計算機の最適取替え戦略計算モデル[†]

藤井　実[††]　浅井　清[††]

計算機の最適取替え戦略（取替え間隔，導入すべき計算機処理能力）を求めるモデルを提案する．これは，計算需要の増加，計算機の価格性能比の向上など計算機設置者（ユーザ）をとりまく環境を入力とし，計算機の取替え費用とレンタル費用の関係から，ユーザの総費用を最小とする最適取替え戦略を求めるものである．4種類のモデルを示した．モデル1は，計算機を中央演算処理装置（CPU）で代表させ，次の取替え時までの計算需要を今回取り替えた計算機で完全に処理する．モデル2は，計算機をCPUで代表させ，次の取替え時までの計算需要を今回取り替えた計算機で完全に処理しなくてもよい超過（潜在）需要を許すモデルで，超過需要の処理は外注するため割高とする．モデル3は，計算機をCPU，主記憶装置（MEM），補助記憶装置（I/O）の三つの構成要素で代表させ，計算需要を完全に処理する．モデル4は，計算機をCPU，MEM，I/Oの三つの構成要素で代表させ，超過（潜在）需要を許す．筆者らの計算センタのデータを使ったこのモデルの適用例についても述べる．

1. はじめに

計算機の最適取替え戦略（取替え間隔，導入すべき計算機の処理能力）を求めるモデルを示す．これは，計算需要の増加，計算機の価格性能比の向上など計算機設置者（ユーザ）をとりまく環境を入力とし，計算機の取替え費用とレンタル費用の関係から，ユーザの総費用を最小とする最適取替え戦略を求めるものである．

従来，計算機の取替えは4〜5年サイクルで行うのが半ば慣習となってきた．これは，

① 計算機のレンタル月額が買取り価格の約40分の1に設定され，計算機の買取りとレンタルの損益分岐点が4〜5年*になっていること，

② 過去においては，メーカ間の計算機互換性が乏しく，異なったメーカの計算機に取り替えると，プログラムの変換や計算機利用法の変化などが生じ，ユーザの受ける影響が大きかったこと

などが理由としてあげられる．

しかし，メーカ間の計算機互換性が進んできた現在，計算需要の増加や計算機価格性能比の向上が著しい環境下においては，計算機の取替えをもっと短いサイクルで行ったほうが経済的に有利なように思える．実際，最近の計算機取替え間隔は3〜4年半とやや短くなってきている．また過去においても，計算機に独立なプログラミング言語を使用し，計算機取替えを1〜2年ごとに行い，計算機取替えのメリット（コストの減少，適正規模の計算機保有）をあげている例[1]がある．

計算機の取替えに関しては，計算機の選択方法[2),3]や計算機システムの最適構成法[4),5]がおもに論じられ，計算機の取替え間隔や導入すべき計算機の処理能力を求めるような数学モデルは見あたらない．

計算機の取替えは，たんに計算機の費用効果のみを評価して行われるものではない．ユーザの計算機利用に対する姿勢や環境，計算機技術の長期的動向，計算機機能に対する利用者の要求，最新計算機の発表時期や安定性などさまざまな要素を総合して行われる．

本稿ではこれらの要素のなかで，計算需要の増加率と計算機の価格性能比の向上率，計算機取替えに付随して発生する費用などユーザをとりまく環境を入力とし，計算機にかかるユーザ側の総費用を最小とする最適取替え戦略を論ずる．

一般に取替えモデルというと，信頼性理論におけるマルコフ再生過程を利用した予防取替え問題[6]が連想されるが，本稿のモデルはむしろ，生産管理における在庫モデル[7]の考え方を応用したものである．予防取替え問題や在庫モデルはともに定常系の問題で単位時間当りの平均コストを最小にする問題であるが，本稿のモデルは計算需要，計算機の価格性能比が変化するので非定常の最適化問題となる．

本稿では，2章で4種の最適取替え戦略計算モデルを記述する．モデル1は，計算機を中央演算処理装置（CPU）で代表させ，次の取替え時までの計算需要を

---

† Calculation Models for Optimal Replacement Strategy of Computer Systems by MINORU FUJII and KIYOSHI ASAI (Computing Center, Japan Atomic Energy Research Institute).

†† 日本原子力研究所計算センタ

* 保守費を買取り価格に対して年6%，金利を年6%とし，買取り後1年間の保守費を無償とした場合，買取りとレンタルの損益分岐点は約54か月となる．民間企業においては減価償却による税控除も考慮する必要がある．

今回取り替えた計算機で完全に処理する．モデル2は，計算機を CPU で代表させ，次の取替え時までの計算需要を今回取り替えた計算機で完全に処理しなくてもよい超過（潜在）需要* を許すモデルで．超過需要の処理は外注するため割高とする．モデル3は，計算機を CPU，主記憶装置（MEM），補助記憶装置（I/O）の三つの構成要素で代表させ，需要を完全に処理する．モデル4は，計算機を CPU, MEM, I/O の三つの構成要素で代表させ，超過（潜在）需要を許す．

3章では，筆者らの計算センタのデータを使ったこのモデルの適用例について述べる．

結論として，“メーカ間の計算機互換性が進んできた現在，計算需要の増加率の大きいユーザにおいては，最近の計算機価格性能比の向上から見ると，1.3～3年ごとに価格性能比のよい計算機に小まめに取り替えていったほうがよい場合が多い”といえる．このことは，4～5 年サイクルで計算機を取り替える場合に生ずる，

① 初期の過大処理能力

② 末期の過小処理能力（ジョブのターンアラウンドが極端に悪くなる）

を解消し，需要に応じた計算機を保有することにもつながる．

2. 最適取替え戦略計算モデル

2.1 モデルの前提

このモデルは，利用者の計算需要の増加と計算機の価格性能比の向上が一定率で推移すると仮定**したとき，計算機の取替え費用の大きさとの関係により，計算機の取替えを何年サイクル（$x>0$）で行えばよいか，またそのとき導入すべき計算機の処理能力はその計算機が次の計算機に取り替えられる時点の計算需要の何倍（$0\leqq y\leqq 1$）にするのが最も経済的であるかを示す．

このモデルにおいては，最適取替え戦略は，(x^*, y^*) で表され，今後T年間（評価期間，入力値）にかかる総費用 $G_T(x, y)$ を最小とする (x, y) として求められる．評価期間Tを変えても最適解 (x^*, y^*) がほとんど変化しないことは3章で示す．

本稿では以下の仮定をする．

（1） 計算機の取替えに付随して発生する費用（取替え費用）は，計算機の年間レンタル額の a 倍とする．

（2） ユーザの計算需要は年率 $d_c\times 100$(%)で増加する．

（3） 計算機の価格性能比（単位価格当りの処理能力）は年率 $r_c\times 100$(%) で向上する．

（4） 評価する費用は，計算機取替え費用，計算機レンタル費，超過需要の外注処理費の三つである．

（5） 外注処理単価は内部処理単価* の c 倍とする．

（6） 評価時（$t=0$）の計算需要，計算機の価格性能比などすべて1に基準化する．

（1）の計算機取替え費用は，ユーザによって算出項目，算出方法に対する考え方が異なる場合があるので，ここでは筆者らの計算センタで取替え費用を推定したときに考慮した項目を大まかに述べ，取替え費用の考え方の一例を示す．計算機導入諸経費（直接費），取替え関連作業にかかった計算センタ職員の人件費，プログラム変換や新計算機の利用法の学習などにかかった利用者の人件費，取替えによる計算機停止期間や運用効率の低下などによる計算機利用機会損失（計算機使用料換算），新計算機に移行できなかったソフトウェア損失（金額換算）などの間接費を考慮した．この取替え費用は，詳しく推定していくと経験的に感じている額よりもかなり多い額となることが多いものである．

2.2 計算需要を完全に処理するモデル（モデル1）

モデル1は，計算機を CPU で代表し，図1に示すように，次の取替え時までの計算需要を完全に処理できる計算機を導入するモデルである．このモデルでは，x^* 年後の計算需要に対する導入計算機の最適処理能力比率は $y^*=1.0$ である．

評価期間T年にわたって計算機をx年ごとに取り替えたときのT年間にかかる総費用 $G_T(x)$ を考え，$G_T(x)$ を最小とする最適取替え間隔 x^* を求める．

$$T=(n+\varepsilon)x \tag{2.1}$$

とする．ここで，nは整数，$0\leqq\varepsilon<1$ である．

最初のx年間を第1期，$(i-1)x$ 年目から ix 年目までを第i期とすると，第i期にかかる費用 g_i は，

* ここでいう超過需要とは，図3の◢部で示される計算機取替え前に発生する計算機処理能力以上に存在する計算需要のことである．

** 計算需要は必ずしも連続的に増加するわけではなく，大学などの例では季節変動を含み，鋸歯状に増加する場合も多い．計算機の価格性能比もステップ状に変化するものであるが，本論では長期的傾向を平滑化して一定率で推移すると仮定した．

* 当該ユーザのもつ計算機での処理単価で，費用は計算機レンタル費のみを考え，計算機は 100% 使用を仮定したときの単価とする．

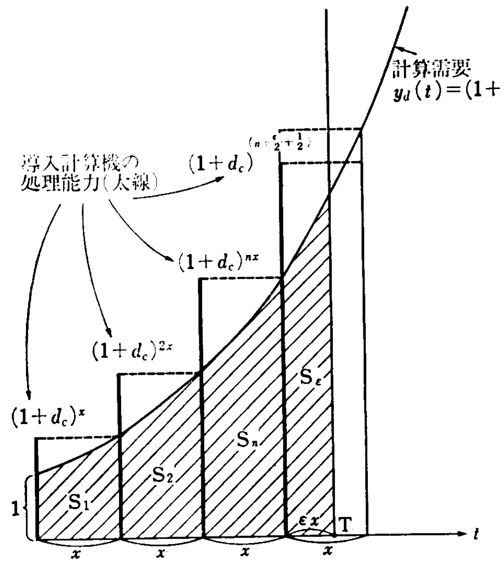

図 1 計算需要を完全に処理するモデル

Fig. 1 Model which processes all demand in every interval.

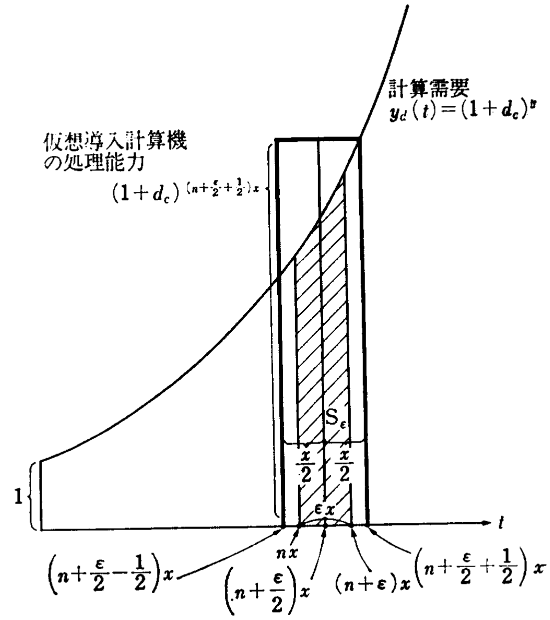

図 2 計算需要 S_ε を処理する仮想導入計算機

Fig. 2 An imaginary computer which is installed for processing the calculation demand S_ε.

ix 年目の計算需要：$(1+d_c)^{ix}$

$t=(i-1)x$ における単位処理能力当りの計算機価格：$\left(\dfrac{1}{1+r_c}\right)^{(i-1)x}$

x 年間の計算機レンタル費：

$$x(1+d_c)^{ix}\left(\frac{1}{1+r_c}\right)^{(i-1)x}$$

$t=(i-1)x$ における取替え費用：

$$a(1+d_c)^{ix}\left(\frac{1}{1+r_c}\right)^{(i-1)x}$$ より，

$$g_i=(a+x)(1+d_c)^x\left(\frac{1+d_c}{1+r_c}\right)^{(i-1)x} \tag{2.2}$$

となる．ここで $i=1,\cdots,n$.

最後の εx 年間の費用 g_ε を考える．$\varepsilon>0$ のとき，図1に示すように S_ε の計算需要が存在する．この S_ε の処理にかかる費用 g_ε の算出法にはまだ絶対的なものはなく，本稿では評価期間 T の変化による最適解 x^* の変動の最も小さい[8] 次の算出式を使う．

$$g_\varepsilon=\varepsilon(a+x)(1+d_c)^x\left(\frac{1+d_c}{1+r_c}\right)^{(i-1)x} \tag{2.3}$$

これは，S_ε の計算需要に対し，**図2**の太線枠で示すように S_ε の時間幅 εx が中央にくるような計算機を x 年間使用したときにかかる費用を ε 倍したものである．

計算機を x 年ごとに取り替えたとき，T 年間にかかる総費用 $G_T(x)$ は，

$$G_T(x)=g_1+g_2+\cdots+g_n+g_\varepsilon \tag{2.4}$$

である．

$$f=\left(\frac{1+d_c}{1+r_c}\right)^x \tag{2.5}$$

とおくと，(2.2)，(2.3) より，

$$G_T(x)=(a+x)(1+d_c)^x(1+f+f^2+\cdots+f^n+\varepsilon f^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}}) \tag{2.6}$$

となる．

最適取替え間隔 x^* は，x を $XMIN$ から $XMAX$ まで $XSTEP$ 間隔で大きくして，おのおのの $G_T(x)$ を求め，その最小値をとる x の値として求める．$XMIN$, $XMAX$, $XSTEP$ は入力値であり，実用上はそれぞれ 0.0 年，10.0 年，0.1 年程度の値を使う．この問題の入力パラメータは，a, d_c, r_c, T である．

2.3 超過（潜在）需要を許すモデル（モデル2）

図3に超過（潜在）需要を許すモデルを示す．このモデルでは，次の取替え時までの計算需要を今回取り替えた計算機で完全に処理しなくてもよい．超過需要の処理は外部計算センタに依頼することを考え，割高とする．超過分を潜在需要として考える場合は，次の取替えまで計算需要が押えつけられ，計算機利用機会損失が発生すると考えてもよい．いずれにせよ，この超過（潜在）需要を許すモデルがより現実的である．

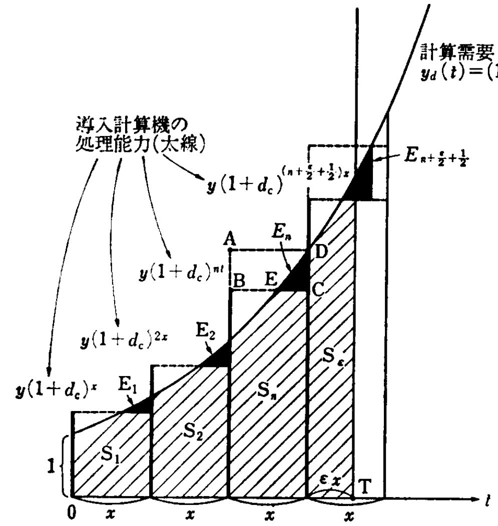

図 3 超過（潜在）需要を許すモデル

Fig. 3 Model which permits excessive or latent demand.

このモデルでは，導入する計算機の処理能力は，次の取替え時の計算需要の $y\times 100$ (%) を処理できるものとする．ゆえに i 期の取替え後の計算機処理能力 P_i は，

$$P_i=y(1+d_c)^{ix} \tag{2.7}$$

となる．この処理能力と計算需要の増加曲線との交点，すなわち，i 期に導入した計算機の飽和点 t_i^* は，

$$(1+d_c)^{t^*}=y(1+d_c)^{ix} \tag{2.8}$$

より，

$$t^*=ix-h \tag{2.9}$$

となる．ここで，

$$h=-\log_e y/\log_e(1+d_c)\geqq 0 \tag{2.10}$$

である．

図3の ◢ 部分の超過需要量 E_i は，

$$E_i=\int_{t^*}^{ix}(1+d_c)^S dS-(ix-t^*)y(1+d_c)^{ix}$$
$$=H(1+d_c)^{ix} \tag{2.11}$$

となる．ここで，Hは(2.8)の関係を代入すると

$$H=\frac{1-y}{\log_e(1+d_c)}-hy \tag{2.12}$$

と表される．

超過需要の外注処理単価をその時点における当該ユーザのもつ計算機での内部処理単価の c 倍とすると，T年間の総費用 $G_T(x,y)$ は，モデル1と同様に算出すると，

$$G_T(x,y)=(ay+xy+cH)(1+d_c)^x(1+f+f^2+\cdots+f^n+\varepsilon f^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}}) \tag{2.13}$$

となる．最適取替え戦略 (x^*,y^*) の算出はモデル1と同様な方法で行う．

2.4 CPU, MEM, I/O 分離モデル（モデル3）

モデル3は，計算機を CPU, MEM, I/O (補助記憶装置) の三つの構成要素で代表させ，次の取替え時までの計算需要（各成分に対する装置需要）を完全に満たす計算機を導入するモデルである．モデル3では以下の仮定を追加する．

(1) 評価時 $(t=0)$ の計算需要に対する計算機構成で，CPU, MEM, I/O のそれぞれが占める装置費の割合を α,β,γ とする．ここで $\alpha+\beta+\gamma=1$.

(2) CPU, MEM, I/O に対する需要は年率 d_c, d_m, $d_i\times 100$ (%) で増加する．

(3) CPU の価格性能比は年率 $r_c\times 100$(%) で向上し，MEM, I/O の価格容量比は年率 q_m, $q_i\times 100$(%) で安くなる．MEM と I/O のアクセス性能については本稿では考慮しない．

(4) 計算機レンタル費は，CPU, MEM, I/O の装置レンタル費の和とする．

モデル3においては，x^* 年後の計算需要に対する導入計算機の最適処理能力比率は各成分とも $y^*=1.0$ である．ゆえに，評価期間T年にわたって計算機をx年ごとに取り替えたときにかかる費用 $G_T(x)$ を考え，$G_T(x)$ を最小とする最適取替え間隔 x^* を求める問題となる．$G_T(x)$ はモデル1と同様な方法で算出すると，

$$\begin{aligned}G_T(x)=(a+x)(1+d_c)^x\{&\alpha(1+f_c+f_c^2+\cdots+f_c^n\\&+f_c^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}})+\beta(1+f_m+f_m^2+\cdots+f_m^n\\&+f_m^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}})+\gamma(1+f_i+f_i^2+\cdots+f_i^n\\&+f_i^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}})\}\end{aligned} \tag{2.14}$$

となる．ここで，

$$\left.\begin{aligned}f_c&=\left(\frac{1+d_c}{1+r_c}\right)^x\\f_m&=\{(1+d_c)(1-q_m)\}^x\\f_i&=\{(1+d_c)(1-q_i)\}^x\end{aligned}\right\} \tag{2.15}$$

である．

2.5 超過（潜在）需要を許す，CPU, MEM, I/O 分離モデル（モデル4）

このモデルは，超過（潜在）需要を許し，計算機を CPU, MEM, I/O の三つの構成要素で代表させるものである．モデル3の仮定に以下の仮定を加える．

(1) 取替え後の計算機能力は，次の取替え時の CPU, MEM, I/O の計算需要に対し，それぞれ y_c, y_m, $y_i \times 100$(%) である．

計算機を x 年ごとに取り替えたときに T 年間にかかる総費用 $G_T(x, y_c, y_m, y_i)$ は，モデル 2, 3 と同様に算出すると，

$$\begin{aligned} &G_T(x, y_c, y_m, y_i) \\ &=(1+d_c)^x \{\alpha(ay_c+xy_c+cH_c)(1+f_c+f_c^2+\cdots \\ &\quad +f_c^n+\varepsilon f_c^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}})+\beta(ay_m+xy_m+cH_m) \\ &\quad \times(1+f_m+f_m^2+\cdots+f_m^n+\varepsilon f_m^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}}) \\ &\quad +\gamma(ay_i+xy_i+cH_i)(1+f_i+f_i^2+\cdots \\ &\quad +f_i^n+\varepsilon f_i^{n+\frac{\varepsilon}{2}-\frac{1}{2}})\} \end{aligned} \tag{2.16}$$

となる．ここで，

$$\left.\begin{aligned} H_c&=\left\{\frac{1-y_c}{\log_e(1+d_c)}-h_c y_c\right\} \\ h_c&=-\frac{\log_e y_c}{\log_e(1+d_c)} \\ H_m&=\frac{1-y_m}{\log_e(1+d_c)}-h_m y_m\Big\} \\ h_m&=-\frac{\log_e y_m}{\log_e(1+d_c)} \\ H_i&=\left\{\frac{1-y_i}{\log_e(1+d_c)}-h_i y_i\right\} \\ h_i&=-\frac{\log_e y_i}{\log_e(1+d_c)} \end{aligned}\right\} \tag{2.17}$$

である．

x^*, y_c^*, y_m^*, y_i^* を求める問題の入力パラメータは，α, β, γ, a, d_c, d_m, d_i, r_c, q_m, q_i, c, T である．

3. 適 用 例

3.1 大型計算機システムの取替え

大型計算機システムを使用している筆者らの計算センタの取替え戦略を2章で示したモデル 1，モデル2を使って分析する．

一般に計算機の価格性能を予測する場合，性能についての予測は比較的議論しやすいが，価格については計算機メーカの政策もあるのでユーザ側ではなかなか予測できない．そこで付録に示すように，将来導入する大型計算機の CPU 価格は，性能の平方根に比例してつけられるという傾向をここでは利用する．つまり，計算機 (CPU) の性能向上率 R_c の予測データから，価格は性能の平方根に比例するとして価格性能比の向上率 r_c を定める．R_c と r_c の関係は，

$$1+r_c=\sqrt{1+R_c} \tag{3.1}$$

となる．

以下の適用例で使う入力パラメータ（筆者らの計算センタにおける計算需要，計算機の価格性能，計算機取替えに付随して発生する費用など）に関する分析は文献 8)に詳しく，計算需要の増加，計算機の価格性能比の向上が一定率で推移するというこのモデルの仮定は満足されている．

3.2 モデル 1，モデル2による計算例

表1に以下の場合について，モデル 1，モデル2の最適取替え間隔 x^* と最適処理能力比率 y^*，T 年間の総費用 G1（モデル 1），G2（モデル 2）を示す．入力パラメータとして，計算機 (CPU) 性能の年間向上率 $R_c\times100$% も価格性能比の年間向上率 $r_c\times100$% とともに示す．

評価期間　$T=15$ 年

取替えに付随して発生する費用　$a=0.33,\ 2.0$

計算需要の伸び　$d_c=0.1,\ 0.2,\ 0.4$

計算機性能の向上　$R_c=0.1,\ 0.2,\ 0.3$

(計算機の価格性能比の向上　⇓

$r_c=0.049,\ 0.095,\ 0.140$)

外注コスト　$c=3.0$

表1に示すように取替え費用 a が小さく，計算需

表 1 モデル 1，モデル2における最適取替え間隔 x^* と最適処理能力比率 y^*

Table 1 Optimal interval x^* of computer replacement and optimal capacity ratio y^* for model 1, model 2.

入力パラメータ					モデル1		モデル2		
a	d_c	$R_c(r_c)$	c	T	x^*	G1	x^*	y^*	G2
0.33	0.1	0.1(0.049)	3.0	15.0	2.0	29.4	2.3	0.92	28.3
0.33	0.1	0.2(0.095)	3.0	15.0	1.7	21.7	1.9	0.93	20.9
0.33	0.1	0.3(0.140)	3.0	15.0	1.6	16.8	1.7	0.94	16.3
0.33	0.2	0.1(0.049)	3.0	15.0	1.5	70.3	1.8	0.88	66.1
0.33	0.2	0.2(0.095)	3.0	15.0	1.4	48.0	1.6	0.89	45.4
0.33	0.2	0.3(0.140)	3.0	15.0	1.3	34.7	1.5	0.89	32.9
0.33	0.4	0.1(0.049)	3.0	15.0	1.2	415.7	1.5	0.81	379.7
0.33	0.4	0.2(0.095)	3.0	15.0	1.1	258.3	1.3	0.83	237.4
0.33	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	1.0	169.5	1.2	0.84	156.4
2.00	0.1	0.1(0.049)	3.0	15.0	4.4	43.6	5.0	0.80	39.2
2.00	0.1	0.2(0.095)	3.0	15.0	3.7	33.7	4.2	0.82	30.7
2.00	0.1	0.3(0.140)	3.0	15.0	3.3	27.1	3.6	0.84	24.8
2.00	0.2	0.1(0.049)	3.0	15.0	3.0	113.2	3.8	0.70	95.7
2.00	0.2	0.2(0.095)	3.0	15.0	3.0	80.4	3.5	0.72	68.9
2.00	0.2	0.3(0.140)	3.0	15.0	2.7	59.9	3.1	0.73	51.8
2.00	0.4	0.1(0.049)	3.0	15.0	2.5	740.5	3.0	0.57	572.3
2.00	0.4	0.2(0.095)	3.0	15.0	2.2	476.1	3.0	0.57	373.1
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	2.1	320.0	2.5	0.60	253.5

要の伸び d_c が大きい場合は，最適な取替え間隔 x^* はかなり短くなる．メーカ間の計算機互換性が進んできた現在，計算需要の増加率の大きいユーザにとって，何年くらいで価格性能比のよい計算機に取り替えていったがよいかを見ると，$a=0.33\sim2.0$，$d_c=0.2\sim0.4$，$R_c=0.2$ ($r_c=0.095$) 程度のユーザでは，最適な取替え間隔は 1.3〜3.0 年となる計算結果である．これは，計算需要の伸びの大きいユーザは，こまめに計算機を取替え（一部取替えを含む）て，需要に応じた計算機を保有したが経済的に有利なことを示している．

表 2 に計算機取替えに付随して発生する費用 a（年間レンタル額に対する割合）の変化による最適解 (x^*, y^*) の変化を示す．

表 3 に外注コスト c を変化させたときの最適解 (x^*, y^*) の変化を示す．

表 4 に評価期間 T の違いによる最適解 (x^*, y^*) の変化を示す．10 年 $\leqq T \leqq$ 25 年に対して，モデル 1 では $2.1 \leqq x^* \leqq 2.2$，モデル 2 では $2.4 \leqq x^* \leqq 2.6$，$0.60 \leqq y^* \leqq 0.61$ とかなり安定している．この程度の最適解の変動は実用に耐えうると思われる．

表 2 取替え費用 a の変化による最適解 (x^*, y^*) の変化
Table 2 Change of optimal solutions (x^*, y^*) for change of a.

入力パラメータ					モデル 1		モデル 2		
a	d_c	$R_c(r_c)$	c	T	x^*	G1	x^*	y^*	G2
0.10	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	0.6	135.6	0.7	0.91	130.0
0.20	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	0.8	152.1	1.0	0.87	143.1
0.30	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	1.0	165.7	1.2	0.85	153.6
0.50	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	1.2	189.1	1.5	0.80	170.7
1.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	1.7	237.7	1.9	0.72	204.1
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	2.1	320.0	2.5	0.60	253.5
3.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	2.5	394.5	3.0	0.51	292.0
5.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	3.0	534.9	3.7	0.38	352.0
10.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	3.4	868.1	3.8	0.21	443.2
20.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	3.7	1502.7	5.0	0.06	521.7

表 3 外注費用 c の変化による最適解 (x^*, y^*) の変化
Table 3 Change of optimal solutions (x^*, y^*) for change of c.

入力パラメータ					モデル 1		モデル 2		
a	d_c	$R_c(r_c)$	c	T	x^*	G1	x^*	y^*	G2
2.00	0.4	0.3(0.140)	1.1	15.0	2.1	320.0	3.7	0.17	171.0
2.00	0.4	0.3(0.140)	1.5	15.0	2.1	320.0	3.0	0.33	201.0
2.00	0.4	0.3(0.140)	2.0	15.0	2.1	320.0	3.0	0.43	226.1
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	2.1	320.0	2.5	0.60	253.5
2.00	0.4	0.3(0.140)	4.0	15.0	2.1	320.0	2.5	0.68	268.7
2.00	0.4	0.3(0.140)	5.0	15.0	2.1	320.0	2.5	0.74	278.5
2.00	0.4	0.3(0.140)	7.5	15.0	2.1	320.0	2.2	0.83	291.9
2.00	0.4	0.3(0.140)	10.0	15.0	2.1	320.0	2.2	0.87	298.6
2.00	0.4	0.3(0.140)	15.0	15.0	2.1	320.0	2.2	0.91	305.6
2.00	0.4	0.3(0.140)	20.0	15.0	2.1	320.0	2.2	0.93	309.2

表 4 評価期間 T の変化による最適解 (x^*, y^*) の変化
Table 4 Change of optimal solutions (x^*, y^*) for change of T.

入力パラメータ					モデル 1		モデル 2		
a	d_c	$R_c(r_c)$	c	T	x^*	G1	x^*	y^*	G2
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	10.0	2.1	104.8	2.5	0.60	83.0
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	11.0	2.2	132.1	2.6	0.60	104.8
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	12.0	2.1	165.9	2.4	0.61	131.4
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	13.0	2.1	207.1	2.6	0.60	164.0
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	14.0	2.1	257.9	2.5	0.60	204.6
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	15.0	2.1	320.0	2.5	0.60	253.5
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	17.5	2.2	545.0	2.5	0.60	431.7
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	20.0	2.2	921.0	2.5	0.60	729.4
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	22.5	2.2	1549.7	2.5	0.60	1226.7
2.00	0.4	0.3(0.140)	3.0	25.0	2.1	2597.9	2.5	0.60	2057.7

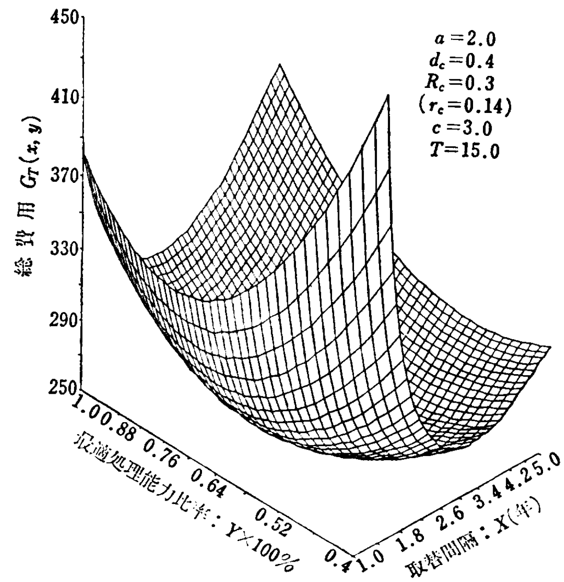

図 4 モデル 2 の総費用 $G_T(x, y)$
Fig. 4 Total Cost $G_T(x, y)$ of Model 2.

図 4 に $a=2.0$，$d_c=0.4$，$R_c=0.3$ ($r_c=0.140$)，$c=3.0$，$T=15.0$ のときのモデル 2 の総費用 $G_T(x, y)$ を図示する．この図より，$G_T(x, y)$ は最適解 (x^*, y^*) の近傍でしか最小値をとらないことがわかる．

超過（潜在）需要を許したモデル 2 とモデル 1（計算需要をすべて処理できる計算機を導入する）を同じ計算需要に対して適用すると，一般にモデル 2 の最適取替え政策をとったほうがモデル 1 の最適取替え政策をとったときより総費用において安価であることが多い．また，最適取替え間隔も長くなることが多い．

たとえば，$a=2.0$，$d_c=0.4$，$R_c=0.3$ ($r_c=0.140$)，

$c=3.0$, $T=15.0$ のケースでは，15年間の総費用がモデル1は G1=320.0, モデル2は G2=253.5 となり，約 20% モデル2が安価である.

これは，最適取替え間隔が同じ場合について分析すると，図3に示すように S_n の計算需要に対してモデル2はモデル1より，破線で囲まれた矩形 ABCD (□ABCD) の計算機レンタル費と線分 $\overline{AB}$ の計算機取替え費用が節約でき，黒塗り部分 ECD (◢ECD) の外注処理費が余分にかかる．2.1節で示した仮定より，

□ABCD の面積 $+a\times\overline{AB}$ の長さ＞

$c\times$◢ECD の面積

の場合，モデル2がモデル1より総費用で安価となる.

また，取替え戦略 (x, y) を用いたときに必要となる予算などの予測式もこれらのモデルから作成でき[8]，利用可能である.

4. おわりに

一般に情報処理の分野は，最も技術革新の激しい，最先端の科学技術が適用されている分野のひとつである．しかし，実際の計算センタの管理，運用などの計算センタ運営においては，まだほとんどの事柄が簡単なデータをもとに経験的に決められているのが現状である.

本稿では，計算機の最適取替え戦略を求めるモデルと適用例について述べた．このモデルは，計算需要の増加率，計算機の技術革新の速さなど，ユーザをとりまく環境を入力とし，総費用を最小とする最適取替え戦略を求めるもので，従来経験的に行われてきた計算機取替えに費用効果面からみた客観的データを与えている.

筆者らはこのモデルによって，計算需要の増加や計算機の価格性能比の向上が著しい環境下においては，計算機の取替えを比較的短い間隔 (1.3〜3 年) でこまめに行ったほうが経済的に有利な場合が多いことがわかった．しかし，現実にはあまり短い間隔で計算機取替えを行うことには抵抗感がある．これは，計算機の取替えが本稿のモデルで考慮しなかった社会的，心理的要素などにもかなり影響されていることを示しているようであり，計算機取替えが利用者の本来の仕事 (業務，研究) に与える影響についての検討などが今後の課題として残されている.

実際の取替え政策の検討においては，いろいろな制約条件があるので，本稿のモデルを使って大まかな情勢分析を行い，おのおのの取替え政策の参考にされることが望ましい.

参考文献

1) Fritz, W. B.: Computer Change at Westinghouse Defence and Space Center, Proc. 1967 Fall Joint Computer Conf., pp. 581-586 (1967).
2) Timmreck, E. M.: Computer Selection Methodology, *Comput. Surv.*, Vol. 5, No. 4, pp. 199-222 (Dec. 1973).
3) Gilbert, D. M.: Guidance for Sizing ADP Systems, PB 287069, 米国商務省出版局, pp. 305-330 (1978).
4) Kishor, S. T. et al.: Optimal Selection of CPU Speed, Device Capacities, and File Assignments, *J. ACM*, Vol. 27, No. 3, pp. 457-473 (July 1980).
5) Kuck, D. J.: The Structure of Computers and Computations, Vol. 1, p. 155, John Wiley & Sons, New York (1978).
6) 依田　浩他：応用確率論，p. 155, 朝倉書店，東京 (1980).
7) 村松林太郎：生産管理の基礎，p. 119, 国元書房，東京 (1973).
8) 藤井　実，浅井　清：計算機の最適取替間隔計算モデル，JAERI-M 9605, 日本原子力研究所 (1981).
9) Solomon, M. B.: Economics of Scale and the IBM System/360, *C. ACM*, Vol. 9, No. 6, pp. 435-440 (June 1966).
10) Knight, K. E.: Changes in Computer Performance, *Datamation*, Vol. 12, No. 9, pp. 40-54 (Sept. 1966).
11) Hobbs, L. C.: The Rationale for Smart Terminals, *Computer*, pp. 33-35 (Nov.-Dec. 1971).
12) Cotton, I. W.: Microeconomics and Market for Computer Services, *Comput. Surv.*, Vol. 7, No. 2, pp. 95-111 (June 1975).
13) Cale, E. G. et al.: Price/Performance Patterns of U.S. Computer Systems, *C. ACM*, Vol. 22, No. 4, pp. 225-233 (April 1979).
14) FACOM Mシリーズ F モデルの概要，FACOM ジャーナル．Vol. 6, No. 2, p. 14, (1980).
15) レンタル価格表，JECC 日本電子計算機社 (1977, 1979).
16) 電波新聞 (S. 56. 5. 29).

付　録　最近の計算機と Grosch の法則

Grosch の法則は，1940年代後半に Grosch が計算機の価格性能に関して，"性能は価格の2乗に比例する"ことを主張したもので，Solomon[9]が IBM/360 シリーズについて，Knight[10]が 1963年までに発表され

表 5 1977年に発表された計算機の価格性能

Table 5 Cost and performance for computers which were published in 1977.

計算機	発表年度	CPU 性能*1 (M130 を1とする)	レンタル月額(単位:千円) CPU 価格	単位 MEM 価格	MEM 価格 (標準 MEM)	CPU+MEM 価格
M 200	'77	136.40	22300	1200/MB	9600 (8MB)	31900
		×3.90	×2.48			×2.61
M 180 II AD	'77	34.95	9000	800/MB	3200 (4MB)	12200
		×3.01	×2.73			×2.49
M 160 AD	'77	11.62	3300	800/MB	1600 (2MB)	4900
		×2.23	×1.76			×1.68
M 160 S	'77	5.22	1800	1040/MB	1040 (1MB)	2920
		×1.92	×1.94			×1.96
M 140	'77	2.72	970	1040/MB	520 (512KB)	1490
		×2.72	×2.94			×2.53
M 130	'77	1.00	330	1040/MB	260 (256KB)	590

*1 この表の CPU 性能は，文献[12]の図から算出したもので，若干の誤差を含んでいる．

表 6 最高速汎用大型計算機の価格性能

Table 6 Cost and performance for the fastest computers.

計算機	発表年度	CPU 性能 (M130 を1とする)	レンタル月額(単位:千円) CPU 価格	単位 MEM 価格	MEM 価格 (標準 MEM)	CPU+MEM 価格
M 380	'81	286.44〜341.00*2	31900〜33500*2	不明	不明	不明
	4年	×2.1〜2.5	×1.43〜1.50			
M 200	'77	136.40	22300	1200/MB	9600 (8MB)	31900
(M 190)*1	'74	74.06	19500	2400/MB	14400 (6MB)	33900
	7年	×3.0*3	×1.94			×0.95
F 230-75	'70	45.47	11500	5500/MB	22000 (4MB)	33500

*1 M190 は CPU に関してあまり魅力のある計算機ではなかった．

*2 文献[14]などによる推定値．

*3 F 230-75 の性能は M200 の約 1/3 といわれているのでこの値を使った．

た計算機について回帰分析を行い，それぞれ Grosch の法則が成り立っていることを示した．しかし，その後，批判もいくつか見られた．Hobbs[11]は，計算機システムの各構成要素の占める費用割合が変化してきていることなどから，Grosch の法則が成り立たなくなっていることを述べた．一方，Hobbs が Grosch の法則を計算機システム全体について概観したのについて，Cotton[12]は，“Grosch の法則は本質的には CPU について述べたものであって，計算機システムの他の構成要素まで拡張するとその正当性を失う”と論じた．最近では，Cale[13]らが1972年以降 Grosch の法則を検証する報告がないことから，1970〜77 年に米国で発表された計算機について検証を試みているが，計算機の処理能力 (Power) をうまく定義できないことから計算機価格の分析のみに終わっている．

ここでは，最近の国産計算機における規模の経済性について以下に分析し，Grosch の法則との対比を行う．

表 5 は，国産A社の同一発表年のMシリーズ計算機に着目したものである．性能，主記憶 (MEM) 量の標準値は文献 14) より，価格は文献 15) などから算出，推定した．これによると M 130〜M 160 S の中小型計算機においては，CPU 性能は CPU 価格に比例するといったほうが近い傾向となっている．大型計算機 M 180 IIAD と M 200 を比較した場合，CPU 性能比 3.9 は CPU 価格比 2.48 の約 1.5 乗となっている．このように同一年代の計算機 (CPU) について規模の経済性を見ると，計算機価格に占めるハードウェア・コストの比重が減少してきたためか，Grosch のいう 2 乗には比例しなくなってきているようである．

表 6 は，発表時期の異なる大型計算機に着目したものである．F 230-75 と M 200 を比較すると，CPU 性能比 3.0 は CPU 価格比 1.94 の約 1.66 乗となっている．しかし，M 200 の CPU 価格はチャネルを内蔵したもので，F 230-75 の CPU 価格はチャネルを含まないものなので，M 200 からこのチャネル分を差し引いて，F 230-75 の CPU 価格と比較すると，CPU 価格比は約 1.7 倍となる．この CPU 価格比を使うと $3 \fallingdotseq 1.7^2$ となる．

M 200 と最近発表された M 380[16] と比較すると，性能比 2.1〜2.5, CPU 価格比 1.43〜1.50 (推定) であるので，性能比を 2.25, 価格比を 1.5 ととると，$2.25 = 1.5^2$ となる．このように，F 230-75 ('70), M 200 ('77), M 380 ('81) と発表されてきた最高速大型

汎用計算機の CPU 価格性能は，性能が価格の2乗に比例する関係になっている．

これらは，Knight[10] の検証結果，

① 同一発表年の計算機について，性能は価格の2乗に比例していること（発表年の異なる計算機については，発表年調整のシフト・パラメータが t 検定で有意である—これは現在でも多分正しいと思われるが筆者らは詳しい分析を行っていない），

② 計算機技術の最先端をいく最高速の計算機については，性能は価格の2乗に比例するというよりー，性能は価格に比例するといったほうが近いこと

と異なっている．

現状は，Knight の時代とかなり様相が変わってきているようである．筆者らは，この分析から，将来導入する大型計算機の価格予測に，価格が性能の平方根に比例していることを3章で利用する．

(昭和56年11月17日受付)
(昭和57年5月19日採録)