

グリコゲームの混合戦略の実験による検証

遠藤圭晟 飯塚泰樹

東海大学 理学部 情報数理学科

1 はじめに

グリコゲームは日本の子供に親しまれているシンプルなルールของเกมである。グリコゲーム（以下ではグリコと表記する）における最適戦略は、ゲーム理論の入門的題材としても、あるいは確率の教材としても使われることがある[1]。

ゲームには運に関わるものも多く、グリコもその一つであるが、グリコではじゃんけんに勝つ確率と獲得得点の期待値から、理論上の最適戦略が計算できる。本報告ではグリコの最適戦略について理論的および実験的に検証を試みた結果を報告する。

2 グリコゲームの概要

グリコは、主に階段で行われる。ルールは、じゃんけんを行い、勝った人が出した手に応じ進む。グーで勝った場合は「グリコ」と言いながら3歩進み、チョキで勝った場合は「チョコレイト」と言いながら6歩進み、パーで勝った場合は「パイナツプル」と言いながら6歩進む。階段の頂点などのゴール地点に最初に到達したプレイヤーが勝者となる。じゃんけんの手の選択が一樣乱数だった場合、勝つ確率、負ける確率、引き分けの確率はそれぞれ1/3であるがグリコは勝った時に出した手によって進む歩数が違うため、じゃんけんにはない駆け引きや戦略が存在する。

3 グリコゲーム最適戦略の既存理論

グリコに必勝戦略は存在しない。仮に必勝の戦略があったとしても相手も同じ戦略を選択できるため、条件が同じになる。すなわち勝率5割(引き分け)が最適戦略ということになる。

ゲーム理論的には、最適戦略がナッシュ均衡に相当することになる。既存の理論ではグリコの最適戦略は次のように計算できる。グリコの利得行列を作ると表1のようになる。自分が勝った時はプラス進む歩数、引き分けは0、負けたとき自分は進むことはできないが、相手が進むので相対的にマイナスと考える[2]。2人ゼロサムゲームとしての利得行列は表1のように記述される[3]。自分が出す手として、グー：チョキ：パーをG:C:Pの割合で出すとする。

表1. グリコの利得行列

	グー	チョキ	パー
グー	0\0	3\ -3	-6\ 6
チョキ	-3\ 3	0\0	6\ -6
パー	6\ -6	-6\ 6	0\0

表1より、常にグーを出す相手、常にチョキを出す相手、常にパーを出す相手に対して、最適戦略の条件として、期待利得が0であるとする、次の式が得られる。

$$-3C+6P=0 \cdots (1.1)$$

$$3G-6P=0 \cdots (2.1)$$

$$-6G+6C=0 \cdots (3.1)$$

この連立方程式を解くと、G:C:P = 2:2:1 が得られる[2,3]。これが既存の最適戦略の理論であり、この混合戦略を以下ではOPT戦略と呼ぶことにする。

4 OPT戦略の期待値の理論的解析

前項のOPT戦略の妥当性を理論的に検証することを試みる。グリコは勝つと3段もしくは6段進めることから、勝つために必要な勝ち数は段数が3段ごとに変わる。つまり階段の段数が6n+4, 5, 0の場合(代表値として6n)と6n+1, 2, 3の場合(代表値として6n+3)に分けて考える。階段が6n段だった場合、チョキだけを出すプレイヤーがOPT戦略のプレイヤーに勝つ確率 P_{6n} は次のように計算できる。

OPT戦略はグーを出す確率が0.4、チョキを出す確率が0.4、パーを出す確率が0.2であるので、チョキに勝つ確率は0.4、アイコは0.4、負ける確率は0.2である。何回かアイコが連続した後にOPT戦略がグーを出してチョキだけのプレイヤーに勝つ確率は、

$$0.4 + 0.4^2 + 0.4^3 + \cdots = \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m 0.4^i = \frac{2}{3}$$

と計算できる。同様に何回かアイコが連続した後に負ける確率は1/3である。階段が6n段だった場合、チョキだけのプレイヤーは0回以上2n回未満負けることが許される。最終的にn回勝てば良い。最後の勝負がn勝目になるが、それ以前の勝負は2n-1回の負けとn-1回の勝ちの順列になる。r=2n-1と置くとその順列は

$$\frac{(r+n-1)!}{r!(n-1)!}$$

であるから、チョキだけのプレイヤーの勝率は

$$p_{6n} = \sum_{r=0}^{2n-1} \frac{(r+n-1)!}{r!(n-1)!} \left(\frac{2}{3}\right)^r \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

と計算できる。

同様に階段が $6n+3$ 段の場合も理論的勝率が計算できる。これを数値計算すると、図 1 に示す通り、階段の段数が無限の時に 0.5 に収束する関数であることがわかる。

グーだけを出すプレイヤーと OPT 戦略の勝率も理論式を計算することができる。ただし $G=P$ の条件ではパーだけ出す相手と OPT 戦略の勝率だけは、階段の段数に依存せず 0.5 になる。

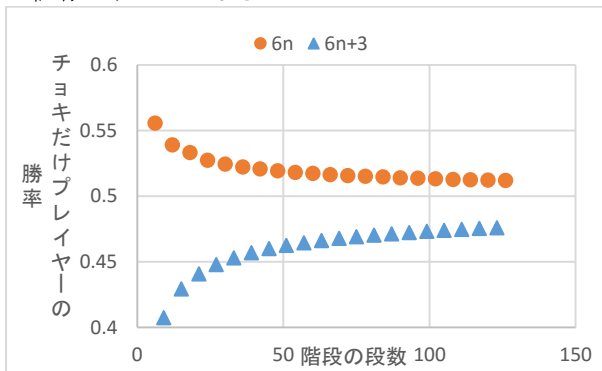


図 1. チョキだけを出すプレイヤーの OPT 戦略に対する理論的勝率 階段の段数 $6n$ ($1 \leq n \leq 21$)

5 シミュレーションによる検証

前項で計算した理論式について検証するため、コンピュータシミュレーションを作成し、実験を行った。シミュレーションは乱数を使って OPT 戦略を実行するプレイヤーと、グーだけ、チョキだけ、パーだけを出すプレイヤー、および一様乱数で出す手を決めるプレイヤーとを対戦させ、その勝率を求めた。

ゲームは先に階段を登り切ったプレイヤーが勝者とし、プレイヤー二人の勝負を、それぞれ 10 万回勝負として 1000 回試行した。階段の段数をパラメータとして 6 段から 126 段まで変化させた。

勝負は勝ち負けだけのベルヌーイ試行になるので、その勝率の分布は二項分布になる。階段の段数を変化させた場合の様子を $6n$ ($1 \leq n \leq 21$) の場合の図 2 と $6n+3$ ($1 \leq n \leq 20$) の場合の図 3 に示す。このシミュレーション結果は前項の確率計算の結果と一致した。

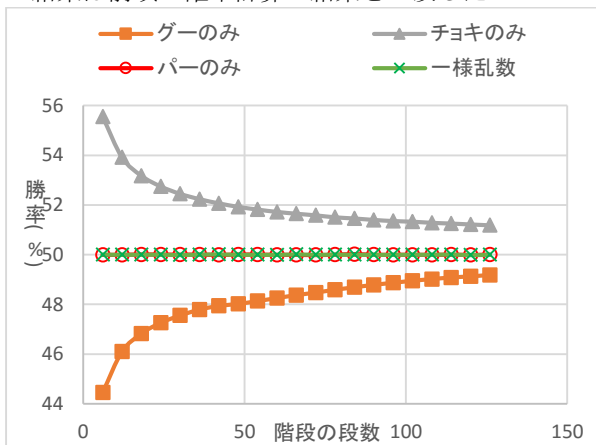


図 2. OPT 戦略に対する勝率 階段の段数 $6n$ ($1 \leq n \leq 21$)

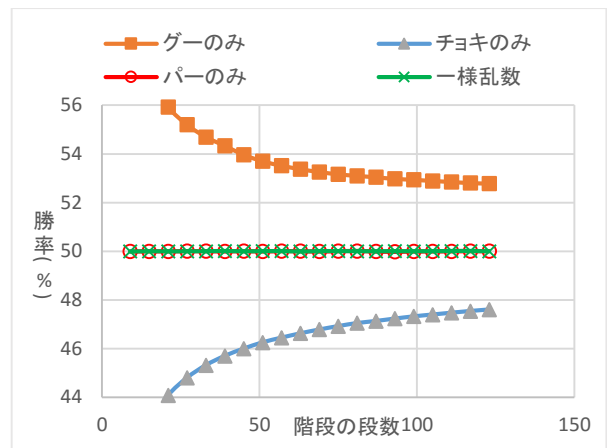


図 3. OPT 戦略に対する勝率 階段の段数 $6n+3$ ($1 \leq n \leq 20$)

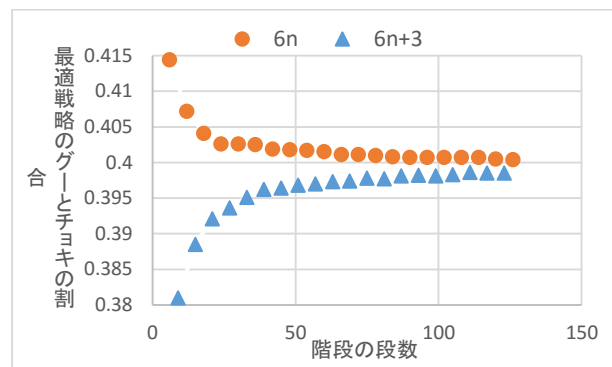


図 4. 実験的に求めた有限段の場合の最適戦略

6 おわりに

グリオの最適戦略は極めて簡単に計算できるものと考えられていた[1, 2, 3, 4]。しかし本研究の検証の結果、階段の段数が有限の場合、最適戦略は階段の段数の関数になることが確認された。

ゲームを行っている間、確率を変更しない場合の有限段階での最適戦略を実験的に求めたところ、図 4 の結果が得られている。しかし本当の最適戦略は、ゲーム中にも残り段数に応じて確率を変更することであると考えられる。この適応的な戦略についての解析は今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 後藤弘樹, 愛木豊彦, 柘植直樹: "ミニマックス原理を題材とした高校生用の教材の開発と実践, 岐阜数学教育研究", Vol10, pp92-98 (2011)
- [2] 武蔵 振一郎: "リスクマネージメントの概念形成を目指した授業の開発—ゲーム理論からギャンブルまで—, 授業実践開発研究 第 2 巻, pp27-34 (2009)
- [3] 尾崎雄一郎: "グリオ・チョコレート・パイナップルの最適混合戦略", 名城論叢, 第 10 巻第 4 号, pp39-41 (2010)
- [4] 横尾真: "オークション理論の基礎", 東京電機大学出版局 (2006)