点列のミニマックス曲線近似の並列化

2W－04

黒住祥祐
京都産業大学　工学部

1．　まえがき

形状測定装置などで測定された２または３次元の多数の形状データを曲線や曲面で近似する。近似は区分近似とし、アルゴリズムとして、ミニマックス近似を使う。ミニマックス近似では、解析的な解法は困難で逐次的な解法となるため、かなりの計算量を必要とする。

これまでに提案したミニマックス曲線近似を使い多数の曲線で区分的に近似するアルゴリズムを提案する。区分近似では、区分範囲の最適化には多くの試行を必要とするので、並列化アルゴリズムを検討する。また、クラスタシステムに適用するため、本学のHRクラスタを利用し、並列処理を試みる。

2．　ミニマックス曲線近似

多数の点をひとつの曲線で近似するミニマックス曲線近似とは各点から下ろした垂線長（ユークリッド距離）の最大値を最小にする曲線の式を求めることである。一般に、点の近似曲線を求める場合、点と曲線との誤差に注目する。形状処理の分野では、ｙ軸方向の誤差でなく、ユークリッド距離を採用する。

また、区分近似を行うためには、区分ごとに誤差が確定するミニマックス近似がよい。最小二乗近似では誤差の総和を求めるので、区分ごとの誤差の配分が困難である。

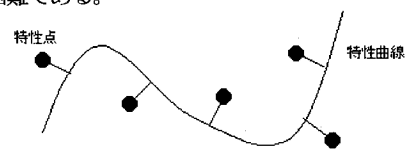


図１　特性点と特性曲線

単一のミニマックス曲線近似については参考文献[1]で特性法を提案した。ｒ個のパラメータをもつ曲線に対し、適当なｒ＋１個の点を選び、各点からの距離をすべて等しくすると、ｒ個の等式が得られ、一般にはｒ元連立（非線形）方程式となる。これを解き、係数パラメータを求めると図１のような曲線となる。与えられた点を特性点と呼び、特性点から等距離にある曲線を特性曲線と呼ぶ。

特性法は与えられた多数の点から距離の大きい順にｒ＋１個の特性点を選び、それらの距離を反復法により小さくかつ等しくする数値計算法である。処理時間は

点数×反復回数×連立方程式計算時間

であるが、ほぼ点数の二乗に比例する。例として、ＣＰＵクロック１ＧＨｚのＰＣで１００点の３次多項式のミニマックス近似計算が約２０秒である。

3．　区分近似と評価基準

区分近似では多数の点を複数の曲線で近似する。評価基準としてはつぎのものがある。①誤差Ｅを与え、最小の曲線数で近似する。②曲線数Ｎを与え、最小の誤差で近似する。実用的には誤差（精度）を与え、曲線数を最小にする①が多い。

処理方法としてはつぎのものがある。①与えられた点の順番に誤差Ｅになるまで最長の曲線分を求め、これらを接続する。②すべての点から誤差Ｅになるまで最長の曲線分を求め、最小の曲線数になるように選び、接続する。①はグリーディ法と呼ばれ実用的であるが、最小解の保証はない。②は総当り法であり、処理時間のオーダが①に比べひとつ上がる。

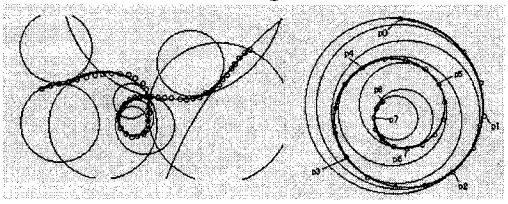


図２　ミニマックス円弧近似による区分近似

線分のみでミニマックス多角形近似する方法はすでに提案されている。円弧のみで滑らかに接続し、近似する方法は参考文献[2]で提案した。点列と誤差をあたえ、グリーディ法で滑らかに接続された円弧を順次に求める。図２にその２例を示す。左は任意曲線で、右はスパイラルである。近似された円弧のみでなく、円も示している。

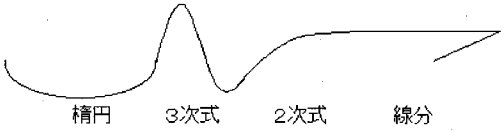


図３　複合曲線による区分近似

Parallel Processing for Minimax Curve Approximation of Points, Yoshisuke KUROZUMI Kyoto Sangyo University Faculty of Engineering

これまでの方法では、線分か円弧の単一の曲線であった。本文では図３のように複合曲線によるミニマックス区分近似を求める。

４．　複合曲線近似の評価基準

線分も含めた複合曲線近似では評価基準を曲線数ではなく、式のパラメータとすべきである。表１は各曲線のパラメータ数である。評価基準として、誤差Ｅを与え、すべての点を誤差Ｅ以内で近似する曲線をもとめ、それらの曲線のパラメータ合計を最小とする。

曲　線	パラメータ	最小曲線長
線　分	2	3
円	3	4
楕　円	4	5
２次多項式	3	4
３次多項式	4	5

表１　曲線のパラメータ



図４　複合曲線の接続条件

区分曲線をつないで近似する場合、接続条件が重要である。図４に複合曲線の接続条件示す。接続条件なしで、与えられたすべての点を誤差Ｅ以内で近似し、最小曲線数を求めると図４のような接続状況があらわれる。つまり、滑らかに接続どころか、不連続部分もあらわれる。波形近似ではこれでも良い場合もある。形状近似では、交差また連続に限られる。さらに、滑らかに近似するためには、線分も含めて一次微分まで連続にする必要がある。接続条件を付加するごとに，処理時間と曲線数は増加する。

５．　曲線存在範囲と最小曲線長

図５は４点の近似例である。点の並びと誤差の与え方により、近似曲線の一部が点の並びから大きくずれることがある。グリーディ法でこれが発生すると、以後は凸凹を繰り返すことになり、不安定となる。このため、曲線存在範囲を限定する必要がある。

曲線の特徴は曲率で表すことが多い。隣接３点を通る円弧から誤差Ｅ以内を曲線存在範囲とする。また、表１の最小曲線長はその曲線が近似される点の特性点数であり、一般にはパラメータ数＋１である。この数より小さいならば、その点を通る曲線があるので、一本の近似曲線の近似点数は最小曲線長を下回らないとする。

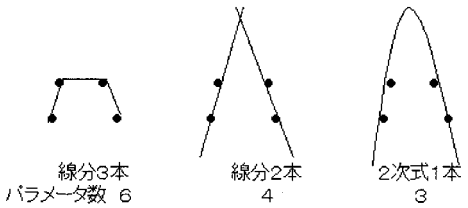


図５　４点の近似例

これら条件は計算量が多くなるが、曲線の分割に役立つ。つまり、隣接５点を線分から３次式までで近似したとき、この存在範囲を超えるならば曲線を連続することは困難で、図６のように角があらわれる。処理の始めにこのような角を検出すれば、その間の点の近似計算は並列処理ができる。



図６　角の発生

６．　並列化

ミニマックス近似の計算量は多く、複合曲線近似では並列化を試みた。利用したシステムはＨＲクラスタ[3]である。

並列アルゴリズムとしては与えられた点を順にグリーディに近似する方法とすべての点から総当りで近似する方法がある。さらに、近似も５種類の曲線についてすべて行う必要があり、並列化を行った。

７．　あとがき

ミニマックス曲線近似について説明し、複合曲線による近似を提案した。この処理は計算量が多いが、並列化が可能であり、並列処理の最適手法を試みている。

参考文献

[1]黒住祥祐:特性法による点列のミニマックス曲線近似、情報処理学会論文誌、Vol.34, No.12, pp.2482-2488, Dec., 1993

[2]石川和孝、黒住祥祐：分割法、予見法による点列の区分円弧近似、京都産業大学計算機科学研究所所報14巻2号pp.107-128, Mar., 1998

[3]黒住祥祐、平石裕実、竹内勉、大本英徹：クラスタシステムの高速化と効率化について、情報処理学会第６２回全国大会 pp.1-141-142, 2001