

## 幾何論証の学習世界における知的 CAI の構成について†

岡本 敏雄†† 松田 昇††

幾何証明の学習世界を対象とした知的 CAI を実現し、その構成モデルを明確化した。システムは、特定の課題に依存させずすべての証明可能な論理を表現したテキスト的な知識ベース、幾何図形の構造を汎用的な形式で表現した深い知識ベース、その知識を利用し証明を実行するメタ知識ベース、幾何証明という特質を持つ学習過程をコーチ的に診断し助言を与えるための対話手続き知識ベース、診断結果を文形式で構成し、出力するための知識ベースといった5つの知識ベースから構成されている。これらの知識ベースによって学習者の自由な証明論理を受け入れながら、学習者の証明のプランニングを認識し、確認・助言を与えるという知識処理を行うものである。また学習者モデルとしてはオーバレイモデルを採用しているが、学習者が証明過程で混乱している状況では、それまでのプランニングに近似した論理のもとで正しい証明にいたる論理を推論し、ガイドしていくという差異モデル的な機能を組み込んでいる。このシステムの実現によって、理想解が一意に定まらない学習世界における知的 CAI のスキーマを提案することができた。

## 1. ま え が き

教育におけるコンピュータ応用の研究の重要な分野の一つに CAI がある。その研究の歴史は既に30年近くにもなる。技術的には AFO (Adhoc Frame Oriented)-CAI といわれる伝統的な CAI から ISO (Information Structure Oriented)-CAI へと、そして知的 CAI といわれる高度個別指導学習システムへとそのアーキテクチャが変化してきている。

知的 CAI を知的個別指導システム (ITS: Intelligent Tutoring System) と呼ぶ場合があるが、その概念的な包含関係はまだ明確には定義されていないので、ここでは知的 CAI ということにする。さて知的 CAI の研究・開発において、その基本的な枠組みは4つのモジュールから構成されることが一般的に認められている。すなわち、(1)対象学習世界の教材知識ベース、(2)学習者の理解状態を認識するための学習者モデル、(3)教授戦略を決定するための指導戦略知識ベース、(4)学習者がコンピュータと円滑に学習対話ができるためのユーザ・インタフェイスである。こういったサブシステムに対して、対象とする学習世界や学習者の知的レベル、さらに教育目標との対応から、どのようにバランスをとり、ねらいとするような教師の振舞いをさせる詳細なモデルを構成していくかが研究の課題となる。

ところで知的 CAI の研究は米国を中心にして活発に行われているが、初期のシステムである SCHOLAR

は南米の地理の世界を扱い、単なる知識の提供ではなく地理学的な出来事の因果関係をコンピュータと学習者が相互主導 (Mixed Initiative) の形態で議論することを可能にしたものである。そこで取り入れられた知識表現のモデルは意味ネットワークであり、交差探索 (Intersection Search) と呼ばれる推論方法をとった。その後、多くの知的 CAI が研究開発され、医療コンサルテーションシステムである MYCIN の領域知識ベースを取り入れた GUIDON は、現在の知的 CAI の枠組みを明確化した。

1970年から1980年にかけての知的 CAI ではいくつかの学習者モデルが提案され、それが実現されたが、それらはオーバレイモデル、差異モデル、パータベーションモデル (摂動モデル) である。また学習者の問題解決行動 (内的な) におけるプランニングの認識にも注意が払われたが、いわば表層的な認識であった<sup>1)</sup>。1980年代以降の研究ではこの学習者のプランニングについて、より深いレベルでの認識のあり方が研究されてきている。これを認識するためのモデルは教材知識に対しては、対象世界の深い構造 (アトミック的な) の知識表現形式と、学習者の反応系においては、“勘違い”の現象やプランニングにおける学習者の深い洞察 (deep insight) に対する認識モデルである。これらに対して、まだ汎用性のある明確なモデルは提供されていないが、今後の重要な研究テーマである。

さて、わが国においてもいくつかの洗練されたシステムが実現されてきている。竹内ら (1987)<sup>2)</sup> は学習者モデルにパータベーション (摂動) の考え方を取り入れ、多重階層と呼ばれる知識構成とその動的な利用のメカニズムを提案している。ここでは学習過程を

† An Intelligent CAI Model for Geometry Proof by TOSHIO OKAMOTO and NOBORU MATSUDA (Faculty of Education, Tokyo Gakuji University).

†† 東京学芸大学教育学部教育情報科学教室

Strategy graph と呼ぶ知識の引用関係（教授のための知識の連鎖）に従って進行させている。また池田ら（1986）<sup>3)</sup> は誤り原因同定を帰納推論の手法 (Model of Inference System) によって診断し、さらに学習者モデルを自由に記述する言語 (SMDL) を prolog ベースで構成している。また学習者の応答の一貫性を管理するために、J. Doyle の TMS (Truth Maintenance System) を利用し、極めて巧妙なシステムを構成している。

こういった研究動向を踏まえて、筆者らは教授・学習過程においていわゆる理想解というものが一意に定まらないような学習世界における知的 CAI の構成モデルを研究することをねらいとし、幾何証明の世界を選定した。そしてそれを実現することを試みた<sup>4)</sup>。この世界の特徴は与えられた幾何図形の構造の認識と仮定から結論を導く証明の筋道が学習者によって多様であるため、誘導的な (guided) 学習支援形態は適さないことである。学習者の自由な発想を認め、そのプランニングをシステムが認識し、それを前提にした診断・支援の方法がモデル化できなければならない。知的 CAI の研究の流れの中では、問題解決的な学習形態において、コーチ/コンサルテーション的な学習支援を実行させようというものである。そのために、学習者モデルを理解状態記述メモリで表現し、証明可能なプロセス群との差異の状態を証明過程モニタによって認識する。そして混乱状態と想定される局面では、それまでの証明プロセスを考慮して、結論を推論し、再思考（証明）を促すという計画（仮説）・実行・評価という仮説検証型の枠組みを提供したものである。

幾何証明を扱った研究としては、J. R. Anderson ら（1981, 1984, 1985）<sup>5)~7)</sup> が既に GEOMETRY TUTOR というシステムを開発している。そこでは幾何証明に対する問題空間の表現形式やその知識を利用した解決のためのメタ知識の抽出という認知科学的な研究を行っている。この研究において学習者モデルは、基本的にバギーモデルを想定し、そのルールに照合するような誤りを犯した場合、それを理想規則に基づいて矯正するという方法がとられている。一方、我々の学習者モデルは、オーバレイモデルと差異モデルを想定したものである。さらに、混乱状態にある学習者の質問に対処する機能として、GEOMETRY TUTOR では、IBR (Ideal and Buggy Rules) の競合集合の中で最も価値の高い規則を提示するという戦略を用いているが、我々の場合には、プランサポート規則という教授

戦略知識によって処理している。全体的に言うならば、我々のシステムは、幾何証明の教授・学習世界における知識ベースを体系的に取り入れた構造を有している。

## 2. 研究の目的

幾何論証の学習世界における知的 CAI を構築するモデルとして、次の視点は重要である。

- (1) システム自体が、幾何図形の構造を認識しうるための汎用の知識ベースを有すること。
- (2) システムが、仮定を与えられて結論を導く能力を有すること。その際、種々の証明の論理を見いだすことができること。
- (3) 学習者の証明過程を理解し、さらにプランニングを同定できること。
- (4) 学習者の非論理的な証明過程を診断し、適切な時点で確認・矯正（教授）ができること。
- (5) 学習者が証明過程で混乱を起こした場合においても、それまでの論理に近似したプランニングに従って、正しい証明過程に導くことができること。

こういった機能を具備したシステムを実現し、そのモデル構造を明確化することを目的とする。なお、本研究で扱う具体的な学習世界は、図形の合同系である。

## 3. システムの構成

本システムの基本的な構成を図 1 に示す。本システムを構成する主なモジュールは、証明過程監視モジュール、対話手続き知識処理モジュール、解法エキスパート知識処理モジュール、入出力インタフェイス、そして、その処理対象となる各種知識ベースである。

システムは学習者の入力に対してその妥当性を診断し、証明が正しい方向に進んでいるか否かをモニタし、必要に応じて適宜助言を行い、個々の学習者に適した指導を展開していく。

次に、各知識ベースおよび、各モジュールについての概観を説明する。

### 3.1 知識ベース

本システムは、次に示す 5 つの知識ベースを有する。

I) 教材構造知識ベース 基本的には、AND/OR 木の構造を持つ。それは、当該の幾何図形に依存した、証明可能なすべての論理を表現した知識ベースで

ある。これは、学習者モデルを構成するテンプレートとなる（5章で詳述する）。

Ⅱ) 課題の構造表現に関する知識ベース 幾何学定理の証明を行うときに、図形の中にある情報を活用することがある。したがって、システム内部に課題の構造を表現することが要求されるが、本システムではそれらを、幾何学図形を表現するためのアトム知識と呼ぶことにする。そして、その構造を意味ネットワークとして表現した（4章で詳述する）。

Ⅲ) 解法エキスパート知識ベース システムが、与えられた仮定から結論を導くためのメタ知識（アトム知識の適用の仕方に関する知識）である。混乱状態にあると診断された学習者に対して、この知識ベースによって、正しい証明過程へと導くような機能を持つ。本システムではこれを、解法エキスパート知識と呼ぶことにする。解法エキスパート知識は、IF-THEN 形式のプロダクション規則として表現されている（8.1節で詳述する）。

Ⅳ) 対話手続き知識ベース 学習者とコンピュータが行う会話を展開し、教授戦略を決定するための規則が記述されている。対話規則は大きく、マクロ、ミクロに分けて管理されている。これらの規則は、学習者の理解状態と教材構造知識ベースの差異をもとに解釈実行される（7.2節で詳述する）。また対話手続き知識ベースの中には、学習者が混乱状態にあると推論された場合に起動するプラン・サポート規則がある（8.3節で詳述する）。

Ⅴ) 診断文生成のための知識ベース より自然で、柔軟性のある対話文を生成するための知識である。対話手続き規則によって診断内容が推論され、それをキーにした（主語や、目的語として）適切な文を生成するための知識である。なお、本論文では、詳細は述べない。

### 3.2 証明過程監視モジュール

「幾何学定理の証明の難しさは、証明の記述の形式にこだわりすぎること起因する」という指摘は古くからなされている。そこで本システムは、できる限り学習者の自由な記述を許容することを基本とする。その場合システムには、学習者の記述が目標から逸脱していないかを常に監視し、必要に応じて学習者に適宜助言を与える能力が要求される。本モジュールは、教

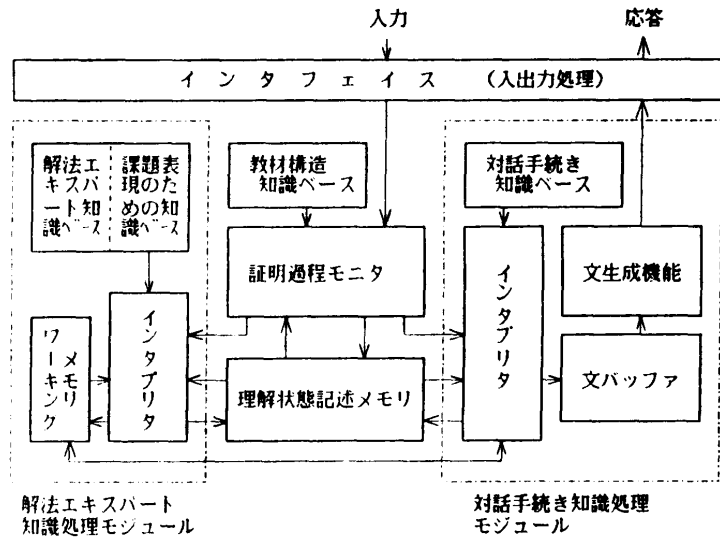


図1 システムの構成図  
Fig. 1 The configuration of the system.

材構造知識ベースを参照することにより、逐次学習者の証明を監視し、学習者の理解状態に関する情報を生成する（6.1節で詳述する）。

### 3.3 対話手続き知識処理モジュール

学習者が誤りを犯した場合、または証明過程において戸惑いを感じている場合に、その状況に即した助言を行うためのモジュールである。本モジュールは基本的に対話手続き知識、学習者の理解状態に対するインタプリタ、診断文生成のための知識、文生成機能からなる。

証明過程監視モニタにより作られた学習者の理解状態を基に、インタプリタが対話規則を解釈実行し、その結果、診断文生成のためのキーがバッファに蓄えられ、それらを文生成機能が文章として出力するというメカニズムを持つ。

インタプリタは、個別指導を行う上で、学習者が現在用いていると想定される証明戦略の同定を試みるが、その推論サイクルの中で不明な項目は、学習者に質問をする。また学習者が混乱状態に陥っている場合には、次に述べる解法エキスパート知識処理モジュールを起動させるタイミングを制御する（7章で詳述する）。

### 3.4 解法エキスパート知識処理モジュール

学習者が、証明をすることができない場合には、すでに証明されているステートメントをキーにし、その計画過程を重視しながら正しい証明を提示することにより、そこで用いられている戦略的知識を習得させる

ことを試みる。

本研究においては、対象世界を三角形の合同に関する幾何学定理に限定し、それらを証明するために必要な問題解決知識をプロダクション規則として表現した。

本モジュールは、解法エキスパート知識ベース、インタプリタ、ワーキング・メモリにより構成されている（8章で詳述する）。

3.5 入出力インタフェース

既に述べたように、本システムは、学習者の自由な記述により学習が展開される。したがって入力インタフェースの役割が重要であるが、本システムにおいては学習者がより自然に証明を記述できるように、入力インタフェースを設計するにあたり、特に以下の点が考慮されている。

①証明を記述する際に必要な記号(≡, ∠, △ etc), および基本的なキーワード(より, したがって etc) はファンクションキーに登録しておく。これにより、自然な記述が可能になる。

②学習者のタイプ・ミスは、入力インタフェースがチェックし、即座に誤りの箇所を指摘する。入力インタフェースに、そのようなスペル・チェックの機能を持たせることにより、本質的でない誤りによるシステムの誤動作を防ぐことが可能になる。

システムは、対象としている教授世界の特徴を利用することにより、いくつかのキーワードを基に学習者の入力を文節単位に分割し、内部表現に変換する。

出力インタフェースに関しては、多くの情報を見やすく表示するための配慮を施した。すなわち、学習者の記述した証明、システムからの応答、問題文の出力に対して、画面の分割、重ね合わせを行い、必要に応じて重なりの下にある画面を前面に引き出すマルチウ

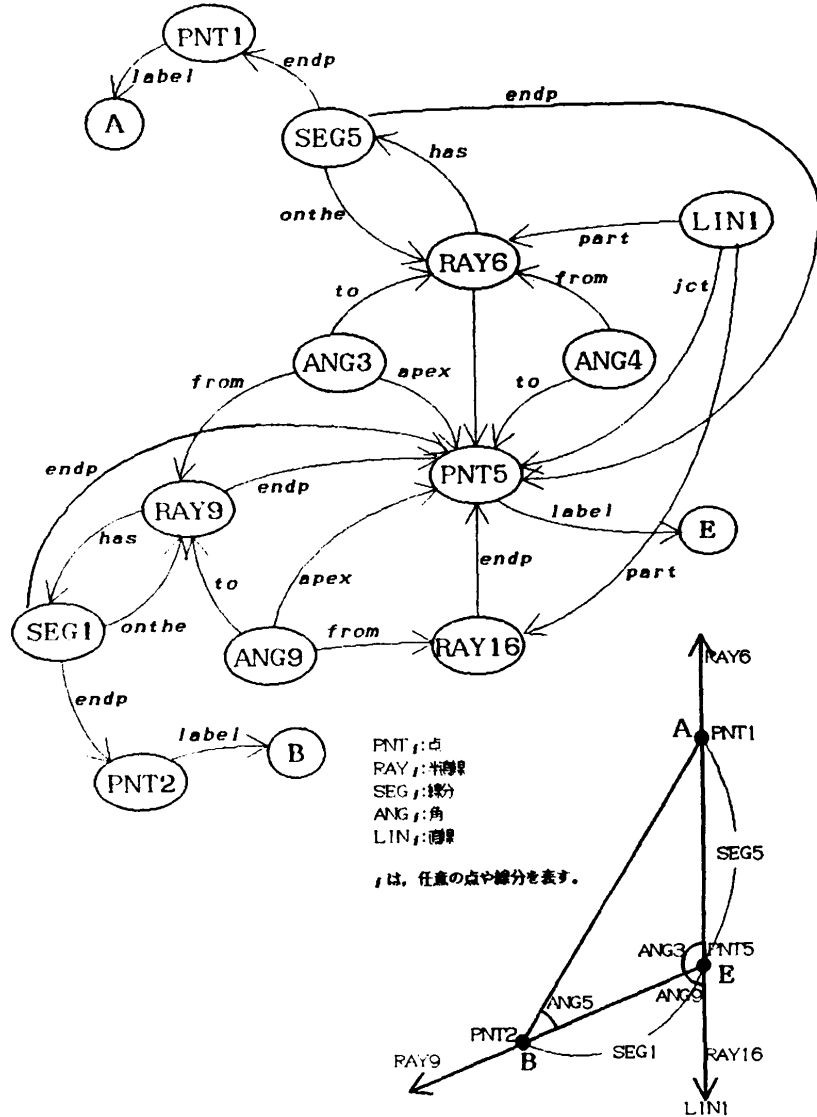


図 2 幾何学図形を表す意味ネットワーク  
Fig. 2 The semantic network for the knowledge representation of a geometrical figure.

インドを利用した。

4. 幾何学図形の知識表現形式

知的 CAI において、システムが与えられた問題を解決する能力を持つことは重要である。本システムでは、そのためのモジュールを解法エキスパート・モジュールと呼ぶことにする。

4.1 幾何学図形を表現するためのアトム知識

幾何学定理を証明する過程において、与えられた問題の幾何学的な構造における情報を活用することが重要となる。例えば、仮定には明言されていないが、2

つの角、 $\angle\alpha$  と  $\angle\beta$  が対頂角であり、ゆえに  $\angle\alpha = \angle\beta$  であるという情報が、図形から得られるという場合である。そのために、システム内部に図形を要素知識の構造体として表現する方法が必要となるが、筆者らはそれを、J. G. Greeno (1978)<sup>9)</sup> の用いた手法を応用し、意味ネットワークとして表現した。図 2 にその一部を示す。

ネットワークの中で、各ノードは、点、線分、半直線等の幾何学的対象を表し、リンクは、それらの間の関係を表している。本論文で使用する意味ネットワークのリンク名とその意味を表 1 に示す。

個々の幾何学的対象を表す最小限度のノードを、幾何学図形を表現するためのアトム知識と呼ぶことにする。個々のアトム知識は、図 3 の左側に示されるように、いくつかの決まった数のリンクにより、他の幾何学的対象（アトム知識）に関連づけられる。アトム知識で用いられている各リンクの幾何学的意味を図 3 の右側に示す。例えば図 3 (a) から、対象 ANGxx は半直線 RAYzz から半直線 RAYyy に向かう角であり、その頂点が PNTpp であることが分かる。

このアトム知識を用いることにより、様々な幾何学図形を表現することが可能であり、これは極めて汎用性の高い知識表現形式である。

#### 4.2 幾何学定理の表現

次に、システム内部に幾何学定理を表現する方法について説明する。

本システムでは、定理も意味ネットワークを利用して表現される。例えば、『対頂角であれば、大きさが等しい』という定理は、図 4 のように表現される。図 4 は、「2つの概念 CON2 と CON3 が、対頂角 (VERT) という関係にある (state) ならば、それらの概念は、等しい (EQUAL) という関係でもある」ということを表している。さらに、概念 CON2 の対象物 (obj) が ANG1 であり、課題図の中では、 $\angle AOB$  と表現されている (code) ことがわかる。

システムが実際に証明を行うときには、ANG1、ANG2 などの概念は、課題の構造が表現されているネットワーク中のアトム知識である。すなわち、証明過程において2つのアトム知識 ANG01 と、ANG02

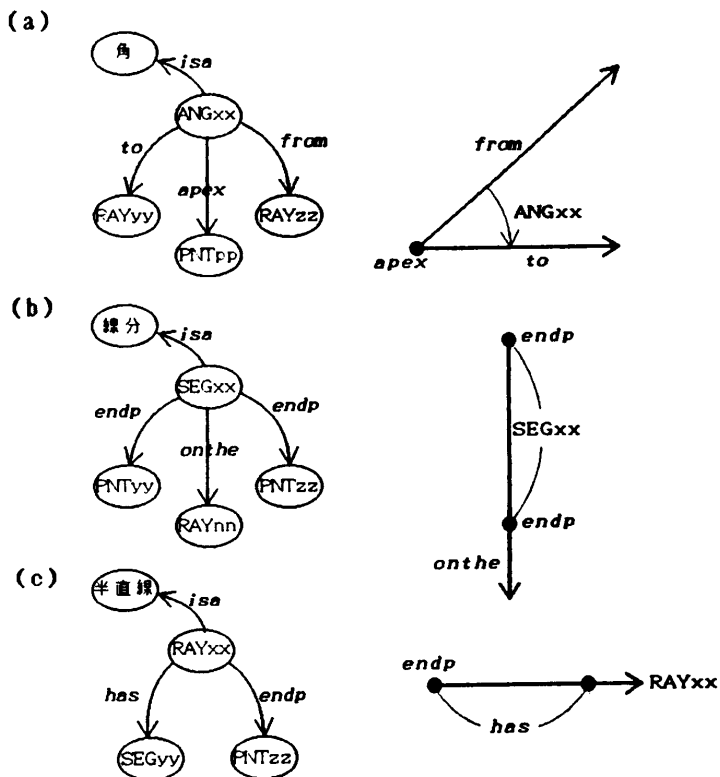


図 3 幾何学図形を表現するためのアトム知識  
Fig. 3 The atomic knowledge for representing a geometrical figure.

表 1 意味ネットワーク中のリンク名の意味  
Table 1 The meanings of link labels in the semantic network.

リンク名	リンク名の表す意味
isa	対象の特定化
label	幾何図形の頂点に対するラベル (記号)
endp	線分・半直線の端点
apex	角の頂点
from	角の始めの辺
to	角の終りの辺
onthe	線分上の半直線
has	半直線上の線分
jct	直線上の点
part	直線を構成する半直線
obj	定理の対象となっている幾何図形
state	定理の対象となっている幾何図形の状態
code	定理の対象となっている幾何図形のコード

が等しいことが立証された場合、システムは、それらに obj リンクを結合させ、EQUAL という値を持つノードに state リンクで結合させた概念をワーキングメモリ (後述する \*CONCEPT-WM\*) 内に生成する。このようにシステムは、問題図を表現している

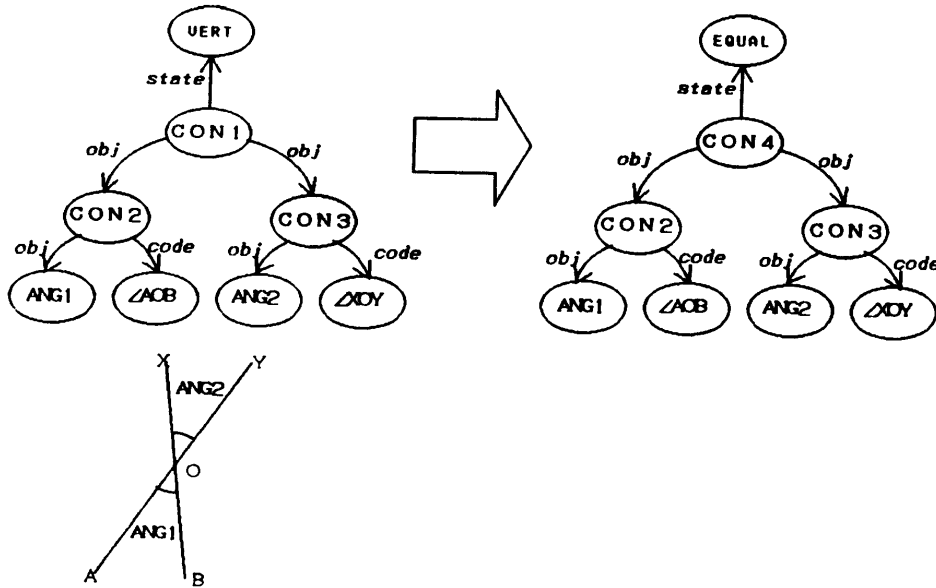


図4 幾何学定理の表現  
Fig. 4 Representation of a geometrical theorem.

意味ネットワークに情報を追加しながら証明を進める。

5. 教材構造知識の表現

本システムには、対象世界の知識を表現するものとして、教材構造知識ベースおよび、前述の解法エキスパート向けの知識ベースの2つがある。前者は、与えられた課題に依存した知識であり、後者は、幾何学定理を証明するためのより一般的な知識である。解法エキスパート向けの知識は、汎用的であるが、個々の学習者の証明計画を診断するための直接的な知識源とはならない。そこで、推論の効率を上げるためにも、教材構造を表現した知識ベースをシステム内部に構築した。さらにそれは、学習者モデルのテンプレートとなるものであり、本システム内においては、極めて重要な役割を果たしている。

問題を解決するための一般的構造を表現する方法として、AND/OR 木に準ずる構造を考えた。図5に本論文で扱う例題を、図6にその教材構造知識を示す。

図中の太線によるリンクは上位のノードが下位のノードから導き出されるということを示す。上位のノードを導き出すためにとられる戦略を表しているとも考えることもできる。1つのノードから複数のリンクが出ているときに、それらの間に弧が引かれているところは AND を表し、そうでないところは OR を表す。また点線で囲まれたノードは仮定を、太線で囲ま

【問題1】

直線AE上の点Eから、長さの等しい2つの線分EBとECを  $\angle AEB = \angle AEC$  になるように引きます。線分BCと直線AEとの交点をDとすれば、 $\angle ABD = \angle ACD$  になることを証明しなさい。

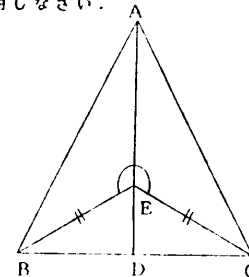


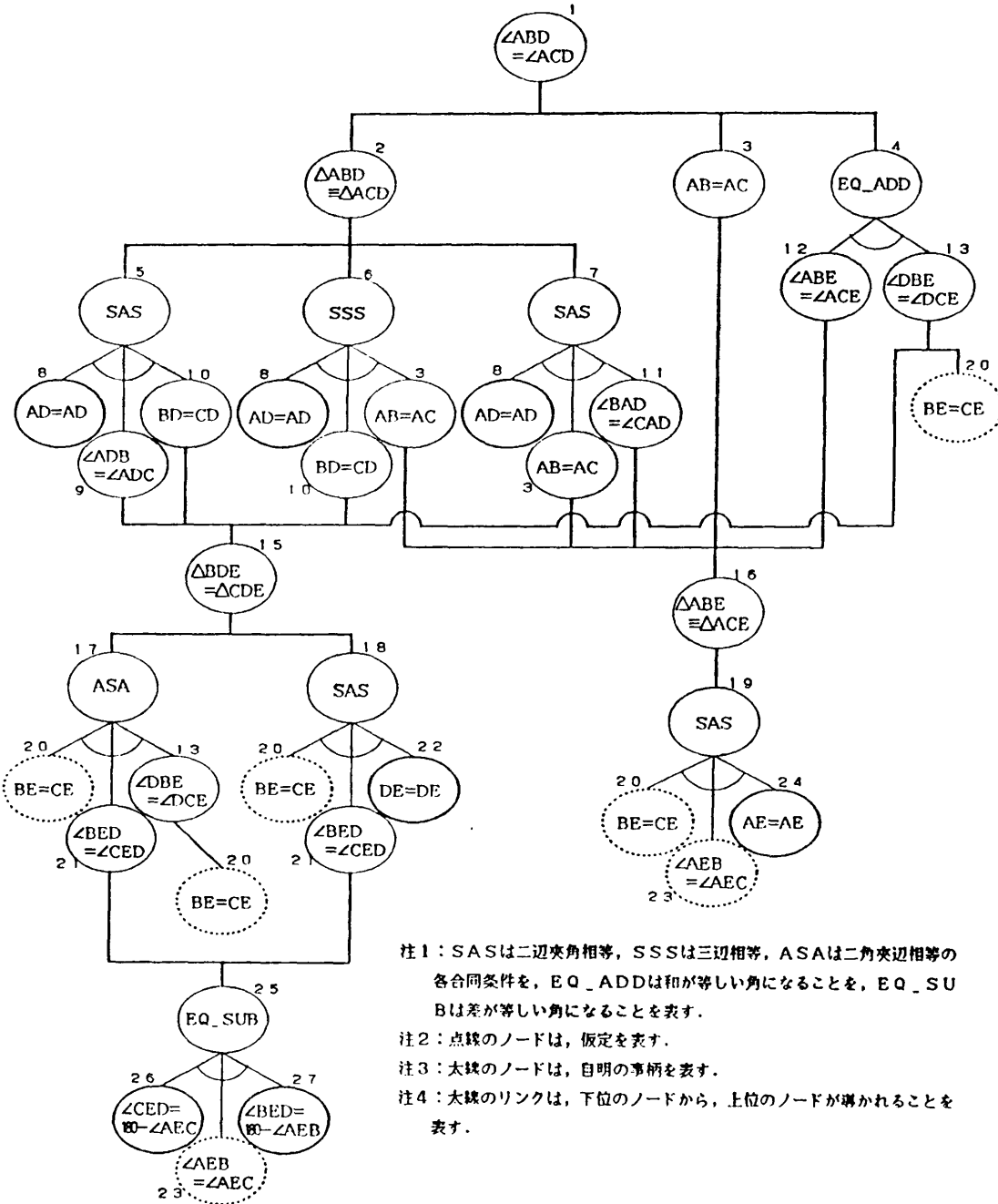
図5 例題  
Fig. 5 The problem of a geometry.

れたノードは、仮定には明示されていないが、図から得られる情報を各々表している。

本システムでは、上記知識ベースを LISP による連想リストとして表現している。

各ノードには、次のような属性が付けられている。

- IS: そのノードの内容
- SUB: 下位目標
- AKO: そのノードの属するカテゴリ
- EQ: 内容と同値なもの
- REASON: そのノードから上位のノードが成立する理由



注1：SASは二辺夾角相等，SSSは三辺相等，ASAは二角夾辺相等の各合同条件を，EQ\_ADDは和が等しい角になることを，EQ\_SUBは差が等しい角になることを表す。  
 注2：点線のノードは，仮定を表す。  
 注3：太線のノードは，自明の事柄を表す。  
 注4：太線のリンクは，下位のノードから，上位のノードが導かれることを表す。

図 6 教材構造知識ベース

Fig. 6 The knowledge base representing the text structure.

上記属性の中で，EQ 属性には例えば，  
 $\angle EDB = \angle EDC$   
 と  
 $\angle ADB = \angle ADC$   
 は同じ角を表すというような，図形から得られる同値関係に関する情報が与えてある。

## 6. 証明過程のモニタと個別指導戦略

### 6.1 証明過程モニタ

前述したように，本システムにおいては生徒の自由な記述をできる限り許容することを前提としている。したがって，システムは常に学習者の証明を監視し，

目標に向かって正しく証明がされているか否かを把握していなければならない。そのためのモジュールが証明過程モニタである。モニタは、学習者の記述したものが、教材知識ベースの中でどのような木構造をなすかを調べることにより、学習者の理解状態に関する情報を生成する。

### 6.1.1 証明過程モニタの動作原理

学習者の証明が正しい道筋をたどっているか否かを監視するためには、その学習者がいかなる戦略を持って問題を解決しようとしているのかが把握されていなければならない。それは、本システムの知識ベースにおいて、学習者がどのルートを通して幾何の証明を進めているかを推論することにより知ることができる。

そのために通常、モニタは、学習者の入力したものが、教材構造知識ベース内のどのノードにあたるかを調べ、すでに記述されているものとの位置関係から、学習者が何を証明しようとしているのかを部分木の同定によって推論する。

部分木が1つに同定できないときには、疑わしい部分木をリストにして、理解状態記述メモリに格納する。また2つ以上の異なる部分木にまたがったときには、それらの疑わしい部分木のリストを APPEND して格納する。

### 6.1.2 理解状態記述メモリ

対話手続き知識処理モジュールは、個別指導戦略を決定する際に、この理解状態記述メモリの状態を参照する。

理解状態記述メモリとは、学習者モデルの機能を持ち、以下に示す変数によって表現されるものである。

\*ANS\*: 学習者の入力したものに該当するノード

\*PROVED\*: すでに記述済みのノード

\*SHAM-LIST\*: 疑わしい部分木のリスト。先に述べたものはここに格納される。

図7は、学習の初期において、学習者が3つのステートメントを入力したときの、\*SHAM-LIST\*の変化の様子をシミュレートしたものである。ただし、\*Gxx\*は教材構造知識ベース内のノード番号を表している。7行目において、ANS1に該当する部分木のノードは3つ考えられているが、9行目では2つに絞られている。11行目において学習者は、今までと異なる部分木に触れたので、それらのリストが APPEND されている。

\$ ANS1  
(AD = AD)

\$ ANS2  
(BD = CD)

\$ ANS3  
(EB = EC)

\$ (GUESS-ST ANS1)  
(( \*G05\* \*G06\* \*G07\* ))

\$ (GUESS-ST ANS2)  
(( \*G05\* \*G06\* ))

\$ (GUESS-ST ANS3)  
(( \*G04\* \*G17\* \*G18\* \*G19\* ) ( \*G05\* \*G06\* ))

図7 部分木同定の過程

Fig. 7 The process for identifying partial trees.

## 6.2 学習者モデルと個別指導戦略

本システムにおいては、理解状態記述メモリが、学習者モデルに対応する。次に述べる対話規則は、理解状態記述メモリと教材構造知識ベースとの差異を推論することにより、教授戦略を決定するが、教材構造知識ベースは、すべての理想的な証明の過程が記述してあるので、本システムの学習者モデルは、基本的にオーバーレイ・モデルであるといえる。

システムは、この学習者モデルに応じてダイナミックな対話制御を行い得るような個別指導戦略を決定する。そのための知識が対話手続き知識ベースの中に記述されており、実際に学習者との対話を制御するのが次に述べる対話手続き知識処理モジュールである。

## 7. 各知識の利用と対話

本章では、各々の知識ベースを活用することにより、学習者が計画している証明戦略を推論し、対話を展開するメカニズムについて述べる。なお、本章で説明する対話は、学習者の証明を基にした診断的な対話である。本システムには、それ以外に解法エキスパート知識処理モジュールを活用した対話を展開することが可能であるが、それについては、第8章で述べる。

### 7.1 対話のための推論メカニズム

対話手続きモジュールは、基本的にプロダクション・システム(以下PSという)の形式をしている。通常のPSはワーキング・メモリにアクセスしながら、推論がシステム内部で進められるが、本システムの対話処理モジュールは、学習者の理解状態記述メモリを参照変更しながら推論を行うサイクルの中で、適宜学習者に質問を行い、学習者の回答を基に、さらに推論を進めるといった動きをする。

すなわち本システムには、システム内部でのみ行わ



れる通常の PS における推論サイクルと、推論サイクルの中に学習者からの応答を含むものとの、2つの推論パターンが存在する。

さらに、学習者の記述の妥当性を診断するためのいくつかの手続き関数が存在する。図8にそれらの一覧および個々の関数の関連を示す。それらの関数は例えば、学習者の記述した根拠と結論が教材構造知識ベース内においてつながり得るか否かを探索する、あるいは学習者の記述した根拠に下位目標が存在するか否かを探索する。システムはこれらの関数を用いてシステム内部での推論を行い、その結果で判断しきれない箇所を学習者に質問し、その応答を基に推論を続ける。

このようにして、推論サイクルの中に学習者が含まれることになる。すべての関数の引数は学習者の記述した根拠および結論の、教材構造知識ベース内のノード番号である。例えば、学習者の記述が『 $AB=AC$  より  $\angle ABD=\angle ACD$ 』である場合、根拠は \*G 03\*、結論は \*G 01\* である。

7.2 対話手続き知識ベースの構造

対話手続き知識ベースは、学習者の理解状態に対応してどのような状態においてどのような対話を展開すればよいかということに関する、IF-THEN 形式の規則の集合である。

規則は、証明の全体的な流れを指導するためのマクロレベルでの規則と、合同条件の適応の仕方など、個々の戦略的技能等を教授するためのマイクロレベルでの規則がある。また解法エキスパート知識処理モジュールの制御に関する、プラン・サポート規則とに分かれている。

まずマイクロレベルでの規則は、検索の効率をはかるために、クラス化して記述されている。それらは具体的には、『(学習者が) 結論を提示した』、『合同条件を提示した』、『下位目標を証明させる』、『よりくわしく記述させる』といったクラスであり、現時点においては、7つのクラスがある。各々のクラスには、独立に複数個の規則が与えられている。

インタプリタは、与えられたクラスの規則を解釈実行するが、各々のクラスは、全く独立して存在しているのではない。すなわち、各々のクラスには、状況に応じて、インタプリタの処理対象を他のクラスに変える規則も存在する。例えば、学習者が途中の証明を省略して、ある結論を示した場合には、結論提示のクラスにおける規則が先に起動するが、後により詳しく記述させるクラスにおける規則を発火する。このような

関数	機能
SUBP	B-Cが直接連結するか
INDUCEP	” 間接的に ”
SUB-EXISTP	下位目標が存在するか
PROVEDP	下位目標を証明済みか
SCATTERP	根拠が同一の部分木に属するか

(B-C : 根拠 - 結論)

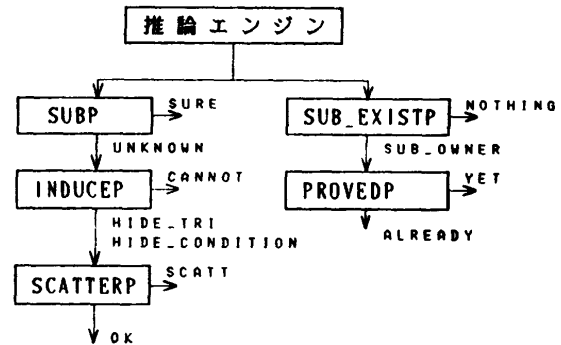


図8 対話プロセス内で機能する関数  
Fig. 8 The function working within the dialogue process.

機能により、より適応的な指導を効率的に行うことができると共に、マイクロレベルにおける教授戦略の変更が容易になる。

複数存在する異なったクラスにおける規則の、どれを最初に適用するかを決定するための規則を、トップレベルの規則と呼ぶことにする。トップレベルの規則は、学習者の入力かどのクラスに対応するかを判断し、その結果に基づき、後続する規則を選択し、インタプリタを起動させる。

前述したように、対話手続き規則の条件部は、学習者の理解状態と学習者モデルとの差異を基にして記述されている。後に詳しく述べるが、対話手続きインタプリタが起動し、対話規則が解釈実行されるのは、学習者が根拠と結論のつながりに言及した場合である。したがって、学習者の記述が正しいか否かを判断するための規則の条件部は、根拠と結論のつながり方が記述されている。例えば、学習者が『 $AB=AC$  だから  $\angle ABD=\angle ACD$ 』と記述した場合の根拠および結論はそれぞれ  $AB=AC$ ,  $\angle ABD=\angle ACD$  である。

規則の実行部は、学習者の理解状態記述メモリを更新するものと、理解状態にあったメッセージを出力するものおよび、推論のための情報を得るために学習者に質問をするものがある。

システムは図8に示した関数を用いて、学習者の記

述が妥当であるか否かを調べ、その結果を基にインタプリタが理解状態記述メモリを更新する。これらの関数は、単に学習者の記述した根拠と結論がどのようにつながるかを調べるだけであり、理解状態記述メモリを直接変更することはしない。すなわち、理解状態記述メモリの状態を変更するのは、規則の実行部のみである。このことにより、対話規則の独立性が保持される。

図9に合同条件提示のクラスにおける規則の一部を示す。

マクロレベルでの規則は、個々のステートメントを評価するのではなく、証明の全体的な枠組みを教授するための規則である。それは、学習者の理解状態メモリの中の履歴に関する情報を評価する。

マクロレベルでの規則による対話が行われるのは、例えば次のような状況においてである。

- ①証明がすべて終了したとき、
- ②学習者が同じ部分木に2回以上ふれたとき、③3つ以上の異なる部分木にふれたとき、など。

システムはまずマイクロレベルの規則を起動し、次にマクロレベルの規則を起動する。マクロレベルの規則の何れも現在の状況にマッチしない場合には、学習者に次のステップの記述を促す。

### 7.3 対話のメカニズム

基本的に本システムは、学習者がシンタックスレベルでの誤りを除いて、内容的に誤った記述をしても、すぐに診断文を返さない。証明に1つの区切りがついた時点で、それまでの記述を振り返り、誤りのある部分についての診断文を出力する。それにより、学習者自身が誤りを発見する機会が増えると思われるからである。

知的 CAI において、学習中の学習者に対するフィードバックや診断文を提供するタイミングを推論する機能は重要である。本システムに対しても、そのような機能が望まれるが、現時点では、対象世界の特質

```
(CR01 ((EQ *SCATTER* 'REQUEST)
        (SETQ *SCATTER* (SCATTERP *BASE:*))))
(CR02 ((EQ *BASE_ERR* 'REQUEST)
        (SETQ *BASE_ERR* (CHECK-BASE *BASE:* SCATTERP_INF))))
(CR03 ((AND (EQ *BASE_ERR* 'NOT_INCLUDED)
             (EQ *DISCOASE* 'REQUEST))
        (GEN-SEN C01)
        (GEN-SEN MOR)))
(CR04 ((OR (NEQ (AKO-ANS *CONCLUSION*) 'TRI)
            (EQ *JOINT* 'HIDE_TRI))
        (SETQ *AKO_CONC* 'HIDE_TRI)))
(CR05 ((EQ (AKO-ANS *CONCLUSION*) 'TRI)
        (SETQ *AKO_CONC* 'TRI)))
(CR06 ((EQ *AKO_CONC* 'HIDE_TRI)
        (SETQ *ASK_TRI* 'REQUEST)))
(CR07 ((EQ *AKO_CONC* 'TRI)
        (SETQ *ASK_TRI* 'NEEDLESS)
        (SETQ *SCATTER* 'REQUEST)))
(CR08 ((AND (EQ *ASK_TRI* 'REQUEST)
             (IDENTITY *RECENT_TRI*))
        (ASK C04 '(Y N))
        (SETQ *ASK_TRI* *RESULT*)))
(CR09 ((EQ *ASK_TRI* 'Y)
        (SETQ *ASK_TRI* 'DONE)
        (SETQ *SCATTER* 'REQUEST)))
(CR10 ((EQ *ASK_TRI* 'N)
        (SETQ *RECENT_TRI* 'UNKNOWN)))
(CR11 ((AND (EQ *ASK_TRI* 'REQUEST)
             (NULL *RECENT_TRI*))
        (ASK C02 (ABOVE-TRI *SHAM-LIST*))
        (SETQ *!m_TRI* (MATCH-IS- *RESULT*))))
```

図9 対話手続き規則

Fig. 9 The rules of the dialogue procedure.

を利用し、システムが学習者に語りかけを行う主な状況として、次のような状況を設定した。

- ①学習者の記述が、3つ以上の異なる部分木に触れたとき、すなわち、\*SHAM-LIST\* が3つ以上の要素を持ったとき、
  - ②学習者が証明のキーとなる単語、例えば『～だから』、『したがって』などを入力したとき、
- ①の場合には、目標に向かう正しい証明がなされていないと判断し、解法エキスパートモジュールによる対話系が起動する。

次に、②の場合について説明する。例えば、次の例を想定してみる。すなわち、学習者がすでに次のような記述をしていると仮定する。各ステートメントに付加されている行番号は、システムが自動的に付けたものである。

AD=AD...1
BD=CD...2
∠ADB=∠ADC...3

この状況において、『①②③より  $\angle ABD = \angle ACD$ 』と入力したときのシステムの動きを説明する。

図 10 は実際のシステムの動きをトレースしたものである。なお、図 10 はシステムの推論過程がわかるように様々な情報が表示されているが、実際に学習者に対する画面ではそれらは表示されない。

図の中で、(CR 04) は結論提示のクラスにおける規則の 04 番が適用されたことを、INDUCEP 等は探索のための関数が呼び出されたことをそれぞれ示している。また、 $\rightarrow$  および  $:*$  のプロンプトに続く文字列は学習者からの入力であり、左端から表示されている文字列はシステムからのメッセージ文である。

システムはまず、学習者が 1 つの結論を提示したと判断し、トップレベルの規則が、結論提示のクラスにおける規則を起動する (TP 01)。結論提示のクラスにおける規則は、最初に学習者の記述した根拠と結論がつながるか否かを調べる (DR 02)。根拠は  $(*G 08* *G 09* *G 10*)$  であり、結論は  $*G 01*$  である。この場合、直接にはつながらないが、途中  $*G 05* *G 02*$  を経由して到達可能である (DR 04)。

ところで、 $*G 02*$  は三角形の合同を表すノードであり、 $*G 05*$  はそのときの合同条件である。したがって、システムは学習者が三角形の合同を用いて結論を導いたと解釈し、その後の処理を合同条件提示の規則に移行する (DR 13)。

合同条件提示の規則は、学習者が三角形の合同を暗に利用していると解釈し、学習者のイメージしている三角形を質問する (CR 11)。

例えばここで、学習者が  $*G 02*$  のノードに相当する三角形を答えた場合、システムはそれまでの証明は正しいと判断し、次に、そのとき使用した合同条件を質問する (CR 31)。

さて、学習者が論拠としてしていることから、下位に中間仮説を有し (RR 01)、さらにその中間仮説は証明されていないので (RR 08)、次に下位目標を証明させるクラスにおける規則が起動される (RR 09)。

続けて下さい

$\rightarrow$  1 2 3 より  $\angle A B D = \angle A C D$

```
(TP01)
(DR02)
SUBP
根拠 (*G08* *G10* *G09*)
結論 *G01*
つながりを調べています。
UNKNOWN
```

```
(DR04)
INDUCEP
根拠 (*G08* *G10* *G09*)
結論 *G01*
つながりを調べています。
HIDE..TRI
```

```
(DR13)
(CR04)
(CR06)
(CR11)
```

次のうちのどれが書えますか? ( $\neg ABD \neq \neg ACD$ )  
 $:* \triangle A B D \equiv \triangle A C D$

```
(CR17)
(CR01)
(CR14)
```

```
INDUCEP
根拠 (*G08* *G10* *G09*)
結論 *G02*
つながりを調べています。
HIDE_CONDITION
```

```
(CR22)
(CR25)
(CR31)
```

よろしい。ところで、何という合同条件を使用しましたか?  
 $:*$  二辺夾角

```
(CR26)
(CR39)
(RR01)
```

```
SUB-EXISTP
根拠 (*G08* *G10* *G09*)
下位目標の存在を調べています。
SUB_OWNER
```

```
(RR08)
```

```
PROVEDP
対象 == (*G10* *G09*)
*PROVEDP* == (*G09* *G10* *G08*)
```

```
(RR09)
(SR01)
```

( $BD = CD$ ) ( $\angle ADB = \angle ADC$ ) は仮定にないことです。  
 仮定にないことを根拠にするときには、  
 まずそれを証明しなければなりません。  
 ( $BD = CD$ ) ( $\angle ADB = \angle ADC$ ) であることを証明して下さい。

続けましょう  
 $\rightarrow$

図 10 対話例

Fig. 10 The example of the dialogue.

下位目標を証明させる規則は、学習者に、仮定にない論拠は、証明しなければならないことを伝え、それを証明させる (SR 01)。以上のようにして学習者との対話が行われる。

## 8. 幾何学定理を証明するための知識利用

ここでは、解法エキスパート知識処理モジュールが、それらの知識を利用して、幾何学定理を証明するメカニズムについて述べる。

### 8.1 幾何学定理を証明するための戦略的知識

例えば、

もし 目標:  $\angle abc = \angle def$   
 かつ  $\triangle abc$  が存在する  
 かつ  $\triangle def$  が存在する

ならば副目標:  $\triangle abc \equiv \triangle def$

という知識は、次のように表現される。

```
IF (AND (GOAL-IS (CONCEPT
                (STATE EQUAL)
                (OBJ (_OBJ1 _OBJ2)))
        (AND (EQ (ISA _OBJ1) 'ANG)
              (EQ (ISA _OBJ2) 'ANG))
        (IDENTITY (TRI-INCANG
                   _OBJ1)
                   _OBJ2))
        (IDENTITY (TRI-INCANG
                   _OBJ1)
                   _OBJ2)))
THEN (PUSH-GOAL (COMBIN-CONCEPT
                 'CONG (TRI-INCANG _OBJ1)
                 (TRI-INCANG _OBJ2)))
```

ここで、“\_”で始まるアトムは、自由変数を表す。上の例では、\_OBJ1 に  $\angle abc$  が、\_OBJ2 には、 $\angle def$  がそれぞれ束縛され、条件部の第2節以降が評価される。

これらの知識は、対象世界における幾何学定理を証明するための深い知識として表現されている。各規則は、上の例にあるように、後向きの推論規則である。推論エンジンは、現在目標とされているステートメントが事実であればそれを表示するが、そうでない場合には、そのときの状況に合致する規則を探索し、中間仮説を設定するという具合に機能する。次の節で推論エンジンのより詳しい動作を説明する。

8.2 推論エンジンの動き

証明すべき目標 GOAL に対する中間仮説が、

$$SG_1^1 \vee SG_1^2 \vee \dots \vee SG_1^m,$$

であると仮定する。ただし、記号  $\vee$  は、論理和を表す。さらに、 $SG_1^1$  に対する中間仮説が、

$$SG_2^1 \vee SG_2^2 \vee \dots \vee SG_2^m,$$

であるとした場合、システムは  $SG_2^i$  ( $i=1, \dots, m$ ) を順に立証することを試みる。例えば、 $SG_2^j$  ( $1 \leq j \leq m$ ) が立証された場合、システムは、 $SG_2^j$  より、 $SG_1^1$  であり、したがって GOAL が証明された、と結論する。

$SG_2^i$  ( $i=1, \dots, m$ ) のすべてが、失敗した

場合、 $SG_1^2$  の中間仮説を展開し、それらに対して、同様な試みを行う。このようにシステムは、バックトラックを行いながら証明を進める。これは、J. Gelernter (1963)<sup>9)</sup> の用いた手法を応用したものである。

これらの中間仮説は、リストの形でワーキング・メモリ \*SUBGOAL\* の中に保存される。もし、与えられた目標に対する下位目標が論理積であれば、それらを1つのリストにしたものが保存される。すなわち、GOAL に対する下位目標が

$$SG_1 \vee SG_2 \vee (SG_3 \wedge SG_4 \wedge SG_5)$$

である場合、\*SUBGOAL\* は次のようになる。

$$(SG\ 1\ SG\ 2\ (SG\ 3\ SG\ 4\ SG\ 5))$$

推論エンジンは、\*SUBGOAL\* により与えられた新たな目標がリストである場合には、それらのすべての要素を立証することを試み、1つでも充足不可能なものがある場合には、与えられた目標は充足不可能であると結論する。

推論エンジンが利用するワーキング・メモリの関連を図 11 に示す。その中で、\*GOAL-HIST\* は、循環論法に陥るのを防ぐために、中間仮説の履歴を保存している。そして \*CONCEPT-WM\* は、推論過程で立証された中間仮説を保存するものである。

8.3 解法エキスパートモジュールによる対話のガイド

前述したように、解法エキスパート知識処理モジュールは、一般的な幾何学定理を証明することができる。

すなわち、証明過程において、学習者が想定した中

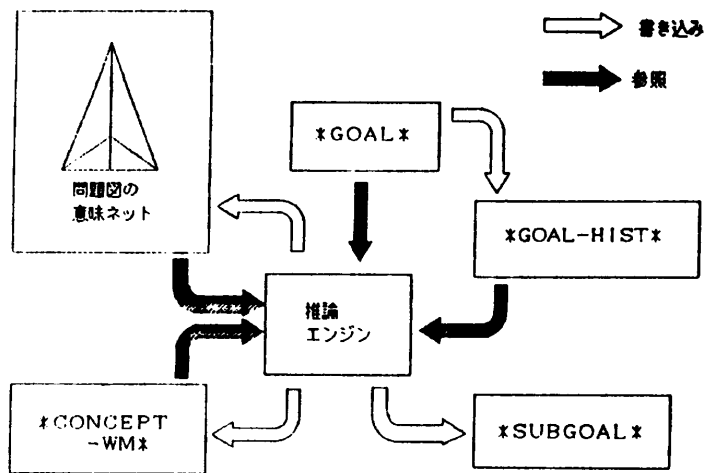


図 11 ワーキングメモリの関連図  
 Fig. 11 The relationship between working memories in the production system for the geometrical proof.

間仮説を証明できないときや、さらに中間仮説から上位の仮説を組み立てる論理を見いだせない場合において、それまでの学習者のプランニング（中間仮説、証明しようとしていた事柄）を参照しながら、学習者の計画に沿った形で証明過程をガイドするというものである。

ワーキングメモリの状態としては、中間仮説の証明において、全く異なる部分木の証明事項が採択されている状態、また上位の中間仮説とそれを証明するための下位の中間仮説の関連性を推論できない状態、さらに証明事項の無意味な反復が生じている状態である。

システムのガイドは、2つの形態がある。1つは、中間仮説や証明事項をキーにしながら、解法エキスパートはそれらを経由するような正しい証明プロセスを推論し求めていく。その場合、複数解が生じることもあり、プラン・サポート規則に従って、学習者が満足するまで出力する。一方、それらをキーにして、正しい証明プロセスを求めることができないとき、学習者に中間仮説として何を想定しているのかを改めて質問し、その段階で、その中間仮説の妥当性を評価する方法である。

このように対話の主導権が学習者からシステムに渡された後、学習者の不完全な証明計画を解法エキスパートによってガイドしていく対話手続き知識がプラン・サポート規則である、この規則を参照するエンジンは対話手続きモジュールのインタプリタであるが、まず混乱の状態（設定された中間仮説や真となっている証明事項）を理解状態記述メモリから解法エキスパート・モジュールの作業記憶に転送し、問題の前提とこれらを仮定として可能な証明の筋道を推論する。このときの推論結果を対話手続きモジュールのインタプリタは読み取り、その内容に対してプラン・サポート規則を参照し、対話のガイドを継続させる。この処理系の中では理解状態記述メモリの状態は変更されない、そして前述したいくつかの対話の形態が展開される。

## 9. むすび

幾何学の論証という学習世界において、学習者の様々な証明過程をモニタし、個々の学習者の証明計画に対応した、コーチ的な個別指導を展開する知的 CAI の枠組みを明確化することができた。

このシステムの有効性を検討するために、4名の学習者に対して学習実験を行い、プロトコル分析を行っ

た。その中の2人は、このシステムの機能や有効性を検討するために十分なレディネス（前提学力）を有していなかったため、評価から除外した。他の2人は、問題の認識から仮説の設定、証明プロセスにおける自己の誤りや、それに対するシステム側からのコーチ的コンサルテーションによって、誤った証明プロセスに気付いたり、理解を深めたことが認められた。しかしながら、システムが混乱の状態を正確に認識することに問題点が残る、今後の課題とされた。

また、本システムは、学習者の自由な表現形式による証明を可能な限り許容することを前提としているが、対象世界を限定しており、そこで使用される文型や単語に限られている等の理由により、表現の自由度は少ない。そこで、ユーザ側の文型や単語数を拡張する必要があろう。

また、学習者の証明計画に対する認識の方法が、オーバーレイモデルに基づいている。少なくとも、学習者がどういった背景となる知識を有しており、その知識ベースからどういった証明計画に陥りやすいのかを推論する前段階の処理系が必要のように思える。

さらに解法エキスパートの機能のさせ方において、誤った論証の筋道からどういった結論が導かれるかをシミュレートすることにより、先読み的な証明の軌道修正をするという教授戦略も考えられ、そういった機能の実現が今後必要とされよう。

最後に、このシステムの適用・応用範囲であるが、幾何の合同問題の分野においては、教材構造知識ベースと課題の構造表現に関する知識ベースを変更することで、実現できる（対話手続き知識ベースも要求されれば変更されよう）。その他の学習場面への適用・応用は、基本的なシステムの構造の維持を前提にして、回路網の世界（特に等価性において）等に応用の可能性が考えられよう。

## 参 考 文 献

- 1) Sleeman, D. and Brown, J.S.: *Intelligent Tutoring Systems*, Academic Press, London (1982).
- 2) 竹内ほか: 振動法による学習者モデル形成と教授知識について, 情報処理学会論文誌, Vol. 28, No. 1, pp. 54-63 (1987).
- 3) 池田ほか: 知的 CAI のための知識表現と機能推論, 電子情報通信学会技術研究報告, AI 86-41, pp. 71-78 (1986).
- 4) 岡本ほか: 幾何論証の学習世界における知的 CAI の構成について, 電子情報通信学会技術研

- 究報告, AI 87-25, pp. 9-18 (1987).
- 5) Anderson, J. R.: Tuning of Search of the Problem Space for Geometry Proofs, *Proceedings of the Seventh International Joint Conference on Artificial Intelligence*, Vol. 1, pp. 165-170 (1981).
- 6) Anderson, J. R., Boyle, C. F. and Yost, G.: The Geometry Tutor, *Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pp. 1-7 (1985).
- 7) Boyle, C. F. and Anderson, J. R.: Aquisition and Automated Instruction of Geometry Proof Skills, Paper presented at the 1984 AERA meetings (1984).
- 8) Greeno, J. G.: 問題解決の過程, サイエンス社, 東京 (1985).
- 9) Gelernter, J.: Realization of a Geometry-Theorem Proving Machine, Feigenbaum, E. A. and Feldman, J. (ed.), *Computers and Thought*, pp. 134-152, McGraw-Hill, New York (1963).

(昭和 62 年 8 月 14 日受付)

(昭和 63 年 1 月 19 日採録)



岡本 敏雄 (正会員)

昭和 22 年生。昭和 45 年京都教育大学教育学部卒業。昭和 50 年東京学芸大学大学院修士課程修了(教育心理学専攻)。(財)機械振興協会CAI 課研究員, 金沢工業大学工学部講師, 助教授をへて, 現在東京学芸大学教育情報科学教室助教授。専門分野は教育における知識工学の応用, 特に知的 CAI, 教育情報科学。電子情報通信学会「教育工学」研究専門委員会幹事, 同学会「人工知能と知識処理」研究専門委員会委員, CAI 学会理事, 日本教育工学会理事, 日本教育心理学会会員。



松田 昇 (正会員)

昭和 37 年生。昭和 60 年東京学芸大学教育学部数学教育学科卒業。昭和 61 年同大学院教育学研究科修士課程入学。現在, 同大学院在学。主に知的 CAI の研究に従事。電子情報通信学会, CAI 学会, 日本教育工学会, 日本数学教育学会各会員。