

ファジィクラスタリングアルゴリズムによる コードブックの構築と評価

松浦 勇斗[†] 松川 瞬[†] 鈴木 幸司[†]

[†] 室蘭工業大学

1 はじめに

画像圧縮手法の一つであるベクトル量子化においては、コードブックを用いて画像を圧縮する。ベクトル量子化は復号時の計算量が少ないという点で計算能力の低い通信端末などに有効な手法である。コードブックの作成には一般にクラスタリングアルゴリズムが用いられる。復号後の画質はコードブックに依存するため、ベクトル量子化に適したクラスタリングアルゴリズムを選択することが重要となる。ファジィクラスタリングはコードブックの構築に有効ことが示されている [1]。

このことから本研究では、fuzzy c-means 法, possibilistic c-means 法, kernel fuzzy learning 法, fuzzy vector quantization 法という 4 つのファジィクラスタリングでベクトル量子化を行い、アルゴリズムの性能を比較するために、圧縮後の画質、実行時間を比較評価した。

2 クラスタリングアルゴリズム

2.1 fuzzy c-means(FCM) 法 [1]

k-means 法では、学習ベクトルは一つのクラスタにのみ属する。しかし FCM では、ファジィ集合を導入することにより、学習ベクトルが二つ以上のクラスタに属することが可能となる。

学習ベクトルを $X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_k, \dots, \mathbf{x}_n\} \in R^p$ とし、コードベクトルを $V = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_i, \dots, \mathbf{v}_c\} \in R^p$ とする。また、 $\mathbf{x}_k$ と $\mathbf{v}_i$ のユークリッド距離の二乗を $d(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_i) = \|\mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i\|^2$ と定義する。FCM での帰属度 $u_i(\mathbf{x}_k)$ は (1) 式の目的関数 J を $u_i(\mathbf{x}_k)$ について最小化することによって得られる。

$$J = \sum_{i=1}^c \sum_{k=1}^n u_i(\mathbf{x}_k)^m d(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_i) \quad (1)$$

$$u_i(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_i)}{d(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_j)} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (2)$$

また、コードベクトルの更新式は目的関数 J を $\mathbf{v}_i$ について最小化することによって得られる。

$$\mathbf{v}_i = \frac{\sum_{k=1}^n u_i(\mathbf{x}_k)^m \mathbf{x}_k}{\sum_{k=1}^n u_i(\mathbf{x}_k)^m} \quad (3)$$

2.2 possibilistic c-means(PCM) 法 [2]

FCM では、学習ベクトル $\mathbf{x}_k$ のそれぞれのクラスタに対する帰属度をすべて足すと 1 になる ($\sum_{i=1}^c u_{ik} = 1$) 確率的拘束条件が存在する。この拘束下では、クラスタ内の学習ベクトルに妥当な帰属度を割り当てることができなくなるほか、クラスタ中心（コードベクトル）から遠い外れ値によってクラスタが歪んでしまうという問題がある。したがって PCM では、帰属度の確率的拘束を (4) 式のように緩和する。

$$\begin{cases} u_i(\mathbf{x}_k) \in [0, 1] \\ \max_{1 \leq i \leq c} u_i(\mathbf{x}_k) > 0 \end{cases} \quad (4)$$

拘束を緩和することで、直感に従った帰属度をそれぞれの学習ベクトルに割り当てることができる。

2.3 kernel fuzzy learning(KFL) 法 [3]

FCM にカーネル法を導入し、学習ベクトルとコードベクトルを特徴空間に写像することによって線形な境界線を非線形に変換できる。KFL での帰属度は (5) 式で示される。KFL でのカーネル関数にはガウス RBF カーネルを用いる。

$$u_i(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{1 - K(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_i)}{1 - K(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_j)} \right)^{\frac{1}{m-1}}} \quad (5)$$

2.4 fuzzy vector quantization(FVQ) 法 [4]

クラスタリングにおいて外れ値の存在は重要な問題である。FVQ ではそれぞれの学習ベクトルの周りに超球を作成し、その超球の内側にあるコードベクトルにのみ属するようにして外れ値を除外する。(t+1) 回目の超球内に含まれるコードベクトルの集合 $T_k^{(t+1)}$ は (6) 式のように定義する。

$$T_k^{(t+1)} = \left\{ \mathbf{v}_i \in T_k^{(t)} : d(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_i) < \frac{\kappa \left(T_k^{(t)} \right) + 2}{\sum_{\mathbf{v}_j \in T_k^{(t)}} \left(\frac{1}{d(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_j)} \right)} \right\} \quad (6)$$

Evaluation of Fuzzy Clustering Algorithms for Vector Quantization

Yuto Matsuura[†], Shun Matsukawa[†], Yukinori Suzuki[†]

[†] Muroran Institute of Technology

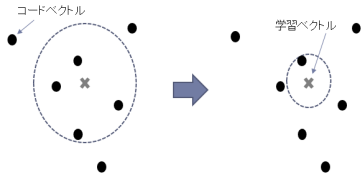


図 1: FVQ の概念図

(6) 式のように超球内に含まれるコードベクトルを更新していくと、超球内の要素 $\mathbf{x}(T_k^{(t)})$ は繰り返しごとに少なくなっていく、コードベクトルを1つしか含まないクリスプなクラスタリングに移行する。FVQ の概念図を図 1 に示す。

3 実験

3.1 実験方法

2章で述べたアルゴリズムを用いてベクトル量子化を行い、画像を圧縮する。使用する画像は 512×512 [pixels]、グレースケール 8[bit] の lenna 画像である。lenna 画像を図 2 に示す。

本実験では、学習ベクトルの次元を $p = 64, 16, 4$ 、コードブックサイズを $|V| = 64, 128, 256$ と変化させ、それぞれのアルゴリズムを PSNR[dB]、実行時間 [s] で評価した。



図 2: lenna 画像

3.2 実験結果・考察

それぞれのアルゴリズムの実験結果を図 3 と図 4 に示す。図 4 の実行時間は y 軸が対数表現になっている。図 3 に示されるように、FCM と FVQ がほぼ同じ画質で、次いで KFL、PCM となっている。図 4 について、FCM は他のアルゴリズムに比べ、コードベクトルが増加したときの実行時間の増加が大きい。対して FVQ ではコードベクトルの変化に伴う実行時間の変化が少ない。これは途中からクリスプなクラスタリングへと変化するためにその分、計算量が少なくなったためであると思われる。

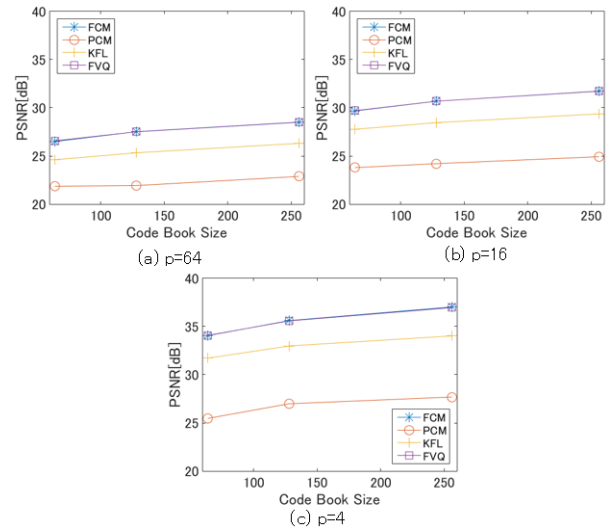


図 3: PSNR[dB]

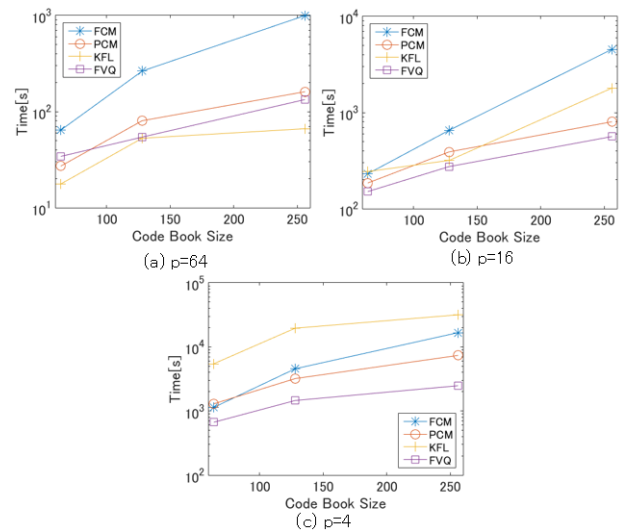


図 4: 実行時間 [s]

4 まとめ

今回の実験では PSNR と実行時間という両方の面からファジィクラスタリングアルゴリズムを評価した。結果としては、PSNR が高く、コードベクトルの変化に伴う実行時間の変化が少ない FVQ が優れた結果を示した。

参考文献

- [1] N.B. Karayiannis and P.-I. Pai, Fuzzy Vector Quantization Algorithms and Their Application in Image Compression, IEEE Trans. Image Process., Vol. 4, No. 9, pp. 1193-1201, 1995.
- [2] R. Krishnapuram and J.M. Keller, A Possibilistic Approach to Clustering, IEEE Trans. Fuzzy System, Vol. 1, No. 2, pp. 98-110, 1993.
- [3] Z. Xie and J. Feng, Codebook Design for Vector Quantization Based on a Kernel Fuzzy Learning Algorithm, Circuits Syst Signal Process, pp. 999-1010, 2011.
- [4] G.E. Tsekouras, A fuzzy vector quantization approach to image compression, Applied Mathematics and Computation, Vol. 167, pp. 539-560, 2005.