2X-01

ベジェ曲線による対数美的曲線の近似

佐々木　翼†　　関口　湊‡　　斎藤　隆文‡
東京農工大学　工学部情報工学科†
東京農工大学大学院　生物システム応用科学府‡

1. はじめに

美しさは，工業製品が市場で成功するために非常に重要であるといわれている．例えば自動車ボディのキーラインは，曲面の美しさが印象を大きく左右する．曲線・曲面における美しさはそれらにおける曲率と密接に関係しているため，曲率変化の制御が非常に重要である．

原田らは，鳥の卵や蝶の羽などの自然物や，日本刀や自動車ボディのキーラインなどの人工物における美しい曲線の多くはその曲率対数グラフ(Logarithmic Curvature Histogram, LCH)が直線で近似できるという性質を見出した[1]．三浦は，LCH を数学的に解析し，美しい曲線(対数美的曲線)を定式化した[2]．吉田らは，三浦によって示された一般式をもとに，対数美的曲線の全体像を解明するとともに，対話的に制御する手法を提案した[3]．

既存の CAD システムでは多項式，有理式曲線・曲面を用いているため，一般式が積分形式で表現される対数美的曲線をシステムに組み込むことは困難である．そこで吉田らは，有理式で表現される有理 3 次ベジェ曲線を用いて対数美的曲線を近似的に表現する手法を考案した[4]．だが，ある条件のときに最適化が不安定になってしまう問題がある．そこで本研究では，対数美的曲線を安定的にベジェ曲線で近似する手法を提案することを目的とする．

2. 対数美的曲線について

LCH は，s を弧長 ρ を曲率半径として曲線が$\Delta\rho/\rho$ が一定になるように微小セグメントに分割されたとき，両対数グラフにおける ρ とΔsの関係を表す．

対数美的曲線は LCH において図 1 のように直線で近似されるので，その傾きを α とすると，

$$\log\frac{\Delta s}{\Delta\rho/\rho} = \alpha\log\rho + c \qquad (1)$$

という式を得る．ただし c は定数である．

一般的な対数美的曲線は，吉田らが提案した対数美的曲線の標準形[3]を利用することで生成することができる．これは(2)式で表され，複素平面上において，方向角 θ の対数美的曲線上の点 $P(\theta)$は，i を虚数単位，Λ はスケールとし，

$$P(\theta) = \begin{cases} \int_0^\theta e^{(\Lambda+i)\psi}\,d\psi & (\alpha=1) \\ \int_0^\theta \left((\alpha-1)\Lambda\psi+1\right)^{\frac{1}{\alpha-1}} e^{i\psi}\,d\psi & (\alpha\neq 1) \end{cases} \qquad (2)$$

となる．

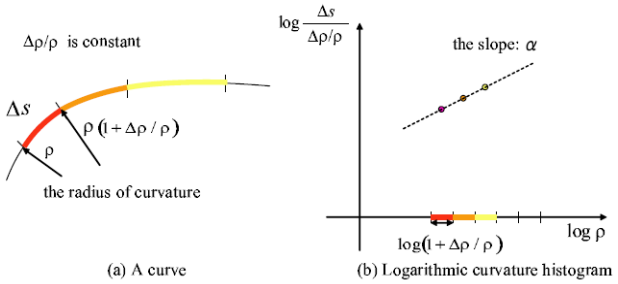


図 1 (a)対数美的曲線と (b)LCH

3. 吉田らの近似手法

有理 3 次ベジェ曲線は四つの制御点とそれぞれの重みがあるので自由度を考えると 12 である．しかし，すべての制御点をスカラー倍することや，制御点を順にs^0倍，s^1倍，s^2倍，s^3倍しても形状は変わらないので，実質の自由度は 10 となる．対数美的曲線セグメントを近似するとき，両曲線の端点の位置(自由度 4)，方向角(自由度 2)，曲率(自由度 2)を一致させると，残りの自由度は 2 となり，この二つの自由度を，両曲線の誤差を最小化するように最適化手法を使うことで求め，有理 3 次ベジェ曲線を一意に決める．決められた有理 3 次ベジェ曲線の曲率は単調でなければならないので，その曲線の曲率の導関数を計算することにより確かめる．

この手法で，おおむね良好な精度で近似結果が得られる．しかし，曲線形状を徐々に変化させた場合，いくつかの場面で制御点位置が不連続に変化する問題が生じる．

4. 最適値の解析

提案手法は従来手法同様，両曲線の端点の位置，方向角，曲率を一致させ，残り二つの自由

Approximation of Log-aesthetic Curve Segment by Bezier Curve
Tsubasa SASAKI†, Minato SEKIGUCHI‡, Takafumi SAITO‡
†Department of Computer and Information Sciences, Tokyo University of Agriculture and Technology
‡Graduate School of Bio-Applications and Systems Engineering, Tokyo University of Agriculture and Technology

Copyright ©2016 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.

度を変更させることによって近似を行う．残り二つの自由度とは，有理3次ベジェ曲線の端点以外の二つの制御点の位置と端点の接線の交点までの比であり，残り二つの制御点の位置を決める値である．図2をもとに(3)式で表される．

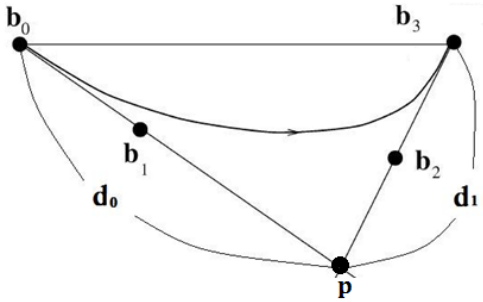


図2　有理3次ベジェ曲線

$$f_0 = \frac{|b_1 - b_0|}{d_0}, f_1 = \frac{|b_2 - b_3|}{d_1} \quad (3)$$

この二つの値を変化させたときの両曲線の誤差を解析した．図3は対数美的曲線の α=1，Λ=1，$0 \leqq \theta \leqq 1.57$ のときの誤差を図示化したものである．グレーが濃くなるにつれ誤差は小さく，薄くなるにつれ誤差は大きい．

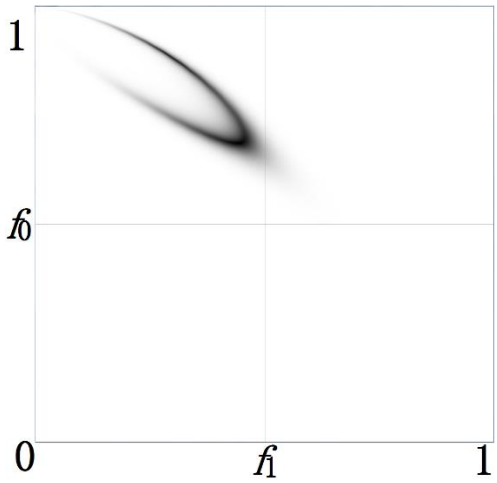


図3　α=1，Λ=1，$0 \leqq \theta \leqq 1.57$ のときの誤差

このときの最適値は f_0=0.444，f_1=0.686 となった．しかし f_0=0.298，f_1=0.882 も誤差が極小値をとる．そのため，従来手法の結果が不安定になったと考えられる．このときのそれぞれの近似結果を図4に示す．

また，有理3次ベジェ曲線の曲率単調性の確認方法であるが，提案手法では曲率の導関数を求めるので 12 次式を解くことになるが，提案手法では曲線の全ての点において曲率を計算し比較することにより曲率単調性を確認した．図5は図3のときと同じ条件で曲率単調性を確認したものであり，黒色が曲率単調なときである．

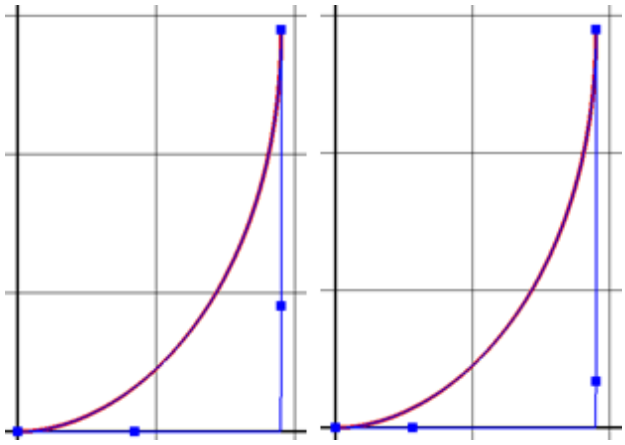


図4　二つの極小値での近似結果

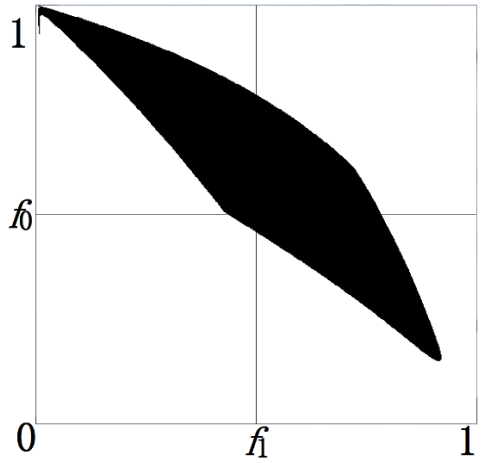


図5　α=1，Λ=1，$0 \leqq \theta \leqq 1.57$ のときの曲率単調性

5. おわりに

今後の方針として，引き続き α と Λ の値をそれぞれ変更して特徴的な誤差の振る舞いを解析し，安定な最適化手法を提案する．

参考文献

[1] 原田利宣，森典彦，杉山和雄，魅力的な曲線とその創成アルゴリズム，形の科学会誌，Vol.13，No.3，pp.149-158，1998.

[2] 三浦憲二郎，美しい曲線の一般式，Visual Computing グラフィックスと CAD 合同シンポジウム，pp.227-232，2005.

[3] N.Yoshida, T.Saito, Interactive Aesthetic Curve Segment, The Visual Computer, Vol.22, No.9-11, pp.896-905, 2006.

[4] N.Yoshida, T.Saito, Quasi-Aestic Curves in Rational Cubic Bézier Forms, Computer-Aided Design & Applications, Vol.4, No.1-4, pp.477-486, 2007.

Copyright ©2016 Information Processing Society of Japan.
All Rights Reserved.