

H_002

スモール・ワールド・ニューラル・ネットワーク(SWNN)の連想記憶としての評価

Evaluation as associative storage of Small World Neural Networks(SWNN)

大 尚紀† 森 秀樹† 上原 稔†
Naoki Oguchi Hideki Mori Minoru Uehara

1. まえがき

過去ニューラルネットワークにおいて学習則や、ニューロンモデルについての研究は多数なされてきた。しかしニューラルネットワークの構造とその構造が与える影響についての研究は少なかった。ホップフィールドネットワーク(HF)は元来、完全連結な構造をもつニューラルネットワークである。一方、実際の脳内部のニューロンは完全連結ではない。脳内部のニューロンは物理的制約から完全連結を果たしていないだけで完全連結の方が性能はいいように思われる。実際、HFを連想記憶として用いた場合ニューロンがつながっているエッジの本数を減らすと、記憶容量はおおむねそれに比例して減少する。しかし、エッジの40%程度を無造作に切っても過度の過重をしなければHFは問題なく記憶、想起を行う。つまり、非完全連結構造が性能的に完全連結より優れているならば、削除率が記憶容量に影響しない範囲で非完全連結構造は有効であると言える。そこで我々はスモール・ワールド・ニューラル・ネットワーク(SWNN)を検討した。SWNNは構造決定の際にスモールワールドの概念を取り入れたHFであり、これにより完全連結と非完全連結な構造の性能比較だけでなく非完全連結な構造の中でもregular(規則的), small world, random(不規則), 3つの構造の性能比較が可能になる。本稿では実験Iにおいて、HFとSWNNを連想記憶として用い、想起精度に注目し性能比較を行った。実験IIではSWNNの想起精度にスモールワールドの特徴量である平均頂点間距離 L 、クラスタリング係数 C がどのような影響を与えるか調べた。

2. 関連研究

2.1 スモールワールド

スモールワールドは近年計算機科学の分野で急速に注目を集めるようになったグラフ構造である。その構造はregularなグラフでもrandomなグラフでもなくその中間に位置するグラフである。自然界や人工物、社会におけるさまざまなネットワークにおいてスモールワールド構造が見られる[1]。スモールワールドにおける2つの特徴量は以下である。

- L (characteristic path length) 平均頂点間距離:
グラフ中のすべてのノードの組についての最短パスの長さの平均。
- C (clustering coefficient) クラスタリング係数:
グラフ中のノード v が k_v 個のノードと隣接していると

き、 $k_v C_2 = k_v(k_v - 1)/2$ 個のノード間に存在する k_v 本のエッジに対して、実際に存在するエッジの割合を C_v とする。すべてのノード v について C_v の平均をとったものが C 。

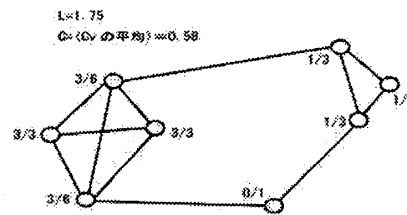


図1 グラフにおける L 及び C の例

ノード数、エッジ数が一定である場合、 C が大きいグラフでは L は大きくなる傾向がある。また、 C が小さいランダムなグラフでは L は小さい。 L が小さいにも関わらず C の大きなグラフが存在する。それがスモールワールドである[1]。

2.2 β モデル

β モデル(図2)はスモールワールドのモデルの一つである。 β モデルのグラフ構成は各頂点が片側に a ずつつながっている1次元格子から始まる。以下のアルゴリズムに従って、格子の辺を確率 β で無作為につなぎかえる。

1. 頂点 i を、円周上の隣接頂点同士を時計回りにつなぎ、辺 $(i, i+1)$ にそって順番に選ぶ。
2. 一様乱数 γ を生成する。もし、 $\gamma \geq \beta$ ならば辺 $(i, i+1)$ に変更を加えない。 $\gamma < \beta$ であるときには辺 $(i, i+1)$ をいったん取り除き、グラフ全体から頂点 j をランダムに選び、 i から j に辺をつなぎ替える。ただし、自分自身につないだり、他の辺と重複してつなぐことはさける。
3. すべての頂点について一通りつなぎ替えを試みたら、第2ラウンドとして次に近い頂点(つまり $i, i+2$ とを結んでいる辺)についてつなぎ替えを試みる。さらにこれを、すべての辺についてつなぎ替えが試みられるまで、 $\approx k/2$ ラウンド繰り返す。

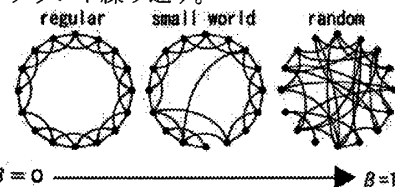


図2 ノード(点)の数を $n=16, a=2$ とした β モデルの例
 $\beta=0$ のときはregularな一次元格子、 $\beta=1.0$ のときはrandom構造が出来上がるこの中間の値では、 C が大きく L が小さいsmall worldが得られる。

†東洋大学大学院工学研究科情報システム専攻
Graduate School of Engineering, Toyo University
Dept. of Open Information Systems

3. スモール・ワールド・ニューラル・ネットワーク

SWNN は構造決定の際に β モデルのアルゴリズムを用いたホップフィールドネットワークである。結合係数の求め方、計算方法は通常の HF と同様である。重みの値は対称であり、あるノードから他のノードへの結合重みは両方向同じである。しかし、 β モデルによって構造を決定した際、接続関係のないニューロン間の結合係数は 0 になる。SWNN は計算途中で構造を動的に変化させるわけではなく、 $a=8$ の場合完全連結な構造となり、通常の HF となる。

4. 実験 I

4×4 マトリクスを用いて通常の HF と SWNN の連想記憶の想起精度について比較検討する。SWNN を $a=6$ とし、通常の HF と比べエッジを 25% 削除したことに相当する。つまり、記憶容量には影響を与えない範囲の削除率である。まず、HF と SWNN に 3 つのマトリクスパターンを記憶させた。記憶させた 3 つのパターンを図 3 に示す。それぞれのパターン間のハミング距離は 11 となっている。これは 4×4 マトリクス上で 3 パターンがとれる距離の最大である。そして、 $2^6=65536$ 個ある初期パターンからパターン 1、2、3 を連想したパターンの集合をそれぞれ、 $\alpha 1$ 、 $\alpha 2$ 、 $\alpha 3$ とする。次に $\alpha 1$ 、 $\alpha 2$ 、 $\alpha 3$ それぞれの初期パターンとパターン 1、2、3 のハミング距離を求める。その時の頻度分布が図 4 である。

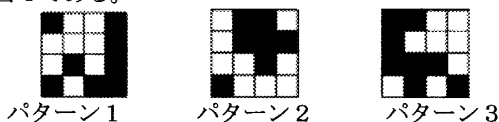


図 3 HF に記憶させた 3 パターン

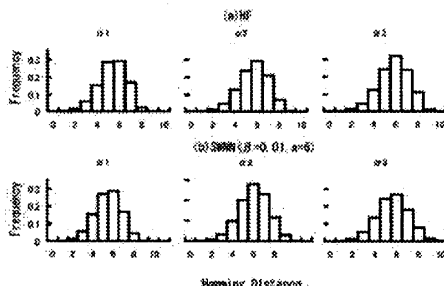


図 4 頻度分布

上は通常の HF、下は $a=6$ 、 $\beta=0.01$ の SWNN で、HF のエッジを 25% 削除したことに相当する。同様に記憶、想起を行うことがわかる。

図 4 のような頻度分布図グラフの場合、中心が高く分散が小さければ想起の精度が高いとみなすことができる。そこで図 4 の $\alpha 1$ 、 $\alpha 2$ 、 $\alpha 3$ の分散 ρ^2 を数値化し平均を求め β を変えプロットしたものが図 5 である。

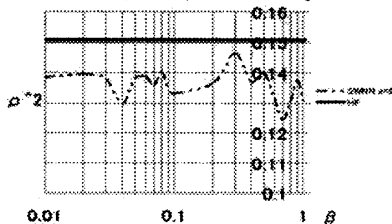


図 5 図 4 を基に分散 ρ^2 を求め、 β を変えプロットしたもの SWNN は HF に比べ全体的に ρ^2 が小さくなっており、想起精度が高いと言える。

5. 実験 II

実験 I では SWNN の構造決定の際 $a=5$ とした。実験 II ではより細かい分析をするため、記憶させるパターン数を 1 パターン、SWNN の $a=2$ と単純化し、想起精度にスモールワールドの特徴量である L 、 C がどのような影響を与えるか調べた。図 6 は実験 I と同様に求めた分散 ρ^2 を数値化し、 $\rho^2(0)$ を用い正規化しプロットしたものである。図 6 はその時の SWNN の C 及び L を $C(0)$ 、 $L(0)$ で正規化しプロットしたものである。

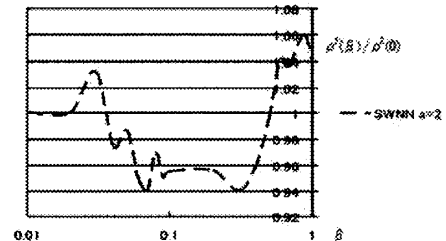


図 5 $a=2$ で繋ぎ買えの確率 β を変えた $\rho^2(\beta)/\rho^2(0)$

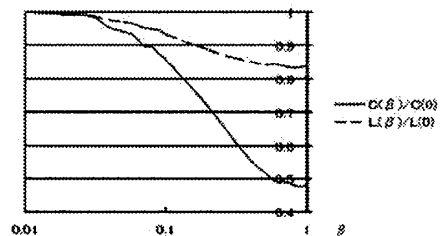


図 6 $a=2$ で繋ぎ買えの確率 β を変えプロットした $C(\beta)/C(0)$ 、及び $L(\beta)/L(0)$

図 5 から β が 0.09~1.5 の範囲で分散 ρ^2 が小さくなる事がわかり、図 6 と比較すると C が大きく L の小さい範囲で想起精度が高くなる事がわかる。これはそのまま small world の特性にあてはまる。

まとめ

実験 I では HF と SWNN を連想記憶として用い、想起精度に注目し性能比較を行った。結果、SWNN は HF に比べ β の値によらず全体的に高い想起精度をもつことが分かった。 β はつなぎ変えの確率であり、値によってニューロン間のエッジの本数は変わらない。よって、削除率が記憶容量に影響しない範囲で非完全連結の構造(SWNN)は完全連結(HF)に比べ想起精度が優れているといえる。実験 II では C, L が SWNN の想起精度にどのような影響を与えるか調べた。高い想起精度を保つには C が大きく L の小さいグラフ構造が必要であり、これは非完全連結の構造において small world 構造が優れているのを示す結果である。

参考文献

- [1] 松尾豊; スモールワールドとチャンス発見, 人工知能学会誌 vol.18 pp288~294(2003.05)
- [2] ダンカン・ワッツ 訳 栗原聡 佐藤進也 福田健介; スモールワールド ネットワークの構造とダイナミクス, 東京電気大学出版局(2006.01)
- [3] 章忠 川畑洋昭; ホップフィールドネットワークとセルラーニューラルネットワークによる連想記憶についての比較検討, 日本計算機統計学 vol.9 pp93~103(1997,12)