Vol. 27 No. 3 情報処理学会論文誌 Mar. 1986

決定表間の演算とその応用†

斉 藤 剛††

決定表 (decision table) は，判定条件と処理内容を二次元的に表現する手法であり，複雑な条件判定を含む処理を明確に表現する手段として広く利用されている．筆者らは文献 1) で決定表の理論モデルとして「形式決定表」を定義し，従来やや形式的または非形式的に用いられていた諸概念の理論体系への位置付けを行った．さらに，ルール間に成り立つ基本的な性質を示し，決定表同士の等価性について議論した．本論文では，決定表間に，和，積，否定の各演算を定め，各演算が表す意味およびその応用について述べる．さらに，文献 1) で定めた形式決定表を用い，各演算の性質について形式的に議論する．本論文で定めた決定表間の演算は理論面で有用であるばかりか，実用面への応用も種々考えられる．本論文は，文献 2) および 3) の詳細な報告であるが，これら決定表間の演算に関する形式的かつ厳密な議論は筆者らが最初である．さらに，本論文での議論は，決定表の形式的議論における形式決定表の理論面での有用性を示すものであり，また本論文で明らかにされた諸結果は，決定表の検査，決定表が表現する論理等に関する議論に応用できよう．

1. まえがき

判定条件と，それらの判定結果に対する処理内容を二次元的に表現する手法に決定表 (decision table) がある[4]．決定表は，優れた文書性，書きやすさ等の利点を有し，複雑な条件判定を含む処理を明確に表現する手段として広く利用されている[4),5]．また，決定表に対する研究面での関心は，最適変換アルゴリズムの開発[6]，決定表の持つ様々な性質に関する議論[7]，代数モデルの構築および形式議論[8),9] 等にある．さらに，新しい分野への応用[10]および拡張[11]も試みられている．

筆者らは文献 1) で決定表の理論モデルとして「形式決定表」を定義し，ルール間に成り立つ基本的な性質，および決定表の等価性について議論した．

本論文では，決定表間に和，積，否定の三演算を定め，それらの意味および応用について議論する．第 2 章において，非形式的であるが各演算の実際の意味について述べ，それらの応用を示す．第 3 章では，これらの演算の形式的議論を行うために，文献 1) において定めた形式決定表を導入する．次いで，第 4 章において，第 2 章で述べた各演算を形式決定表の集合上に形式的に定義し，これらの性質について述べる．本論文は文献 2)，3) の詳細な報告であるが，決定表に演算を形式的に定義し，それらの性質について議論するのは筆者らが最初である．

本論文で定めた決定表間の演算を利用することにより，判断過程の部分を記述した決定表や異なる視点により記述された決定表から判断過程全体を表す決定表を構成できる．また，それらの決定表間の共通部分や矛盾の検出等に直接応用でき，実用面における有用性も高いと思われる．

なお，本論文で使用する用語のうち，本論文で定義するもの以外は，文献 1)，4)，8) 等と同じ意味で用いる．

2. 決定表間の演算とその意味

本章では，非形式的ではあるが本論文で定める決定表間の各演算が表す意味とその応用について述べる．これらの形式的議論は第 4 章で行う．

本論文で定める決定表の演算は，決定表同士の「和」および「積」を求める演算と決定表の「否定」を求める演算である．以下に，各演算が実際の決定表においていかなる操作に対応するかを，それらの応用とともに述べる．また，これらの演算の組合せが，直接，決定表の検査に利用できることを示す．

2.1 決定表同士の和

複数の決定表から，各決定表のルールを書き並べることにより構成される一つの決定表を，それらの決定表の「和」と呼ぶことにする．

［例 1］ **図 1** において，決定表 T 1 と決定表 T 2 の和が T 3 である． □

決定表同士の和を上記のように定めるとき，各アクションの実行条件* は次のようになる．例えば，決定

† Operations on Decision Tables and Their Applications by TSUYOSHI SAITO (Department of Electrical Communication Engineering, Faculty of Engineering, Tokyo Denki University).
†† 東京電機大学工学部電気通信工学科

* 「c のとき a を実行する」なるルールにおいて，c をアクション a の実行条件と呼ぶ．形式的には，第 3 章定義 3 で定められる．

	R1	R2	R3
性別＝男	Y	Y	Y
年齢≧15	N	Y	Y
XX>7	—	N	Y
クラス＝	1	2	3

T1: decision table

	R4	R5	R6
性別＝男	N	N	N
年齢≧15	N	Y	Y
YY<5	—	N	Y
クラス＝	1	3	4

T2: decision table

	R1	R4	R2	R3	R5	R6
性別＝男	Y	N	Y	Y	N	N
年齢≧15	N	N	Y	Y	Y	Y
XX>7	—	—	N	Y	—	—
YY<5	—	—	—	—	N	Y
クラス＝	1		2	3		4

T3: JOINed decision table

図 1 決定表(T1, T2)とその和(T3)
Fig. 1 Decision tables (T1, T2) and their JOIN (T3).

表 D1 におけるアクション a に関するルールが「x が真のとき a を実行する」，また，D2 が「y が真のとき a を実行する」とする．このとき，D1 と D2 の和におけるアクション a に関するルールは「「x が真または y が真」のとき a を実行する」となる．すなわち，和の演算を施すことにより求められた決定表におけるアクション a の実行条件は，各々の決定表におけるアクション a の実行条件の「論理和」となる．これらは，4.2 節補題 1 で形式的に示される．

［例 2］ 図 1 の T3 において［クラス＝1］* の実行条件は T1 の R1 と T2 の R4 の論理和すなわち「[性別＝男] が真かつ［年齢≧15］が偽，または，[性別＝男] が偽かつ［年齢≧15］が偽」である．この条件は単に「[年齢≧15] が偽」である． □

和の演算は，次に示す実用面での応用が考えられる．例えば，図 1 において，T1 は［性別＝男］の場合を，また T2 は［性別＝男］ではない場合の各々の判断処理を記述したものであり，それらの和により全体の処理を表す決定表 (T3) が構成される．このように，判断処理を幾つかの部分に分割し，その各々を記述した決定表の和を求めることにより処理全体を表す決定表が構成できる．また，和を求める操作は既存の決定表に，決定表の形で記述したルールを追加する操作にも対応する．例えば，図 1 の T1 に T2 で記述されたルールを追加した決定表が T3 であると考えることができる．

このように決定表の作成に和を用いる場合，直接判断処理全体を一つの決定表で記述した場合に比して，判断処理の各部分が，条件およびルールの数が少ない決定表で記述できる．したがって，各決定表の検査が容易になり，これらの和で表現される判断処理全体の検査・検証も容易になると思われる．また，判断処理の一部分の変更は，その変更箇所を含む決定表のみの変更となり，修正・変更も容易になるであろう．

上記のように，各決定表のルールの集合和から一つの決定表を構成する方法は文献 12) で議論されている．しかし，文献 12) は，ルールの削除と合成の手法について議論されているが，二つの決定表のルールを書き並べ，一つの決定表を構成する手法を示すにとどまっている．また，文献12) では，共通のアクションを含まない決定表同士に対する操作である．筆者らの和は，共通なアクションが存在する決定表をも対象とし，文献 12) を含むものである．さらに，筆者らは和以外に次節に示すように実際に意味ある演算として「積」と「否定」を導入し，各演算の性質を形式的に明らかにするものである．

2.2 決定表同士の積

前節で，決定表同士の和を各々の決定表における実行条件の論理和で定めた．そこで，各々の決定表におけるアクション a の実行条件の「論理積」を実行条件とする決定表を，それらの決定表の「積」と呼ぶことにする．アクション a に関する D1 と D2 のルールが前節の例 1 直後と同様であるとき，D1 と D2 の「積」におけるアクション a に関するルールは「「x が真かつ y が真」のとき a を実行する」である．

［例 3］ 図 2 において T4 と T5 の積は T6 で表される．例えば，T6 の R2 および R3 はアクション［評価＝2］の実行条件を表し，これらは，T4 の R2 および R3 に示されている実行条件と T5 の R2 に示されている実行条件の論理積である． □

［補注］ 各条件の実際の意味を考慮すると［試験≧70］が偽であるとき［試験≧80］はかならず偽である．さらに，［宿題≧10］が偽であるとき［宿題≧20］もまた偽である．したがって，T6 の R4 は「[試験≧70] が偽かつ［宿題≧10］が偽」となる．しかし，

* 記述された決定表の条件およびアクションを［…］と表す．

	R1	R2	R3	R4
試験≧80	Y	N	N	N
試験≧70	—	Y	N	N
宿題≧10	—	—	Y	N
評価＝	1	2		3

T4: decision table

	R1	R2	R3
試験≧80	Y	N	N
宿題≧20	—	Y	N
評価＝	1	2	3

T5: decision table

	R1	R2	R3	R4
試験≧80	Y	N	N	N
試験≧70	—	Y	N	N
宿題≧10	—	—	Y	N
宿題≧20	—	Y	Y	N
評価＝	1	2		3

T6: MEETed decision table

図 2　決定表 (T4, T5) とその積 (T6)
Fig. 2　Decision tables (T4, T5) and their MEET (T6).

本論文では，各条件は一種の文字列として取り扱い，その意味には立ち入らないことにする．これら条件間の関係については 2.5 節で述べる．　□

この積は，幾つかの決定表で表される論理の共通な部分を表す決定表を求める操作に対応し，次の応用が考えられる．例えば，判定条件と判定結果を幾つかの視点から記述した複数の決定表があるとする．それらの決定表の積は，各視点に共通する判定条件を表す決定表となる．このように積を用いて決定表を作成する場合，2.1 節と同様に，各視点の判断を記述した決定表の判定条件が少なくなる．したがって，各視点における判断およびその判断を記述した各々の決定表の検査・検証・変更が容易になるであろう．

2.3　決定表の否定

通常の決定表の解釈とは逆に，各アクションの「実行しない条件」をルールの形で記述したものを，与えられた決定表の「否定」と呼ぶことにする．すなわち，ある決定表 D1 におけるアクション a に関するルールが「x が真であるとき a を実行する」であるとき，D1 の否定は「x が真であるとき a を実行しない」を表す．これは，各ルールはアクション実行の必要十分条件を表すことを明らかにした文献8) より，「x が真でないとき a を実行する」すなわち「「x が偽」のとき a を実行する」と同値である．したがって，決定表の否定は各アクションの実行条件の「否定」をその実行条件とする決定表である．

［例 4］　図 2 に示した T4, T5 の各々の否定 T7, T8 を図 3 に示す．　□

	R1	R2	R3	R4	R5	R6
試験≧80	N	Y	—	Y	—	—
試験≧70	—	—	N	—	Y	—
宿題≧10	—	—	N	—	—	Y
評価＝	1	2		3		

T7: complement of T4

	R1	R2	R3	R4	R5
試験≧80	N	Y	—	Y	—
宿題≧20	—	—	N	—	Y
評価＝	1	2		3	

T8: complement of T5

図 3　決定表の否定
Fig. 3　Complements of T4 and T5.

実行しない条件を決定表の否定により表の形で明らかにすることにより，各アクションの実行条件を逆の立場から検証できる．このことは，元の実行する条件の欠落等誤り発見に有用であると思われる．さらに，次節で示すように否定と和および積を組み合わせることにより種々の検査・検証が可能となる．

2.4　演算の組合せとその応用

これまでに，本論文で定める演算一和，積，否定一が表す意味とその応用について述べた．本節では，決定表の検査・検証に，これらの演算の組合せが応用できることを示す．ここで，形式的には第 4 章で定めるが，次の記法を用いる．

［記法］　二つの決定表 D1, D2 の和および積を，各々 D1 ∨ D2, D1 ∧ D2 と表す．また，決定表 D1 の否定を ¬D1 と表す．　□

これまでに述べた演算を組み合わせることにより，二つの決定表が表す論理の「異なる部分」を求めることができる．

［例 5］　図 4 に T4 ∧ T8 すなわち T4 ∧ (¬T5) を示す．また，これと (¬T4) ∧ T5 との和，すなわち，T4 と T5 の排他的論理和 (T4∧(¬T5))∨((¬T4)∧T5) を T10 として示す．T4 ∧ (¬T5) は，各アクションに対して「T4 では実行するが T5 では実行しない」と記述されている条件を決定表で表現したものとなる．例えば，T4 では［評価＝2］であるが T5 では［評価＝2］ではないと判定する場合が，決定表 T9 の R1 と R2 である．同様に (¬

	R1	R2	R3
試験≧80	N	N	N
試験≧70	Y	—	N
宿題≧10	—	Y	N
宿題≧20	N	N	Y
評価＝	2		3

T9: T4∧(¬T5)

	R1	R2	R3	R4	R5	R6
試験≧80	N	N	N	N	N	N
試験≧70	Y	—	N	N	Y	—
宿題≧10	—	Y	N	N	—	Y
宿題≧20	N	N	Y	Y	N	N
評価＝	2			3		

T10: (T4∧(¬T5))∨((¬T4)∧T5)

図 4 二つの決定表が表す論理の異なる部分の検出
Fig. 4 Examples of combination of operations.

T4)∧T5 は「T4 では実行しないが T5 では実行する」と記述された条件を決定表で表現したものである．したがって，これらの和 T10 は，一方の決定表では実行するが他方では実行しないと記述された条件をルールの形で表現したものである．例えば，T10 の R1, R2, R3 は，T4 と T5 の決定表の間の異なる部分の一つ，すなわち，一方では［評価＝2］であるが他方では［評価＝2］以外を実行する場合を表す． □

［補注］ 例3直後の補注で述べたように，また，2.5 節で述べるように本論文では条件の意味は考慮しない．したがって，T9 の R3 および T10 の R3, R4 のように，［宿題≧10］が偽かつ［宿題≧20］が真なる場合も形式上存在する．また，［評価＝1］に関しては，T4 が［試験≧80］が真，T7 が［試験≧80］が偽であるので，それらの積では「［試験≧80］が真かつ［試験≧80］が偽」となる．これは決して［評価＝1］が実行されることがない[1]ことを示す．この状況は，条件の意味に立ち入ることなしに検出できる．本論文では，このように条件の意味に立ち入ることなしに決して満たされることがないことを検出できるルールは省略して決定表を記述する．したがって，T9 および T10 では，［評価＝1］に関するルールが省略されている． □

上記演算の組合せは各アクションの実行条件の中で，二つの決定表の「異なる部分」を求める演算である．二つの決定表で記述された論理の異なる部分を検出することは，決定表の検査に有用である．例えば，変更前の決定表と変更後の決定表との異なる部分を検出することは，変更点を明らかにすることであり，その変更の検証に有用である．また，別々の人または別々の状況で同一の判断処理を記述した決定表に異なる部分が存在する場合，人や状況によってその判断が異なる部分を含むことやいずれかの決定表に誤りがあることが考えられる．上記の「異なる部分」を求める演算により，どこがどのように違うかを表の形で求めることができる．さらに，プログラムから決定表への変換プログラム[14]を利用し得られた決定表と，その判断論理をそのプログラムの仕様書等から記述した決定表との異なる部分を検出することにより，プログラムの検査に応用できる可能性がある．

本節で示した決定表の異なる部分を求める演算である排他的論理和は，演算の 16 通りある組合せの一つである．他の組合せの応用については，紙数の都合上別の機会に報告したい．

2.5 条件間の論理的関係と決定表の検査

例3直後の補注等で述べたように本論文では決定表中の条件を単に文字列として扱う．したがって，本論文で述べる演算には，条件の意味およびそれらの間の関係が考慮されていない．しかし，それらを考慮した決定表の構成や検査は，決定表の表現する論理の検証に重要である．

決定表中に記述された条件間の関係を考慮した検査法として，文献 15), 16) 等がある．文献 15) には，決定表作成者が決定表を記述する際，その決定表に含まれる条件の関係を一階述語論理で表現し，機械により述語計算しルールの検証を行う方法が述べられている．一方，文献 16) では，条件およびアクションに「線形」なる制限を付した場合における，条件間の関係の自動検出法を示し，それに基づく検査アルゴリズムが示されている．

筆者は文献 15) の「条件間の関係は，決定表作成者が与える」という考えに基づき，条件間の関係を決定表で記述し，その決定表との演算により条件間の関係を考慮した検査法の研究を進めている．これにより，決定表の演算自体には条件の意味等が導入されていないが，本論文で示す演算を用いて条件の意味およびそれらの関係を考慮した構成や検証が可能となると思われる．本論文では，子細は省略する．

3. 決定表の理論モデル

前章で述べた決定表間の演算に関する議論を厳密か

つ形式的に行うために文献1)で定めた形式決定表を用いることにする．

本章では，はじめに文献1)の諸定義のうち以後の議論に必要なもののみ示す．次いで，第4章における議論を簡明にするために形式決定表の標準型を定め，その性質について述べる．

3.1 形式決定表に関する諸定義

はじめに，関係式[8]とアクション[8]の集合を定める．本論文も，文献1)と同様に，これらの集合の各元から構成可能な決定表を議論の対象とする．

[定義1][1)]　(1) $C \triangleq \{c_1, c_2, \cdots, c_N\}$ を関係式の集合*，(2) $\mathcal{A} \triangleq \{a_1, a_2, \cdots, a_M\}$ をアクションの集合とする．　□

条件部[8)]の形式化のために，C の各元から生成される自由ブール代数 X を次のように導入した．

[定義2][1)]　(1) C の各元から生成される自由ブール代数を $X \triangleq \langle X : \overline{\ \ }, +, \cdot \rangle$ とし，任意の元 $x \in X$ に対して $I \triangleq x + \bar{x}$，$O \triangleq x \cdot \bar{x}$ と表す．　□

集合 X は，C の各元をブール変数とするとき，それらから生成されるブール多項式のすべてからなる集合である．形式決定表は次のように定められた．

[定義3][1)]　(1) $R \triangleq X \times \mathcal{A}$ とし，$r \in R$ をルールと呼ぶ．(2) $(x, a) \in R$ をアクション a に関するルールと言い，x をその実行条件と言う**．(3) $t \subseteq R$ なる t を形式決定表と言い，その集合を $T \triangleq \{t \mid t \subseteq R\}$ と表す．(4) 記述された決定表 DT に対応する形式決定表を $f(\mathrm{DT})$ と記す***．　□

[例6][1)]　$C = \{[\mathrm{d}\,1 = 1], [\mathrm{d}\,2 > 5]\}$，$\mathcal{A} = \{[r := 0], [r := 1]\}$ である決定表の例を**図5**に示す．図5のルール R1 は $([\mathrm{d}\,1=1] \cdot [\mathrm{d}\,2>5], [\mathrm{r} := 1])$ であり，この決定表に対応する形式決定表は $\{([\mathrm{d}\,1=1] \cdot [\mathrm{d}\,2>5], [\mathrm{r} := 1]), (\overline{[\mathrm{d}\,1=1]} + \overline{[\mathrm{d}\,2>5]}, [\mathrm{r} := 0])\}$ である．　□

関係式の持つ真と偽の値を各々 true と false に対応付けるとき，各関係式の持つ値の組合せを「環境」と呼び次のように定めた．

	R1	R2	R3
d 1=1	Y	N	—
d 2>5	Y	—	N
do	r :=1	r :=0	

図5　決定表の例
Fig. 5 Example of decision table.

* $A \triangleq B$ は，「A を B と定義する」を表す．
** (2)は，本論文で新たに定義するものである．
*** 記述された決定表 DT と形式決定表との対応は省略する．

[定義4][1)]　(1) $B \triangleq \{\text{true, false}\}$ とし，代数系 $B \triangleq \langle B ; \overline{\ \ }, +, \cdot \rangle$ とする．(2) 写像 $\rho : C \to B$ を環境と言い，環境の集合を $P \triangleq \{\rho \mid \rho : C \to B\}$ と表す．(3) 環境 ρ における $x \in X$ の値 $\rho[x]$ とは，式 x の中の各 C_i を $\rho(C_i)$ に置き換え，B 上の演算を施した結果とする．　□

また，T 上の順序 $\prec$ と関係 $\equiv$ を次のように定めた．

[定義5][1)]　(1) $t \in T$ に対して，

$$t[\rho] \triangleq \{a \mid (x, a) \in t,\ \ \rho[x] = \text{true}\}$$

と定める．(2) $t\,1, t\,2 \in T$ に対して，

$$t\,1 \prec t\,2 \Longleftrightarrow t\,1[\rho] \subseteqq t\,2[\rho],\ \ \forall \rho \in P,$$

$$t\,1 \equiv t\,2 \Longleftrightarrow t\,1 \prec t\,2 \text{ かつ } t\,2 \prec t\,1$$

と定め $t\,1 \equiv t\,2$ のとき $t\,1$ と $t\,2$ は等価であると言う．　□

$t[\rho]$ は，「環境 ρ で実行されるアクション」[1)]の集合であり，順序 $\prec$ は T 上で擬順序，関係 $\equiv$ は同値関係である[1)]．

3.2 形式決定表の標準型

本節では，以後の定義や性質に関する議論を簡潔に記述することを目的とし形式決定表の標準型を定める．

[定義6]　(1) 次の(a)，(b)を満たす形式決定表 $ts \in T$ の集合を Tn とする．

(a)　$(x, a) \in ts,\ \ \forall a \in \mathcal{A}$,

(b)　$(x, a),\ (y, a) \in ts \Longrightarrow x = y$.

(2)　$t \in T$ に対して，$t \equiv tn$ なる $tn \in Tn$ を t の標準型と呼び，$n[t]$ と表す．　□

上記定義は $t \in T$ の標準型として，t と等価であり，(a)ルールとしてすべてのアクションに対する記述があり，かつ，(b)各アクションに対するルールが唯一つである形式決定表と定めるものである．

[例7]　$C = \{C\,1, C\,2\}$，$\mathcal{A} = \{a\,1, a\,2, a\,3\}$，$t = \{(C\,1, a\,1), (\overline{C\,2}, a\,2), (C\,3, a\,2)\}$ とする．このとき，標準型 $n[t]$ は，$n[t] = \{(C\,1, a\,1), (\overline{C\,2} + C\,3, a\,2), (O, a\,3)\}$ である．　□

ここで，標準型に関する基本的性質を示す．

[定理1]　$t \in T$ に対して，$\Psi[t, a] \triangleq +\{x \mid (x, a) \in t\}$ と置くとき*，$n[t] = \{(\Psi[t, a], a) \mid a \in \mathcal{A}\}$ である．

[証明]　$t \in T$ に対して，$t \equiv t \cup \{(O, a)\}$ であり，また，$\{(x, a), (y, a)\} \equiv \{(x + y, a)\}$ であることから証明される．詳細は省略する．　□

[系1]　$t\,1, t\,2 \in T$ とする．このとき，

* $S = \{s\,1, \cdots, sn\}$ とするとき，$+\{x \mid x \in S\} \triangleq s1 + \cdots + sn$ とする．

$t1 \equiv t2 \langle = \rangle n[t1] = n[t2]$

が成り立つ.

［証明］ 定義5および定理1より明らか. □

上記定理1および系1は，任意の形式決定表にはその標準型が存在し，かつ，その標準型は $T/\equiv$ の同値類に唯一つずつ存在することを示している．定義5より，$T/\equiv$ の同じ同値類に属する形式決定表は「集合としては異なるが，関係式の真偽の任意の組合せにおいて各々同じアクションを実行する」という意味で同じ処理を表す形式決定表である．したがって，ある形式決定表に関する議論は，その形式決定表と上記の意味で同じ処理を表す標準型を用いて行うことができよう．また，定義3より形式決定表は，あるアクションに関するルールを含まない場合や複数含む場合があるが，定義6および例7に示したように，標準型は各アクションに対するルールを唯一つ必ず含む．したがって，各種の定義や性質の議論において，上記の場合分けすることなく，それらを簡明かつ統一的に記述し議論できる.

4. 決定表間の演算に関する形式的議論

決定表間の演算の意味について第2章で述べた．本章では，これらの演算を形式決定表を用いて形式的に定め，各演算の性質について述べる．決定表の演算に関する議論は文献12),13) 等に見られるが，演算としての性質等の厳密な議論はなされていない．本論文は，文献2), 3) の詳細な報告であるが，決定表間に演算を形式的に定義し，それらの性質について議論するのは筆者らが最初である.

4.1 決定表間の演算とその意味

本節では，決定表間の演算一和，積，否定一を形式決定表を用いて形式的に定める.

［定義7］ $t1, t2 \in T$ に対して，次のように定める.

（1） $t1 \vee t2 \triangleq$

$$\{(x+y, a) \mid (x, a) \in n[t1],\ (y, a) \in n[t2]\},$$

（2） $t1 \wedge t2 \triangleq$

$$\{(x \cdot y, a) \mid (x, a) \in n[t1],\ (y, a) \in n[t2]\},$$

（3） $\neg t1 \triangleq \{(\bar{x}, a) \mid (x, a) \in n[t1]\}$.

また，$ti \triangleq \{(I, a) \mid a \in \mathcal{A}\}$,

$to \triangleq \{(O, a) \mid a \in \mathcal{A}\}$ と置く. □

［例8］ 簡略化のために，図1における各条件を次のように表す．$C1 \triangleq$[性別＝男], $C2 \triangleq$[年齢$\geqq$15], $C3 \triangleq$[XX>7], $C4 \triangleq$[YY<5] とし，アクション[クラス＝n] を an とする．このとき T1, T2 の各々の形式決定表は $f(\mathrm{T}1) = \{(C1 \cdot \overline{C2}, a1), (C1 \cdot C2 \cdot \overline{C3}, a2), (C1 \cdot C2 \cdot C3, a3)\}$，および $f(\mathrm{T}2) = \{(\overline{C1} \cdot \overline{C2}, a1), (\overline{C1} \cdot C2 \cdot \overline{C4}, a3), (\overline{C1} \cdot C2 \cdot C4, a4)\}$ である．したがって $t3 = f(\mathrm{T}1) \vee f(\mathrm{T}2) = \{(C2, a1), (C1 \cdot C2 \cdot \overline{C3}, a2), (C1 \cdot C2 \cdot C3 + \overline{C1} \cdot C2 \cdot \overline{C4}, a3), (\overline{C1} \cdot C2 \cdot C4, a4)\}$ □

定義7で形式決定表上の演算は次のように定義される．$(x, a) \in n[t1]$, $(y, a) \in n[t2]$ とするとき，$(x+y, a) \in t1 \vee t2$ である．すなわち，$t1$ におけるアクション a の実行条件が x, $t2$ が y であるとき，$t1 \vee t2$ におけるアクション a の実行条件は $x+y$ である．一方，$t1 \wedge t2$ におけるアクション a に関するルールは $(x \cdot y, a)$ であり，アクション a の実行条件は $x \cdot y$ である．また，$(x, a) \in n[t1]$ とするとき $(\bar{x}, a) \in \neg t1$ である．これら$\vee$, $\wedge$, $\neg$ の各演算は，第2章でアクションの実行条件の論理和，論理積，否定により定めた決定表間の和，積，否定と一致するものである.

4.2 演算に関する基本的性質

本節では，決定表間の演算を前節のように定めるときに成り立つ基本的な性質を示す.

第2章において，決定表の和は，ルール集合の集合和であり，これは，各決定表の実行条件の論理和となることを述べた．これらは，次の補題により，形式的に明らかにされる.

［補題1］ $t1, t2 \in T$ とする．このとき，$t1 + t2 \equiv t1 \cup t2$ である．ただし，右辺の演算は集合和とする.

［証明］ 略証を付録Aに示す. □

決定表間の各演算は各アクションの実行条件間の演算で定義されているが，演算と各決定表で実行されるアクションの集合との間には，次に示す集合演算との対応が成り立つ.

［定理2］ $\rho \in P$, $t1, t2 \in T$ とする．このとき，

（1） $(t1 \vee t2)[\rho] = t1[\rho] \cup t2[\rho]$,

（2） $(t1 \wedge t2)[\rho] = t1[\rho] \cap t2[\rho]$,

（3） $(\neg t1)[\rho] = \mathcal{A} - t1[\rho]$

が成り立つ.

［証明］ 付録Bに示す. □

上記定理は，環境ρにおいて，和（積，否定）により求められた決定表が実行するアクションは，各々の決定表で実行するアクションの和集合（共通集合，補集合）であることを示している．本定理により，各演算と実行されるアクションの関係が明確に示された.

さらに，あるアクションを実行する環境と各演算との間の関係を明らかにする．

［定義8］ $t\in T, a\in\mathcal{A}$ に対して，$\Phi[t,a]\triangleq\{\rho|(x,a)\in t,\ \rho[x]=\mathrm{true}\}$ と定める． □

$\Phi[t,a]$ は，決定表 t においてアクション a を実行する環境の集合である．このとき次の性質が成り立つ．

［定理3］ $t1,t2\in T,\ a\in\mathcal{A}$ とするとき，次の(1)～(3)が成り立つ．

(1) $\Phi[t1\vee t2,a]=\Phi[t1,a]\cup\Phi[t2,a]$,

(2) $\Phi[t1\wedge t2,a]=\Phi[t1,a]\cap\Phi[t2,a]$,

(3) $\Phi[\neg t1,a]=P-\Phi[t1,a]$.

［証明］ 付録Cに示す． □

上記定理により，和（積，否定）により求められた決定表においてアクション a を実行する環境は，元の各決定表においてアクション a を実行する環境の和集合(共通集合，補集合)となることが明らかにされた．

また，補題1より順序と演算の間に次の性質が成り立つ．

［補題2］ $t1,t2\in Tn$ とする．このとき，$t1\prec t2\ \langle=\rangle\ t1=t1\wedge t2\ \langle=\rangle\ t2=t1\vee t2$ が成り立つ．

［証明］ 系1および定義7より明らか． □

文献1)の議論において，関係 $\prec$ は T 上では擬順序であることを示したが，系1および上記補題2より，Tn 上では半順序である．

［定理4］ $Tn\triangleq\langle Tn;\neg,\vee,\wedge\rangle$ は，ti を最大元，to を最小元とするブール代数である．

［証明］ Tn の定義より，$k=\sharp\mathcal{A}$ とするとき* Tn は X の k-直積と同型であることより証明される． □

［系2］ 写像 $\lambda:T\to Tn$ を $\lambda(t)\triangleq n[t]$ と定めるとき，λ は自己準同型写像である．

［証明］ 定義6，定理2より証明できる． □

定理4で示したように，$T/\equiv$ は前節で定めた三演算のもとでブール数を形成する．これにより，本論文で定めた決定表間の演算に関する種々の議論にブール代数の様々な性質が利用できる．

本節における形式的議論は，演算の性質を形式的に明らかにしたことのみならず，本章で得られた諸結果は決定表同士の高速演算アルゴリズムや検査アルゴリズムの作成に有用であると思われる．

5. おわりに

本論文では，決定表間の演算に関して，以下の点を議論した．(1)本論文で定める決定表間の演算の実際の意味を明らかにし，その具体的応用を示した．(2)各演算を形式的に定め，各演算の性質について形式的に議論した．

(1)では，本論文で定めた演算が実際に意味ある演算であることを示した．さらに，演算の組合せが決定表の作成・検査に応用できることを示した．(2)では，各演算を形式的に形式決定表上に定め，その基本的性質を明らかにした．その結果，本論文で定めた演算が $T/\equiv$ 上でブール代数を形成することが導かれた．これら演算に関する形式的議論は，演算の応用に関する議論の理論的基礎となるものである．

本論文で示した決定表上の演算は，第2章で示したように決定表の作成・検査等実用面で有用であり，しかも，決定表の形式的議論に対しても種々の応用が考えられる．

今後に残された具体的問題として，決定表の表す論理の形式的議論等がある．

謝辞 本研究の機会と貴重な示唆を賜り，また，本論文の作成にあたり，終始，ご指導，ご支援をいただきました東京電機大学平松啓二教授，守屋慎次助教授に深謝いたします．また，貴重なご指示をいただきました査読者氏に感謝いたします．さらに，日頃，何かと手助けをいただく本学情報システム第一研究室の諸氏に感謝します．

参考文献

1) 斉藤：決定表の形式モデルとその応用，情報処理学会論文誌，投稿中．
2) 斉藤，守屋，平松：デシジョンテーブル間の和と積，情報処理学会19回全国大会，3E-9 (1978).
3) 斉藤，守屋，平松：デシジョンテーブル間の演算の一般化とその意味，情報処理学会20回全国大会，3E-10 (1979).
4) Pollack, S.L., Hicks, H. T., Jr. and Harrison, W. J.: *Decision Tables: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1971).
5) Hurley, R. B.: *Decision Tables in Software Engineering*, Van Nostrand Reinhold, New York (1983).
6) Pooch: Translation of Decision Tables, *ACM, Comput. Surv.*, Vol. 6, No. 5 (1974).
7) King, P. J. H. and Johnson, R. G.: Some Comments on Use of Ambiguous Decision Tables and Their Conversion to Computer Programs, *Comm. ACM*, Vol. 16, No. 5, pp. 287-290 (1973).
8) 守屋：デシジョンテーブルの形式化，情報処理，

* 有限集合 S の元の数を $\sharp S$ と表す．

Vol. 19, No. 5, pp. 398-405 (1978).

9) Yasui, T.: Conversion of Decision Tables into Decision Tree, Ph. D. Thesis, Univ. of Illinois (1972).

10) Lew, A.: On the Emulation of Flowcharts by Decision Tables, *Comm. ACM*, Vol. 25, No. 12, pp. 895-905 (1982).

11) Newman, P. S.: IF-THEN-ELSE, AGAIN, *ACM, SIGPLAN Notice*, Vol. 18, No. 12, pp. 106-111 (1983).

12) Cheng, C. W. and Rabin, J.: Synthesis of Decision Rules, *Comm. ACM*, Vol. 19, No. 7, pp. 404-406 (1976).

13) Srinivasan, B.: On the Synthesis of Decision Tables, *Comm. ACM*, Vol. 26, No. 2, pp. 135-136 (1983).

14) 守屋，平松：デシジョンテーブルによるプログラムの自動ドキュメンテーション，情報処理，Vol. 17, No. 9, pp. 820-827 (1976).

15) King, P. J. H.: The Interpretation of Limited Entry Decision Table Format and Relationships among Conditions, *Comput. J.*, Vol. 4, No. 12, pp. 320-326 (1969).

16) Ibramsha, M. and Rajaraman, V.: Detection of Logical Errors in Decision Table Programs, *Comm. ACM*, Vol. 21, No. 12, pp. 1016-1024 (1978).

付　録　A

［補題1の略証］　定理1および定義7より，任意の $a\in\mathcal{A}$ に対して，$\Psi[n[t1\cup t2],a]=+\{x|(x,a)\in t1\cup t2\}=\Psi[t1,a]+\Psi[t2,a]=\Psi[t1+t2,a]$ である．したがって，$(x,a)\in t1\vee t2\langle=\rangle(x,a)\in n[t1\cup t2]$ であり，$t1\vee t2=n[t1\cup t2]$ である．系1より $t1\vee t2\equiv t1\cup t2$.

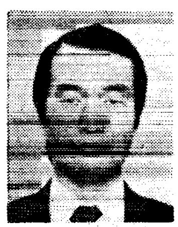
付　録　B

［定理2の証明］（1）$(x,a)\in n[t1],(y,a)\in n[t2]$ とする．ここで，ある $\rho\in P$ に対して $a\in(t1\vee t2)[\rho]$ と仮定すると定義7より $(x+y,a)\in t1\vee t2$ であり $\rho[x+y]=\mathrm{true}$ である．これは，$a\in t1[\rho]$ または $a\in t2[\rho]$ すなわち $a\in t1[\rho]\cup t2[\rho]$ である．逆，および(2)，(3)も同様に証明される．

付　録　C

［定理3の証明］（1）$(x1,a)\in n[t1]$, $(x2,a)\in n[t2]$ と置く．また $tr(x)\triangleq\{\rho|\rho[x]=\mathrm{true},\rho\in P\}$ と置く[1]．定義8より $\Phi[n[t1],a]=tr(x1)$ かつ $\Phi[n[t2],a]=tr(x2)$ であり $\Phi[n[t1]\vee n[t2],a]=tr(x1+x2)$ であり，一方，tr の性質より $tr(x1+x2)=tr(x1)\cup tr(x2)$ であるので，$\Phi[n[t1]\vee n[t2],a]=\Phi[n[t1],a]\cup\Phi[n[t2],a]$ である．また，定義5, 8より，$\Phi[t1,a]=\Phi[n[t1],a]$ であるので，$\Phi[t1\vee t2,a]=\Phi[t1,a]\cup\Phi[t2,a]$．(2)，(3)も同様に証明される．

(昭和59年12月 6 日受付)
(昭和60年10月17日採録)



斉藤　剛

昭和25年生．昭和48年東京電機大学工学部電気通信工学科卒業．昭和51年同大学大学院工学研究科修士課程修了．昭和54年4月より，東京電機大学工学部電気通信工学科助手．言語処理，プログラム等のモデル化等の研究に従事．医用電子工学分野にも興味を持つ．日本ME学会，日本LST学会等会員．

Vol. 27 No. 3　　情報処理学会論文誌　　Mar. 1986

決定表間の演算とその応用†

斉　藤　　剛††

決定表 (decision table) は，判定条件と処理内容を二次元的に表現する手法であり，複雑な条件判定を含む処理を明確に表現する手段として広く利用されている．筆者らは文献 1) で決定表の理論モデルとして「形式決定表」を定義し，従来やや形式的または非形式的に用いられていた諸概念の理論体系への位置付けを行った．さらに，ルール間に成り立つ基本的な性質を示し，決定表同士の等価性について議論した．本論文では，決定表間に，和，積，否定の各演算を定め，各演算が表す意味およびその応用について述べる．さらに，文献 1) で定めた形式決定表を用い，各演算の性質について形式的に議論する．本論文で定めた決定表間の演算は理論面で有用であるばかりか，実用面への応用も種々考えられる．本論文は，文献 2) および 3) の詳細な報告であるが，これら決定表間の演算に関する形式的かつ厳密な議論は筆者らが最初である．さらに，本論文での議論は，決定表の形式的議論における形式決定表の理論面での有用性を示すものであり，また本論文で明らかにされた諸結果は，決定表の検査，決定表が表現する論理等に関する議論に応用できよう．

1. まえがき

判定条件と，それらの判定結果に対する処理内容を二次元的に表現する手法に決定表 (decision table) がある[4)]．決定表は，優れた文書性，書きやすさ等の利点を有し，複雑な条件判定を含む処理を明確に表現する手段として広く利用されている[4),5)]．また，決定表に対する研究面での関心は，最適変換アルゴリズムの開発[6)]，決定表の持つ様々な性質に関する議論[7)]，代数モデルの構築および形式議論[8),9)] 等にある．さらに，新しい分野への応用[10)]および拡張[11)]も試みられている．

筆者らは文献 1) で決定表の理論モデルとして「形式決定表」を定義し，ルール間に成り立つ基本的な性質，および決定表の等価性について議論した．

本論文では，決定表間に和，積，否定の三演算を定め，それらの意味および応用について議論する．第 2 章において，非形式的であるが各演算の実際の意味について述べ，それらの応用を示す．第 3 章では，これらの演算の形式的議論を行うために，文献 1) において定めた形式決定表を導入する．次いで，第 4 章において，第 2 章で述べた各演算を形式決定表の集合上に形式的に定義し，これらの性質について述べる．本論文は文献 2)，3) の詳細な報告であるが，決定表に演算を形式的に定義し，それらの性質について議論するのは筆者らが最初である．

本論文で定めた決定表間の演算を利用することにより，判断過程の部分を記述した決定表や異なる視点により記述された決定表から判断過程全体を表す決定表を構成できる．また，それらの決定表間の共通部分や矛盾の検出等に直接応用でき，実用面における有用性も高いと思われる．

なお，本論文で使用する用語のうち，本論文で定義するもの以外は，文献 1)，4)，8) 等と同じ意味で用いる．

2. 決定表間の演算とその意味

本章では，非形式的ではあるが本論文で定める決定表間の各演算が表す意味とその応用について述べる．これらの形式的議論は第 4 章で行う．

本論文で定める決定表の演算は，決定表同士の「和」および「積」を求める演算と決定表の「否定」を求める演算である．以下に，各演算が実際の決定表においていかなる操作に対応するかを，それらの応用とともに述べる．また，これらの演算の組合せが，直接，決定表の検査に利用できることを示す．

2.1 決定表同士の和

複数の決定表から，各決定表のルールを書き並べることにより構成される一つの決定表を，それらの決定表の「和」と呼ぶことにする．

［例 1］　**図 1** において，決定表 T 1 と決定表 T 2 の和が T 3 である．　□

決定表同士の和を上記のように定めるとき，各アクションの実行条件* は次のようになる．例えば，決定

† Operations on Decision Tables and Their Applications by TSUYOSHI SAITO (Department of Electrical Communication Engineering, Faculty of Engineering, Tokyo Denki University).

†† 東京電機大学工学部電気通信工学科

*「c のとき a を実行する」なるルールにおいて，c をアクション a の実行条件と呼ぶ．形式的には，第 3 章定義 3 で定められる．

	R1	R2	R3
性別＝男	Y	Y	Y
年齢≧15	N	Y	Y
XX>7	—	N	Y
クラス＝	1	2	3

T1: decision table

	R4	R5	R6
性別＝男	N	N	N
年齢≧15	N	Y	Y
YY<5	—	N	Y
クラス＝	1	3	4

T2: decision table

	R1	R4	R2	R3	R5	R6
性別＝男	Y	N	Y	Y	N	N
年齢≧15	N	N	Y	Y	Y	Y
XX>7	—	—	N	Y	—	—
YY<5	—	—	—	—	N	Y
クラス＝	1		2	3		4

T3: JOINed decision table

図 1 決定表(T1, T2)とその和(T3)
Fig. 1 Decision tables (T1, T2) and their JOIN (T3).

表 D1 におけるアクション a に関するルールが「x が真のとき a を実行する」，また，D2 が「y が真のとき a を実行する」とする．このとき，D1 と D2 の和におけるアクション a に関するルールは「「x が真または y が真」のとき a を実行する」となる．すなわち，和の演算を施すことにより求められた決定表におけるアクション a の実行条件は，各々の決定表におけるアクション a の実行条件の「論理和」となる．これらは，4.2 節補題1で形式的に示される．

［例2］ 図1の T3 において [クラス＝1]* の実行条件は T1 の R1 と T2 の R4 の論理和すなわち「[性別＝男] が真かつ [年齢≧15] が偽，または，[性別＝男] が偽かつ [年齢≧15] が偽」である．この条件は単に「[年齢≧15] が偽」である． □

和の演算は，次に示す実用面での応用が考えられる．例えば，図1において，T1 は [性別＝男] の場合を，また T2 は [性別＝男] ではない場合の各々の判断処理を記述したものであり，それらの和により全体の処理を表す決定表 (T3) が構成される．このように，判断処理を幾つかの部分に分割し，その各々を記述した決定表の和を求めることにより処理全体を表す決定表が構成できる．また，和を求める操作は既存の決定表に，決定表の形で記述したルールを追加する操作にも対応する．例えば，図1の T1 に T2 で記述されたルールを追加した決定表が T3 であると考えることができる．

このように決定表の作成に和を用いる場合，直接判断処理全体を一つの決定表で記述した場合に比して，判断処理の各部分が，条件およびルールの数が少ない決定表で記述できる．したがって，各決定表の検査が容易になり，これらの和で表現される判断処理全体の検査・検証も容易になると思われる．また，判断処理の一部分の変更は，その変更箇所を含む決定表のみの変更となり，修正・変更も容易になるであろう．

上記のように，各決定表のルールの集合和から一つの決定表を構成する方法は文献 12) で議論されている．しかし，文献 12) は，ルールの削除と合成の手法について議論されているが，二つの決定表のルールを書き並べ，一つの決定表を構成する手法を示すにとどまっている．また，文献12) では，共通のアクションを含まない決定表同士に対する操作である．筆者らの和は，共通なアクションが存在する決定表をも対象とし，文献 12) を含むものである．さらに，筆者らは和以外に次節に示すように実際に意味ある演算として「積」と「否定」を導入し，各演算の性質を形式的に明らかにするものである．

2.2 決定表同士の積

前節で，決定表同士の和を各々の決定表における実行条件の論理和で定めた．そこで，各々の決定表におけるアクション a の実行条件の「論理積」を実行条件とする決定表を，それらの決定表の「積」と呼ぶことにする．アクション a に関する D1 と D2 のルールが前節の例1直後と同様であるとき，D1 と D2 の「積」におけるアクション a に関するルールは「「x が真かつ y が真」のとき a を実行する」である．

［例3］ 図2において T4 と T5 の積は T6 で表される．例えば，T6 の R2 および R3 はアクション [評価＝2] の実行条件を表し，これらは，T4 の R2 および R3 に示されている実行条件と T5 の R2 に示されている実行条件の論理積である． □

［補注］ 各条件の実際の意味を考慮すると [試験≧70] が偽であるとき [試験≧80] はかならず偽である．さらに，[宿題≧10] が偽であるとき [宿題≧20] もまた偽である．したがって，T6 の R4 は「[試験≧70] が偽かつ [宿題≧10] が偽」となる．しかし，

* 記述された決定表の条件およびアクションを [...] と表す．

	R1	R2	R3	R4
試験≧80	Y	N	N	N
試験≧70	—	Y	N	N
宿題≧10	—	—	Y	N
評価＝	1	2		3

T4: decision table

	R1	R2	R3
試験≧80	Y	N	N
宿題≧20	—	Y	N
評価＝	1	2	3

T5: decision table

	R1	R2	R3	R4
試験≧80	Y	N	N	N
試験≧70	—	Y	N	N
宿題≧10	—	—	Y	N
宿題≧20	—	Y	Y	N
評価＝	1	2		3

T6: MEETed decision table

図 2　決定表(T4, T5)とその積(T6)
Fig. 2 Decision tables (T4, T5) and their MEET (T6).

本論文では，各条件は一種の文字列として取り扱い，その意味には立ち入らないことにする．これら条件間の関係については2.5節で述べる．　□

この積は，幾つかの決定表で表される論理の共通な部分を表す決定表を求める操作に対応し，次の応用が考えられる．例えば，判定条件と判定結果を幾つかの視点から記述した複数の決定表があるとする．それらの決定表の積は，各視点に共通する判定条件を表す決定表となる．このように積を用いて決定表を作成する場合，2.1 節と同様に，各視点の判断を記述した決定表の判定条件が少なくなる．したがって，各視点における判断およびその判断を記述した各々の決定表の検査・検証・変更が容易になるであろう．

2.3 決定表の否定

通常の決定表の解釈とは逆に，各アクションの「実行しない条件」をルールの形で記述したものを，与えられた決定表の「否定」と呼ぶことにする．すなわち，ある決定表 D1 におけるアクション a に関するルールが「x が真であるとき a を実行する」であるとき，D1 の否定は「x が真であるとき a を実行しない」を表す．これは，各ルールはアクション実行の必要十分条件を表すことを明らかにした文献8) より，「x が真でないとき a を実行する」すなわち「「x が偽」のとき a を実行する」と同値である．したがって，決定表の否定は各アクションの実行条件の「否定」をその実行条件とする決定表である．

［例4］ 図2に示した T4, T5 の各々の否定 T7, T8 を図3に示す．　□

	R1	R2	R3	R4	R5	R6
試験≧80	N	Y	—	Y	—	—
試験≧70	—	—	N	—	Y	—
宿題≧10	—	—	N	—	—	Y
評価＝	1	2		3		

T7: complement of T4

	R1	R2	R3	R4	R5
試験≧80	N	Y	—	Y	—
宿題≧20	—	—	N	—	Y
評価＝	1	2		3	

T8: complement of T5

図 3　決定表の否定
Fig. 3 Complements of T4 and T5.

実行しない条件を決定表の否定により表の形で明らかにすることにより，各アクションの実行条件を逆の立場から検証できる．このことは，元の実行する条件の欠落等誤り発見に有用であると思われる．さらに，次節で示すように否定と和および積を組み合わせることにより種々の検査・検証が可能となる．

2.4 演算の組合せとその応用

これまでに，本論文で定める演算―和，積，否定―が表す意味とその応用について述べた．本節では，決定表の検査・検証に，これらの演算の組合せが応用できることを示す．ここで，形式的には第4章で定めるが，次の記法を用いる．

［記法］ 二つの決定表 D1, D2 の和および積を，各々 $D1 \vee D2$, $D1 \wedge D2$ と表す．また，決定表 D1 の否定を $\neg D1$ と表す．　□

これまでに述べた演算を組み合わせることにより，二つの決定表が表す論理の「異なる部分」を求めることができる．

［例5］ 図4に $T4 \wedge T8$ すなわち $T4 \wedge (\neg T5)$ を示す．また，これと $(\neg T4) \wedge T5$ との和，すなわち，T4 と T5 の排他的論理和 $(T4 \wedge (\neg T5)) \vee ((\neg T4) \wedge T5)$ を T10 として示す．$T4 \wedge (\neg T5)$ は，各アクションに対して「T4 では実行するが T5 では実行しない」と記述されている条件を決定表で表現したものとなる．例えば，T4 では［評価=2］であるが T5 では［評価=2］ではないと判定する場合が，決定表 T9 の R1 と R2 である．同様に (¬

	R1	R2	R3
試験≧80	N	N	N
試験≧70	Y	—	N
宿題≧10	—	Y	N
宿題≧20	N	N	Y
評価＝	2		3

T9: T4∧(¬T5)

	R1	R2	R3	R4	R5	R6
試験≧80	N	N	N	N	N	N
試験≧70	Y	—	N	N	Y	—
宿題≧10	—	Y	N	N	—	Y
宿題≧20	N	N	Y	Y	N	N
評価＝	2			3		

T10: (T4∧(¬T5))∨((¬T4)∧T5)

図 4 二つの決定表が表す論理の異なる部分の検出
Fig. 4 Examples of combination of operations.

T 4) ∧ T 5 は「T 4 では実行しないが T 5 では実行する」と記述された条件を決定表で表現したものである．したがって，これらの和 T 10 は，一方の決定表では実行するが他方では実行しないと記述された条件をルールの形で表現したものである．例えば，T 10 の R 1, R 2, R 3 は，T 4 と T 5 の決定表の間の異なる部分の一つ，すなわち，一方では［評価＝2］であるが他方では［評価＝2］以外を実行する場合を表す． □

［補注］ 例 3 直後の補注で述べたように，また，2.5 節で述べるように本論文では条件の意味は考慮しない．したがって，T 9 の R 3 および T 10 の R 3, R 4 のように，［宿題≧10］が偽かつ［宿題≧20］が真なる場合も形式上存在する．また，［評価＝1］に関しては，T 4 が［試験≧80］が真，T 7 が［試験≧80］が偽であるので，それらの積では「［試験≧80］が真かつ［試験≧80］が偽」となる．これは決して［評価＝1］が実行されることがない[1]ことを示す．この状況は，条件の意味に立ち入ることなしに検出できる．本論文では，このように条件の意味に立ち入ることなしに決して満たされることがないことを検出できるルールは省略して決定表を記述する．したがって，T 9 および T 10 では，［評価＝1］に関するルールが省略されている． □

上記演算の組合せは各アクションの実行条件の中で，二つの決定表の「異なる部分」を求める演算である．二つの決定表で記述された論理の異なる部分を検出することは，決定表の検査に有用である．例えば，変更前の決定表と変更後の決定表との異なる部分を検出することは，変更点を明らかにすることであり，その変更の検証に有用である．また，別々の人または別々の状況で同一の判断処理を記述した決定表に異なる部分が存在する場合，人や状況によってその判断が異なる部分を含むことやいずれかの決定表に誤りがあることが考えられる．上記の「異なる部分」を求める演算により，どこがどのように違うかを表の形で求めることができる．さらに，プログラムから決定表への変換プログラム[14]を利用し得られた決定表と，その判断論理をそのプログラムの仕様書等から記述した決定表との異なる部分を検出することにより，プログラムの検査に応用できる可能性がある．

本節で示した決定表の異なる部分を求める演算である排他的論理和は，演算の 16 通りある組合せの一つである．他の組合せの応用については，紙数の都合上別の機会に報告したい．

2.5 条件間の論理的関係と決定表の検査

例 3 直後の補注等で述べたように本論文では決定表中の条件を単に文字列として扱う．したがって，本論文で述べる演算には，条件の意味およびそれらの間の関係が考慮されていない．しかし，それらを考慮した決定表の構成や検査は，決定表の表現する論理の検証に重要である．

決定表中に記述された条件間の関係を考慮した検査法として，文献 15), 16) 等がある．文献 15) には，決定表作成者が決定表を記述する際，その決定表に含まれる条件の関係を一階述語論理で表現し，機械により述語計算しルールの検証を行う方法が述べられている．一方，文献 16) では，条件およびアクションに「線形」なる制限を付した場合における，条件間の関係の自動検出法を示し，それに基づく検査アルゴリズムが示されている．

筆者は文献 15) の「条件間の関係は，決定表作成者が与える」という考えに基づき，条件間の関係を決定表で記述し，その決定表との演算により条件間の関係を考慮した検査法の研究を進めている．これにより，決定表の演算自体には条件の意味等が導入されていないが，本論文で示す演算を用いて条件の意味およびそれらの関係を考慮した構成や検証が可能となると思われる．本論文では，子細は省略する．

3. 決定表の理論モデル

前章で述べた決定表間の演算に関する議論を厳密か

つ形式的に行うために文献1)で定めた形式決定表を用いることにする．

本章では，はじめに文献1)の諸定義のうち以後の議論に必要なもののみ示す．次いで，第4章における議論を簡明にするために形式決定表の標準型を定め，その性質について述べる．

3.1 形式決定表に関する諸定義

はじめに，関係式[8]とアクション[8]の集合を定める．本論文も，文献1)と同様に，これらの集合の各元から構成可能な決定表を議論の対象とする．

［定義1］[1] （1）$C \triangleq \{c_1, c_2, \cdots, c_N\}$ を関係式の集合*，（2）$\mathcal{A} \triangleq \{a_1, a_2, \cdots, a_M\}$ をアクションの集合とする． □

条件部[8]の形式化のために，C の各元から生成される自由ブール代数 X を次のように導入した．

［定義2］[1] （1）C の各元から生成される自由ブール代数を $X \triangleq \langle X: \overline{\ \ }, +, \cdot \rangle$ とし，任意の元 $x \in X$ に対して $I \triangleq x+\bar{x}$, $O \triangleq x \cdot \bar{x}$ と表す． □

集合 X は，C の各元をブール変数とするとき，それらから生成されるブール多項式のすべてからなる集合である．形式決定表は次のように定められた．

［定義3］[1] （1）$R \triangleq X \times \mathcal{A}$ とし，$r \in R$ をルールと呼ぶ．（2）$(x, a) \in R$ をアクション a に関するルールと言い，x をその実行条件と言う**．（3）$t \subseteq R$ なる t を形式決定表と言い，その集合を $T \triangleq \{t | t \subseteq R\}$ と表す．（4）記述された決定表 DT に対応する形式決定表を f(DT) と記す***． □

［例6］[1] $C = \{[\mathrm{d}1=1], [\mathrm{d}2>5]\}$, $\mathcal{A} = \{[r:=0], [r:=1]\}$ である決定表の例を**図5**に示す．図5のルール R1 は $([\mathrm{d}1=1] \cdot [\mathrm{d}2>5], [\mathrm{r}:=1])$ であり，この決定表に対応する形式決定表は $\{([\mathrm{d}1=1] \cdot [\mathrm{d}2>5], [\mathrm{r}:=1]), (\overline{[\mathrm{d}1=1]}+\overline{[\mathrm{d}2>5]}, [\mathrm{r}:=0])\}$ である． □

関係式の持つ真と偽の値を各々 true と false に対応付けるとき，各関係式の持つ値の組合せを「環境」と呼び次のように定めた．

	R1	R2	R3
d1=1	Y	N	—
d2>5	Y	—	N
do	r:=1	r:=0	

図5 決定表の例
Fig. 5 Example of decision table.

［定義4］[1] （1）$B \triangleq \{\text{true, false}\}$ とし，代数系 $B \triangleq \langle B; \overline{\ \ }, +, \cdot \rangle$ とする．（2）写像 $\rho: C \to B$ を環境と言い，環境の集合を $P \triangleq \{\rho | \rho: C \to B\}$ と表す．（3）環境 ρ における $x \in X$ の値 $\rho[x]$ とは，式 x の中の各 C_i を $\rho(C_i)$ に置き換え，B 上の演算を施した結果とする． □

また，T 上の順序 $\prec$ と関係 $\equiv$ を次のように定めた．

［定義5］[1] （1）$t \in T$ に対して，

$$t[\rho] \triangleq \{a | (x, a) \in t,\ \ \rho[x] = \text{true}\}$$

と定める．（2）$t1, t2 \in T$ に対して，

$$t1 \prec t2 \langle = \rangle t1[\rho] \subseteqq t2[\rho],\ \ \forall \rho \in P,$$

$$t1 \equiv t2 \langle = \rangle t1 \prec t2 \text{ かつ } t2 \prec t1$$

と定め $t1 \equiv t2$ のとき $t1$ と $t2$ は等価であると言う． □

$t[\rho]$ は，「環境 ρ で実行されるアクション」[1]の集合であり，順序 $\prec$ は T 上で擬順序，関係 $\equiv$ は同値関係である[1]．

3.2 形式決定表の標準型

本節では，以後の定義や性質に関する議論を簡潔に記述することを目的とし形式決定表の標準型を定める．

［定義6］ （1）次の（a），（b）を満たす形式決定表 $ts \in T$ の集合を Tn とする．

（a） $(x, a) \in ts,\ \ \forall a \in \mathcal{A}$,

（b） $(x, a), (y, a) \in ts => x = y$.

（2） $t \in T$ に対して，$t \equiv tn$ なる $tn \in Tn$ を t の標準型と呼び，$n[t]$ と表す． □

上記定義は $t \in T$ の標準型として，t と等価であり，（a）ルールとしてすべてのアクションに対する記述があり，かつ，（b）各アクションに対するルールが唯一つである形式決定表と定めるものである．

［例7］ $C = \{C1, C2\}$, $\mathcal{A} = \{a1, a2, a3\}$, $t = \{(C1, a1), (\overline{C2}, a2), (C3, a2)\}$ とする．このとき，標準型 $n[t]$ は，$n[t] = \{(C1, a1), (\overline{C2}+C3, a2), (O, a3)\}$ である． □

ここで，標準型に関する基本的性質を示す．

［定理1］ $t \in T$ に対して，$\Psi[t, a] \triangleq +\{x | (x, a) \in t\}$ と置くとき*，$n[t] = \{(\Psi[t, a], a) | a \in \mathcal{A}\}$ である．

［証明］ $t \in T$ に対して，$t \equiv t \cup \{(O, a)\}$ であり，また，$\{(x, a), (y, a)\} \equiv \{(x+y, a)\}$ であることから証明される．詳細は省略する． □

［系1］ $t1, t2 \in T$ とする．このとき，

---

* $A \triangleq B$ は，「A を B と定義する」を表す．

** （2）は，本論文で新たに定義するものである．

*** 記述された決定表 DT と形式決定表との対応は省略する．

* $S = \{s1, \cdots, sn\}$ とするとき，$+\{x | x \in S\} \triangleq s1 + \cdots + sn$ とする．

$t1 \equiv t2 \langle = \rangle n[t1]=n[t2]$

が成り立つ.

[証明] 定義5および定理1より明らか. □

上記定理1および系1は，任意の形式決定表にはその標準型が存在し，かつ，その標準型は $T/\equiv$ の同値類に唯一つずつ存在することを示している．定義5より，$T/\equiv$ の同じ同値類に属する形式決定表は「集合としては異なるが，関係式の真偽の任意の組合せにおいて各々同じアクションを実行する」という意味で同じ処理を表す形式決定表である．したがって，ある形式決定表に関する議論は，その形式決定表と上記の意味で同じ処理を表す標準型を用いて行うことができよう．また，定義3より形式決定表は，あるアクションに関するルールを含まない場合や複数含む場合があるが，定義6および例7に示したように，標準型は各アクションに対するルールを唯一つ必ず含む．したがって，各種の定義や性質の議論において，上記の場合分けすることなく，それらを簡明かつ統一的に記述し議論できる.

4. 決定表間の演算に関する形式的議論

決定表間の演算の意味について第2章で述べた．本章では，これらの演算を形式決定表を用いて形式的に定め，各演算の性質について述べる．決定表の演算に関する議論は文献12),13) 等に見られるが，演算としての性質等の厳密な議論はなされていない．本論文は，文献2), 3) の詳細な報告であるが，決定表間に演算を形式的に定義し，それらの性質について議論するのは筆者らが最初である.

4.1 決定表間の演算とその意味

本節では，決定表間の演算一和，積，否定一を形式決定表を用いて形式的に定める.

[定義7] $t1, t2 \in T$ に対して，次のように定める.

(1) $t1 \vee t2 \triangleq$
$\{(x+y, a) \mid (x, a) \in n[t1],\ (y, a) \in n[t2]\}$,

(2) $t1 \wedge t2 \triangleq$
$\{(x \cdot y, a) \mid (x, a) \in n[t1],\ (y, a) \in n[t2]\}$,

(3) $\neg t1 \triangleq \{(\bar{x}, a) \mid (x, a) \in n[t1]\}$.

また，$ti \triangleq \{(I, a) \mid a \in \mathcal{A}\}$,

$to \triangleq \{(O, a) \mid a \in \mathcal{A}\}$ と置く. □

[例8] 簡略化のために，図1における各条件を次のように表す．$C1 \triangleq$[性別=男]，$C2 \triangleq$[年齢$\geqq$15]，$C3 \triangleq$[XX>7]，$C4 \triangleq$[YY<5] とし，アクション [クラス=n] を an とする．このとき T1, T2 の各々の形式決定表は $f(\mathrm{T}1)=\{(C1 \cdot \overline{C2}, a1), (C1 \cdot C2 \cdot \overline{C3}, a2), (C1 \cdot C2 \cdot C3, a3)\}$，および $f(\mathrm{T}2)=\{(\overline{C1} \cdot \overline{C2}, a1), (\overline{C1} \cdot C2 \cdot \overline{C4}, a3), (\overline{C1} \cdot C2 \cdot C4, a4)\}$ である．したがって $t3=f(\mathrm{T}1) \vee f(\mathrm{T}2)=\{(C2, a1), (C1 \cdot C2 \cdot \overline{C3}, a2), (C1 \cdot C2 \cdot C3+\overline{C1} \cdot C2 \cdot \overline{C4}, a3), (\overline{C1} \cdot C2 \cdot C4, a4)\}$ □

定義7で形式決定表上の演算は次のように定義される．$(x, a) \in n[t1]$，$(y, a) \in n[t2]$ とするとき，$(x+y, a) \in t1 \vee t2$ である．すなわち，$t1$ におけるアクション a の実行条件が x，$t2$ が y であるとき，$t1 \vee t2$ におけるアクション a の実行条件は $x+y$ である．一方，$t1 \wedge t2$ におけるアクション a に関するルールは $(x \cdot y, a)$ であり，アクション a の実行条件は $x \cdot y$ である．また，$(x, a) \in n[t1]$ とするとき $(\bar{x}, a) \in \neg t1$ である．これら$\vee$, $\wedge$, $\neg$ の各演算は，第2章でアクションの実行条件の論理和，論理積，否定により定めた決定表間の和，積，否定と一致するものである.

4.2 演算に関する基本的性質

本節では，決定表間の演算を前節のように定めるときに成り立つ基本的な性質を示す.

第2章において，決定表の和は，ルール集合の集合和であり，これは，各決定表の実行条件の論理和となることを述べた．これらは，次の補題により，形式的に明らかにされる.

[補題1] $t1, t2 \in T$ とする．このとき，$t1+t2 \equiv t1 \cup t2$ である．ただし，右辺の演算は集合和とする.

[証明] 略証を付録Aに示す. □

決定表間の各演算は各アクションの実行条件間の演算で定義されているが，演算と各決定表で実行されるアクションの集合との間には，次に示す集合演算との対応が成り立つ.

[定理2] $\rho \in P$, $t1, t2 \in T$ とする．このとき，

(1) $(t1 \vee t2)[\rho]=t1[\rho] \cup t2[\rho]$,

(2) $(t1 \wedge t2)[\rho]=t1[\rho] \cap t2[\rho]$,

(3) $(\neg t1)[\rho]=\mathcal{A}-t1[\rho]$

が成り立つ.

[証明] 付録Bに示す. □

上記定理は，環境ρにおいて，和（積，否定）により求められた決定表が実行するアクションは，各々の決定表で実行するアクションの和集合（共通集合，補集合）であることを示している．本定理により，各演算と実行されるアクションの関係が明確に示された.

さらに，あるアクションを実行する環境と各演算との間の関係を明らかにする．

［定義8］ $t\in T, a\in\mathcal{A}$ に対して，$\Phi[t,a]\triangleq\{\rho|(x,a)\in t,\ \rho[x]=\text{true}\}$ と定める．　□

$\Phi[t,a]$ は，決定表 t においてアクション a を実行する環境の集合である．このとき次の性質が成り立つ．

［定理3］ $t1, t2\in T,\ a\in\mathcal{A}$ とするとき，次の(1)～(3)が成り立つ．

(1)　$\Phi[t1\vee t2, a]=\Phi[t1,a]\cup\Phi[t2,a]$,

(2)　$\Phi[t1\wedge t2, a]=\Phi[t1,a]\cap\Phi[t2,a]$,

(3)　$\Phi[\neg t1, a]=P-\Phi[t1,a]$.

［証明］ 付録Cに示す．　□

上記定理により，和（積，否定）により求められた決定表においてアクション a を実行する環境は，元の各決定表においてアクション a を実行する環境の和集合(共通集合，補集合)となることが明らかにされた．

また，補題1より順序と演算の間に次の性質が成り立つ．

［補題2］ $t1, t2\in Tn$ とする．このとき，$t1\prec t2\ \langle=\rangle\ t1=t1\wedge t2\ \langle=\rangle\ t2=t1\vee t2$ が成り立つ．

［証明］ 系1および定義7より明らか．　□

文献1)の議論において，関係 $\prec$ は T 上では擬順序であることを示したが，系1および上記補題2より，Tn 上では半順序である．

［定理4］ $Tn\triangleq\langle Tn;\neg,\vee,\wedge\rangle$ は，ti を最大元，to を最小元とするブール代数である．

［証明］ Tn の定義より，$k=\sharp\mathcal{A}$ とするとき* Tn は X の k-直積と同型であることより証明される．□

［系2］ 写像 $\lambda:T\rightarrow Tn$ を $\lambda(t)\triangleq n[t]$ と定めるとき，λ は自己準同型写像である．

［証明］ 定義6，定理2より証明できる．　□

定理4で示したように，$T/\equiv$ は前節で定めた三演算のもとでブール数を形成する．これにより，本論文で定めた決定表間の演算に関する種々の議論にブール代数の様々な性質が利用できる．

本節における形式的議論は，演算の性質を形式的に明らかにしたことのみならず，本章で得られた諸結果は決定表同士の高速演算アルゴリズムや検査アルゴリズムの作成に有用であると思われる．

5. おわりに

本論文では，決定表間の演算に関して，以下の点を議論した．(1)本論文で定める決定表間の演算の実際の意味を明らかにし，その具体的応用を示した．(2)各演算を形式的に定め，各演算の性質について形式的に議論した．

(1)では，本論文で定めた演算が実際に意味ある演算であることを示した．さらに，演算の組合せが決定表の作成・検査に応用できることを示した．(2)では，各演算を形式的に形式決定表上に定め，その基本的性質を明らかにした．その結果，本論文で定めた演算が $T/\equiv$ 上でブール代数を形成することが導かれた．これら演算に関する形式的議論は，演算の応用に関する議論の理論的基礎となるものである．

本論文で示した決定表上の演算は，第2章で示したように決定表の作成・検査等実用面で有用であり，しかも，決定表の形式的議論に対しても種々の応用が考えられる．

今後に残された具体的問題として，決定表の表す論理の形式的議論等がある．

謝辞　本研究の機会と貴重な示唆を賜り，また，本論文の作成にあたり，終始，ご指導，ご支援をいただきました東京電機大学平松啓二教授，守屋慎次助教授に深謝いたします．また，貴重なご指示をいただきました査読者氏に感謝いたします．さらに，日頃，何かと手助けをいただく本学情報システム第一研究室の諸氏に感謝します．

* 有限集合 S の元の数を $\sharp S$ と表す．

参考文献

1) 斉藤：決定表の形式モデルとその応用，情報処理学会論文誌，投稿中．
2) 斉藤，守屋，平松：デシジョンテーブル間の和と積，情報処理学会19回全国大会，3E-9 (1978).
3) 斉藤，守屋，平松：デシジョンテーブル間の演算の一般化とその意味，情報処理学会20回全国大会，3E-10 (1979).
4) Pollack, S.L., Hicks, H.T., Jr. and Harrison, W.J.: *Decision Tables: Theory and Practice*, John Wiley & Sons, Inc., New York (1971).
5) Hurley, R.B.: *Decision Tables in Software Engineering*, Van Nostrand Reinhold, New York (1983).
6) Pooch: Translation of Decision Tables, *ACM, Comput. Surv.*, Vol. 6, No. 5 (1974).
7) King, P.J.H. and Johnson, R.G.: Some Comments on Use of Ambiguous Decision Tables and Their Conversion to Computer Programs, *Comm. ACM*, Vol. 16, No. 5, pp. 287-290 (1973).
8) 守屋：デシジョンテーブルの形式化，情報処理，

Vol. 19, No. 5, pp. 398-405 (1978).

9) Yasui, T.: Conversion of Decision Tables into Decision Tree, Ph. D. Thesis, Univ. of Illinois (1972).

10) Lew, A.: On the Emulation of Flowcharts by Decision Tables, *Comm. ACM*, Vol. 25, No. 12, pp. 895-905 (1982).

11) Newman, P. S.: IF-THEN-ELSE, AGAIN, *ACM, SIGPLAN Notice*, Vol. 18, No. 12, pp. 106-111 (1983).

12) Cheng, C. W. and Rabin, J.: Synthesis of Decision Rules, *Comm. ACM*, Vol. 19, No. 7, pp. 404-406 (1976).

13) Srinivasan, B.: On the Synthesis of Decision Tables, *Comm. ACM*, Vol. 26, No. 2, pp. 135-136 (1983).

14) 守屋，平松：デシジョンテーブルによるプログラムの自動ドキュメンテーション，情報処理, Vol. 17, No. 9, pp. 820-827 (1976).

15) King, P. J. H.: The Interpretation of Limited Entry Decision Table Format and Relationships among Conditions, *Comput. J.*, Vol. 4, No. 12, pp. 320-326 (1969).

16) Ibramsha, M. and Rajaraman, V.: Detection of Logical Errors in Decision Table Programs, *Comm. ACM*, Vol. 21, No. 12, pp. 1016-1024 (1978).

付　録　A

[補題1の略証]　定理1および定義7より，任意の $a\in\mathcal{A}$ に対して，$\Psi[n[t1\cup t2],a]=+\{x|(x,a)\in t1\cup t2\}=\Psi[t1,a]+\Psi[t2,a]=\Psi[t1+t2,a]$ である．したがって，$(x,a)\in t1\vee t2 \langle=\rangle (x,a)\in n[t1\cup t2]$ であり，$t1\vee t2=n[t1\cup t2]$ である．系1より $t1\vee t2\equiv t1\cup t2$.

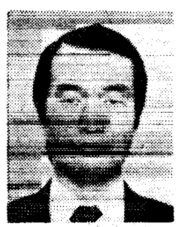
付　録　B

[定理2の証明]　(1) $(x,a)\in n[t1],(y,a)\in n[t2]$ とする．ここで，ある $\rho\in P$ に対して $a\in(t1\vee t2)[\rho]$ と仮定すると定義7より $(x+y,a)\in t1\vee t2$ であり $\rho[x+y]=\text{true}$ である．これは，$a\in t1[\rho]$ または $a\in t2[\rho]$ すなわち $a\in t1[\rho]\cup t2[\rho]$ である．逆，および(2)，(3)も同様に証明される．

付　録　C

[定理3の証明]　(1) $(x1,a)\in n[t1]$, $(x2,a)\in n[t2]$ と置く．また $tr(x)\triangleq\{\rho|\rho[x]=\text{true},\rho\in P\}$ と置く[1]．定義8より $\Phi[n[t1],a]=tr(x1)$ かつ $\Phi[n[t2],a]=tr(x2)$ であり $\Phi[n[t1]\vee n[t2],a]=tr(x1+x2)$ であり，一方，tr の性質より $tr(x1+x2)=tr(x1)\cup tr(x2)$ であるので，$\Phi[n[t1]\vee n[t2],a]=\Phi[n[t1],a]\cup\Phi[n[t2],a]$ である．また，定義5，8より，$\Phi[t1,a]=\Phi[n[t1],a]$ であるので，$\Phi[t1\vee t2,a]=\Phi[t1,a]\cup\Phi[t2,a]$．(2)，(3)も同様に証明される．

(昭和59年12月6日受付)
(昭和60年10月17日採録)



斉藤　剛

昭和25年生．昭和48年東京電機大学工学部電気通信工学科卒業．昭和51年同大学大学院工学研究科修士課程修了．昭和54年4月より，東京電機大学工学部電気通信工学科助手．言語処理，プログラム等のモデル化等の研究に従事．医用電子工学分野にも興味を持つ．日本ME学会，日本LST学会等会員．