: Landscape analyses and global search of knapsack problems, Proc. IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics 2000.
- [吉澤2001]吉澤,橋本.:凸凹したランドスケープに適合した最適化法,電子情報通信学会総合大会2001.