

## スモールワールドモデルのソーシャルメディアにおける協調の進化

平原 悠喜†

鳥海 不二夫‡

菅原 俊治†

早稲田大学 情報理工学専攻†

東京大学 システム創成学専攻‡

### 1 序論

近年, mixi, Twitter, Facebook など数多くのソーシャルメディアが流行し, ユーザは無料で利用できる. ソーシャルメディアでは基本的に, コンテンツの作成や発信は運営者側は行わずユーザが自発的に行う. 当然, コンテンツの作成には時間や労力がかかるので, 多数のユーザから継続的に情報提供されるには報酬が重要となる. 報酬は, 例えば記事投稿へのコメントと言った反応を得るつながり感のようなものとして与えられ, これらも運営者側でなくユーザ間で自発的に与え合うことでソーシャルメディアは成立している. しかし, 多数の投稿が継続する状態, つまり流行する条件はよく分かっていない. また, ソーシャルメディアの設計は場当たりの面も多い. このため, ソーシャルメディアのメカニズムを分析し, 流行するソーシャルメディアの理論モデルの構築が必要である.

これらの観点から, ソーシャルメディアの分析や制度設計を目指した研究は数多く行われている. 社会心理学的アプローチとして, 三浦らは質問紙調査によって Q&A コミュニティにおける参加動機を調査した [1]. その結果, 回答投稿動機として (1) 援助的動機 (2) 互酬的動機 (3) 社会的動機 (4) 報酬的動機の 4 つの因子の存在を明らかにした. 一方, ソーシャルメディアを抽象的に表現し, その特徴を調査した研究がある. Ghanem らはエージェントシミュレーションによって, ソーシャルネットワークにおける影響力のあるユーザについて調査した [2]. また, 鳥海らはソーシャルメディアの規範が成立する仕組みを, 公共財ゲームを適用して分析した [3]. この研究では, ソーシャルメディアにおいて報酬に対する報酬, すなわちコメント返しやコメントに対する「いいね!」などのメタ報酬が重要な役割を果たすことを示した. さらに, コメント利得がコメントコストを上回ることが, ソーシャルメディアにおいて協調優位な状況を継続させる鍵であることを明らかにした. しかし, [3] ではネットワーク構造が完全グラフを仮定している. 実際のソーシャルネットワークは一般に複雑ネットワークの性質を持ち, 完全グラフとは異なる性質を持つ [4]. そのため, 現実に近いネットワーク構造を持つ状況下において, 協調優位な状況となる条件を調査する必要がある.

そこで本研究では, 現実のソーシャルネットワークに近いネットワーク構造として, Watts と Strogatz が提案したスモールワールドモデルを用いる [5]. これは現実のネットワークでよく観測される「クラスター性」「スモールワールド性」「スケールフリー性」の 3 つの性質のうち, 「クラスター性」「スモールワールド性」の 2 つの性質を持つネットワークである. Watts と Strogatz のスモールワールドモデル (以下, 単にスモールワールドモデルと呼ぶ) は完全グラフと比べて, 現実のソーシャルネットワークに近い性質を持つと言える. 本研究では, このスモールワールドモデルでのソーシャルメディアにおけるメタ報酬の重要性を明らかにする. 完全グラフからスモールワールドモデルとなった場合でも, コメント返しなどのメタ報酬がソーシャルメディアの規範の促進に大きな影響を与えるのかを検証する. また, スモールワールドモデルのソーシャルメディアにおいて, 協調優位な状況となるコメントコストとコメント利得の関係や, 完全グラフの場合との差についても調査する. メタ報酬の重要性がスモールワールドモデルで明らかになれば, 現実のソーシャルメディアが流行する条件が分かり, ソーシャルメディアの設計指針になる.

本稿の構成は以下の通りである. 第 2 章で前提となる事項をまず示し, 第 3 章でソーシャルメディアのモデル化を行う. これらの章では, 公共財ゲームのソーシャルメディアへの適用と, スモールワールドモデルのネットワークについて説明する. 次に, 第 4 章で本研究において実施する 3 つの実験について説明する. 第 5 章で実験結果と考察を示し, 最後に第 6 章で結論を述べる.

## 2 準備

### 2.1 公共財としてのソーシャルメディア

以下に挙げるソーシャルメディアの 3 つの重要な特徴に着目する.

1. 参加者が情報を投稿しあうことで成立している.
2. 投稿には時間や労力のコストがかかるが, 報酬として自分の投稿に対する反応が得られる.
3. 読むだけのフリーライドも可能である.

これらの特徴より, ソーシャルメディアは公共財としての性質を持つと言える [3]. 公共財とは, 協力して生み出し共有される財である. 公共財への貢献のメカニ

Evolutional Cooperation on Social Media of Small World Model

†Yuki Hirahara †Waseda University

‡Fujio Toriumi ‡Tokyo University

†Toshiharu Sugawara

ズムを分析する方法として、公共財ゲームがある。公共財ゲームの基本的なゲーム構造は、 $n$ 人囚人のジレンマである。公共財ゲームにおける進化ゲームとしてAxelrodは、協調しない者に対して懲罰を与えるという行動原理を導入した規範ゲームとメタ規範ゲームを提案した[6]。これを基本モデルとして、多くの公共財問題に応用している[6]。しかし、これは協調しない者に懲罰を与えて規範を促進するモデルであり、ソーシャルメディアのような非参加者を罰する仕組みを持たず報酬のみによって規範を促進する公共財とは合致しない。そこで[3]において、図1に示す一般化メタ規範ゲームが提案された。これはAxelrodのメタ規範ゲームを拡張したもので、懲罰の双対的な構造として報酬を与えるという行動原理を追加したモデルである。

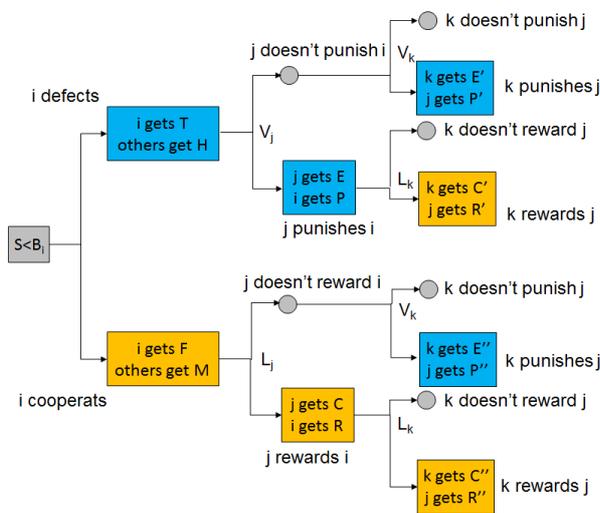


図1: 一般化メタ規範ゲームのモデル

## 2.2 Watts と Strogatz によるスモールワールドモデル

本研究では、エージェント同士を結ぶネットワークとして、現実のソーシャルネットワークに近いWattsとStrogatzが提案したスモールワールドモデルを用いる[5]。WattsとStrogatzは同類性(homophily)と弱い紐帯(weak ties)というソーシャルネットワークの基本的な性質の組み合わせにより、スモールワールドのモデルを自然かつ非常に単純に作成した。このモデルは現実ネットワークが持つと言われる性質のうち、クラスター性とスモールワールド性を持つ。スケールフリー性は持たないが、[3]で用いられた完全グラフより現実のソーシャルネットワークに近い構造となる。WattsとStrogatzによるスモールワールドモデルは、一般にWSモデルと呼ばれる。これは、WSモデルはパラメータの値によってはクラスター性やスモールワールド性を持たないこともあるからである。本研究では、WSモデルがスモールワールドネットワークとなる場合のパラメータを中心に用いる。

WSモデルが持つパラメータには、全体のエージェント数 $n$ 、次数(友達の数) $k$ 、weak tiesの割合 $p$ の3つがある。WSモデルのネットワークの作成方法を説明する。

1. エージェントをリング状に配置し、各エージェントについて $k/2$ 個先までの隣接するエージェントとエッジでつなぐ。
2. グラフのエッジの合計 $kn/2$ から、 $pkn/2$ 本のエッジをランダムに選択する。
3. 選択したエッジからどちらか一端のエージェントを切り離す。
4. 切り離したエッジの端をランダムに他のエージェントにつなぎかえ、これをweak tiesとする。ただし、元々エッジがつながっていたエージェントは選択できない。

シンプルな作り方のため、数学的な解析が容易というメリットもある。

本論文ではWSモデルのネットワーク構造を用いるが、weak tiesのつなぎかえ方には他の提案もある。世界をスモールワールドな構造にするのに中距離のweak tiesが重要な役割を果たすことから、WSモデルの問題点としてweak tiesのつなぎかえ方がランダムすぎるという指摘がある[7]。このように、スモールワールドネットワークについての議論は現在も続いている。本研究ではこれらの中で最も広く使われているWSモデルを用いる。

## 3 ソーシャルメディアのモデル化

### 3.1 ソーシャルメディアと報酬ゲーム・メタ報酬ゲームの対応

ソーシャルメディアに対応するものとして、協調者に報酬を与えて規範を促進する公共財ゲーム、報酬ゲームとメタ報酬ゲームがある。これらのゲームは、一般化メタ規範ゲーム(図1)において報酬のみに注目したモデルであり、そのモデルを図2に示す。メタ報酬ゲームは報酬ゲームの拡張であり、報酬に対する報酬が追加されたモデルである。

エージェントの集合を $A$ とする。エージェントはソーシャルメディアのユーザを指し、直接リンクを持つエージェントを友達とする。エージェントは協調または裏切りの行為を選択するが、エージェント $i (i \in A)$ が持つ2種類の学習パラメータ、協調する確率 $B_i$ と報酬を与える確率 $L_i$ によって決める。学習パラメータは後述べる遺伝的アルゴリズムの適用を想定し、離散的な値 $0/7, 1/7, \dots, 7/7$ をとる[6]。図2中のパラメータ $S (0 < S < 1$ の1様乱数)は発見率を表し、記事投稿の有無の判断、および記事投稿とコメントへの気づきの判定に用いる。図2のモデルで使用した各種パラメータ

の意味を表 1 に示す. 表 1 のパラメータの値は全エージェントで共通の値を持つ.

メタ報酬ゲームとソーシャルメディアの具体的な対応を説明する. ソーシャルメディアにおける協調とは記事投稿やコメントをすること, 裏切りとは記事投稿やコメントをしないことに対応する. したがって, 協調する確率  $B_i$  は記事投稿率  $B_i$  に, 報酬を与える確率  $L_i$  はコメント投稿率  $L_i$  に置き換えられる. コメントとはコメントだけに限らず, 「いいね!」などのリアクションも含む. 記事投稿→報酬→メタ報酬の関係性については, 以下のような例がある.

- SNS : 日記の投稿→コメント, イイネ→コメントへの返信, コメントへのイイネ
- Q&A サイト : 質問の投稿→回答の投稿→回答へのお礼
- レシピ投稿サイト : レシピの投稿→感想の投稿→感想へのお礼

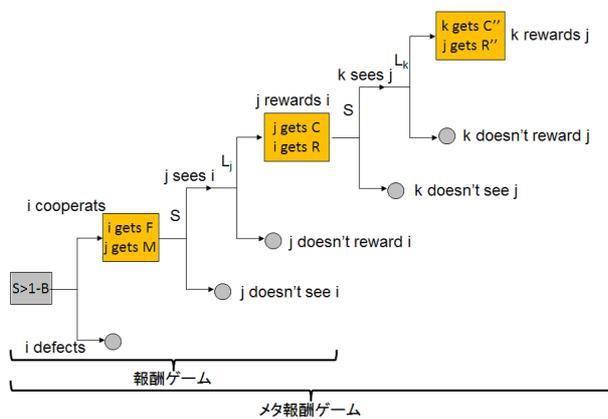


図 2: 報酬ゲーム・メタ報酬ゲームのモデル

表 1: 報酬ゲーム・メタ報酬ゲームのパラメータ

意味	パラメータ
記事投稿コスト	$F$
記事利得	$M$
コメントコスト	$C$
コメント利得	$R$
コメント返しコスト	$C''$
コメント返し利得	$R''$

### 3.2 報酬ゲーム・メタ報酬ゲームのエージェントモデル

$n$  人のエージェント ( $|A| = n$ ) で構成されるネットワーク上の集団をグラフ  $G = (A, E)$  と考える. ここで,  $E$  はエッジの集合であり, エージェント間の友達関係を表す.

報酬ゲームとメタ報酬ゲームの全体の流れを説明する. まず, エージェント  $i$  は記事投稿率  $B_i$  により記事投稿の有無を決める (図 2 参照). 記事投稿率  $B_i$  と発見率  $S$  の関係が  $S < 1 - B_i$  の場合は, 記事投稿をせずフローは終了する.  $S > 1 - B_i$  のとき,  $i$  は記事投稿コスト  $F$  を払って記事投稿し,  $i$  の友達であるエージェント  $j$  は記事利得  $M$  を得る. 次に,  $j$  は発見率  $S$  の確率で  $i$  の記事投稿に気づく. 気づかなければフローは終了する. 気づいた場合,  $j$  はコメント投稿率  $L_j$  の確率でコメントする. コメントしなければフローは終了する. コメントする場合はコメントコスト  $C$  を払ってコメントし,  $i$  はコメント利得  $R$  を得る. ここまでが報酬ゲームの流れである.

メタ報酬ゲームでは, 上記の流れの後にメタ報酬のフローが発生する.  $j$  の友達であるエージェント  $k$  は, 発見率  $S$  の確率で  $j$  のコメントに気づく. 気づかなければフローは終了する. 気づいた場合,  $k$  はコメント投稿率  $L_k$  の確率でコメント返す. コメント返ししなければフローは終了する. コメント返す場合はコメント返しコスト  $C''$  を払ってコメント返しをし,  $j$  はコメント返し利得  $R''$  を得る. ここまでがメタ報酬ゲームの流れである. 本研究のモデルは以上でフローを終了し, メタ報酬に対する報酬といった続き方はしない.

なお, 発見率  $S$  はエージェントの記事投稿の有無を判定する際にランダムに生成し, その記事においての記事投稿やコメントへの気づきの判定でも同一の値を用いる [6]. これにより, 例えば生成された発見率  $S$  が低い場合は, 記事投稿やコメントを他のエージェントに気づいてもらいにくいので, 記事投稿率  $B_i$  が比較的高い ( $S > 1 - B_i$ ) エージェントのみが記事を投稿する. また, 完全グラフの場合は他エージェント全てと友達であったが, スモールワールドモデルでは友達であるエージェントは全体のうちの一部である. Axelrod のメタ規範ゲームでは  $i \neq k$  であったが, メタ報酬ゲームでは自分の投稿に関してコメント返しをすることもあるので,  $i = k$  の場合もありうる.

### 3.3 遺伝的アルゴリズムによる進化

報酬ゲーム・メタ報酬ゲームともに進化ゲームである. 各エージェントが記事投稿の機会を 4 回得ることで 1 世代とし, 1 世代終わるごとに各エージェントの適応度に基づき, 遺伝的アルゴリズムを用いて次世代のエージェントを決定する. 適応度とは, エージェントが各世代で得た報酬と払ったコストの和である. Axelrod のオリジナルのモデルでは標準偏差を使った方法で進化させているが, 本研究では遺伝的アルゴリズムを用いる. もともと標準偏差を使った進化の方法は遺伝的アルゴリズムからヒントを得ており, 標準偏差を用いるよりも遺伝的アルゴリズムを用いる方が自然と考えられているからである [8]. エージェント  $i$  は, 記事投

稿率  $B_i$  とコメント投稿率  $L_i$  での表現にそれぞれ 3 ビット、すなわち計 6 ビットの遺伝子を持つ。このエンコードは [6] を参考とした。また、6 ビットの初期値はランダムに決定する。エージェントは各世代で得た適応度に応じて親として選ばれる。これを繰り返し、10000 世代を経て残ったエージェントの学習パラメータを調査する。

なお、本研究ではスモールワールドモデル上で進化させるため、親として選択できるエージェントは自分と自分に隣接するエージェントのみとする。具体的には、各エージェントごとに自分と自分に隣接するエージェントについて適応度に基づいてルーレット選択を行い、親を 2 体選んで子を 1 体生成する。詳細を以下に述べる。

### 3.3.1 適応度

エージェント  $i$  は隣接するエージェントから適応度を受け取り自分の適応度と比べて、自分が親として選ばれる割合を示す  $\Pi_i$  を以下の式で計算する。

$$\Pi_i = \frac{(v_i - v_{min})^2}{\sum_{h \in N_i} (v_h - v_{min})^2} \quad (1)$$

ここで、 $v_i$  はエージェント  $i$  の適応度、 $N_i$  は  $i$  と  $i$  に隣接するエージェントの集合、 $v_{min}$  は  $N_i$  の中で最も低い適応度を持つエージェントの適応度とする。

### 3.3.2 交叉

隣接するエージェントから  $\Pi_h$  の値を受け取り、それらの値のルーレット選択で親エージェント 2 体を選ぶ。それら 2 体を一様交叉して得られた一方をランダムに選択し、 $i$  の子とする。

### 3.3.3 突然変異

遺伝子の各ビットにおいて、1% の確率で反転する可能性を持たせる。仮に 20 体のエージェントとすると、各世代交代ごとに約 1 体の確率でエージェントが突然変異を起こす ( $20 \text{ 体} \times 6 \text{ ビット} \times 0.01 = 1.2 \text{ 体}$ ) こととなる。

## 4 実験

スモールワールドな構造を持つ WS モデルを用い、ネットワーク構造が報酬ゲーム・メタ報酬ゲームに与える影響を調べる。まず、実験 1 で WS モデルのネットワークにおいて報酬ゲームとメタ報酬ゲームを行い、平均記事投稿率と平均コメント投稿率の推移を調査する。次に、実験 2 でメタ報酬ゲームにおいて WS モデルのパラメータを変化させる。具体的には、全体のエージェント数  $n$  を 1000 と固定し、次数  $k$  を 2~20、weak ties の割合  $p$  を 0~1 で変化させた場合の平均記事投稿

率の推移を調べる。この際、スモールワールドな構造を持たないネットワークも現れる。最後に、実験 3 でメタ報酬ゲームにおけるコメントコスト  $C$  とコメント利得  $R$  の関係について調べる。具体的には、コメントコスト  $C$  の値を 2 と固定し、コメント利得  $R$  の値を 0~9 で変化させた場合の平均記事投稿率と平均コメント投稿率の推移を調査する。

実験で用いる報酬ゲーム・メタ報酬ゲームのパラメータは  $F = -3.0$ ,  $M = 1.0$ ,  $C = -2.0$ ,  $R = 9.0$ ,  $C'' = -2.0$ ,  $R'' = 9.0$  とする。ただし、実験 3 では  $R$  の値を変化させる。これらのパラメータの値は、Axelrod が規範ゲーム・メタ規範ゲームで用いた値に対して双対的なものである。 $B_i$ ,  $L_i$  は第 3.3 節で述べたようにランダムに与える。実験 1 と実験 3 で用いる WS モデルのパラメータを表 2 に示す。この条件では、WS モデルはスモールワールドネットワークとなる。また、weak ties の本数は 100 となる。

表 2: WS モデルのパラメータ

パラメータ	値
全体のエージェント数 $n$	1000
次数 $k$	20
weak ties の割合 $p$	0.01

## 5 実験結果と考察

### 5.1 実験 1: 報酬ゲーム・メタ報酬ゲーム

図 3 に報酬ゲーム 10000 世代までの平均記事投稿率と平均コメント投稿率の推移のグラフを示す。図 3 は、平均記事投稿率・平均コメント投稿率ともに低く推移することを示している。

この実験から、報酬ゲームでは協調優位な状況にならないことが分かった。これは、完全グラフの場合と同様の結果である。報酬ゲームでは、モデルの構造的に直接的なコメント投稿率を上げる誘因が存在しない。たとえコメントコストに対するコメント利得の効率が高くても、自分に見返りがなければコメント投稿率は維持できない。平均コメント投稿率が低ければ記事を投稿するメリットは小さく、協調優位な状況とはならない。

ソーシャルメディアの観点から考察すると、記事の投稿に対して単にコメントを与えるだけのシステムでは、そのソーシャルメディアは利用されなくなることを示唆している。これは、コメントを与えるモチベーションが高くなり、次第にコメントが減少し、それにもない記事投稿の報酬も小さくなるからである。

図 4 にメタ報酬ゲーム 10000 世代までの平均記事投稿率と平均コメント投稿率の推移のグラフを示す。平

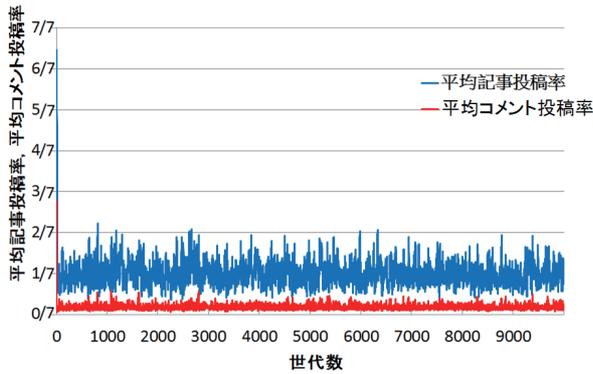


図3: 報酬ゲームにおけるグラフの挙動

均記事投稿率・平均コメント投稿率ともに高く維持された。

実験から、メタ報酬ゲームでは協調優位な状況となることが分かった。平均記事投稿率が6/7であり完全に協調支配的ではないが、安定的に十分高い値を保っている。これは、完全グラフの場合と同様の結果である。WSモデルのような現実に近いネットワーク構造でも、メタ報酬ゲームは協調優位な状況となることが分かった。

ソーシャルメディアの観点から考察すると、コメントに対してコメント返しができるシステムはソーシャルメディアとして流行する可能性があると言える。コメント返しなどのメタ報酬の存在によってコメントを投稿するモチベーションが高まり、記事投稿率も高く維持される。

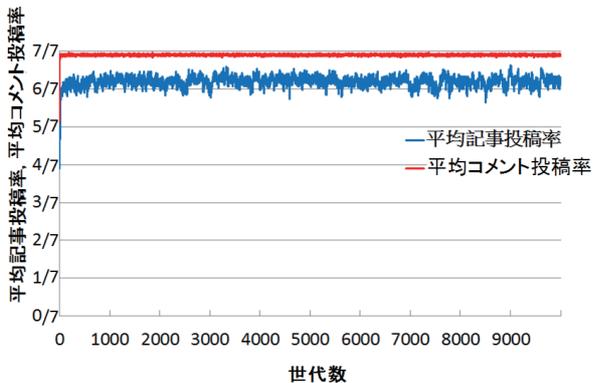


図4: メタ報酬ゲームにおけるグラフの挙動

## 5.2 実験2: WSモデルのパラメータを変化させた場合の平均記事投稿率

報酬ゲームとメタ報酬ゲームにおいて、WSモデルの次数 $k$ とweak tiesの割合 $p$ を変化させた場合の平均記事投稿率のグラフをそれぞれ図5, 6に示す。これらのパラメータを変化させても報酬ゲームでは協調優位な状況にならないが、メタ報酬ゲームでは協調優位な

状況になる。ただし、メタ報酬ゲームでも次数が極端に少ない場合は、協調優位な状況にならない。

実験から、weak tiesの割合が1に近い場合、つまりWSモデルがランダムネットワークに似た構造となる場合[4]でも、メタ報酬ゲームは協調優位な状況になる。これは、より広義の意味でのソーシャルメディアでも、メタ報酬という構造が重要な役割を果たすことを示す。報酬によって成立する公共財は、特にweb上で多く見られる。例えば動画共有サイトやネット掲示板の設計においても、流行させるための条件としてメタ報酬の構造を取り入れるべきである。

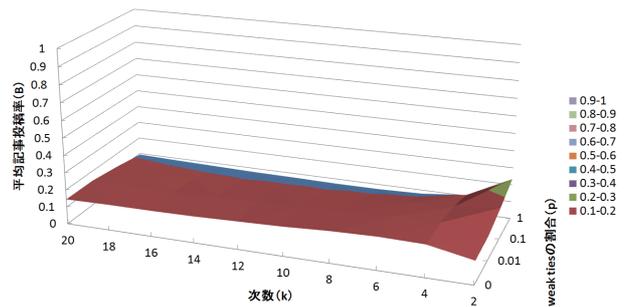


図5: 次数とweak tiesの割合と平均記事投稿率(報酬ゲーム)

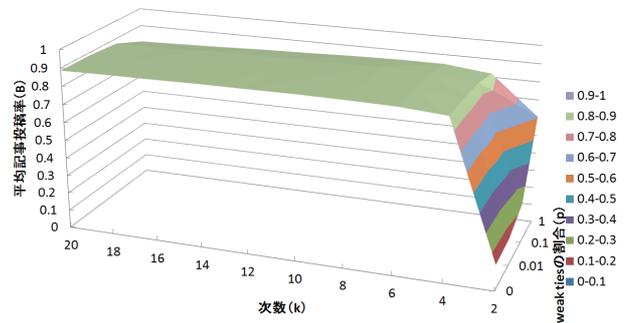


図6: 次数とweak tiesの割合と平均記事投稿率(メタ報酬ゲーム)

## 5.3 実験3: メタ報酬ゲームにおけるコメントコストとコメント利得の関係

図7に、メタ報酬ゲームにおけるコメントコスト $C$ とコメント利得 $R$ の関係について示す。この図より、コメントコスト $C=2$ の場合はコメント利得 $R$ が約2.37を上回るとき協調優位な状況となることが分かる。

実験から、協調優位な状況となるのはコメント利得 $R$ がコメントコスト $C=2$ をある程度上回る場合ということが分かった。この値を少しでも下回ると、規範は一挙に崩壊する。この結果は、コメント利得がコメントコストよりある程度上回るとき、流行の状態が続くことを示している。また、コメント利得の閾値付近

における規範の移り変わりは激しく、協調支配的と裏切り支配的の間の領域は非常に狭いことが分かる。

完全グラフの場合と比較すると、完全グラフの場合の協調優位となるコメント利得の閾値は約2.2であることから [3], WS モデルの場合の方が流行するハードルが若干高いと言える。今後メタ報酬ゲームを実際のソーシャルメディアに近づけた場合、この閾値が重要なポイントである。完全グラフの場合では、ソーシャルメディアの流行にはコメント利得がコメントコストをわずかでも上回れば良いという結論であったが、今回の WS モデルの結果はこれをさらに上回る利得が必要となる。今後、他のネットワークでの調査の必要性を示している。

ソーシャルメディアの観点からは、コメント利得がコメントコストをわずかでも上回る鍵として、mixi の足あと機能や LINE の既読機能がある。これらはただ記事を見ただけで自動的にリアクションとなる、いわばコメントコストがほぼ0のリアクションである。このような機能を嫌うユーザが多いのも事実だが、コメント利得がコメントコストをある程度上回ることが協調優位な状況となる分水嶺なので、ソーシャルメディアの規範の促進に大きな影響を与えている可能性が高いと考えられる。

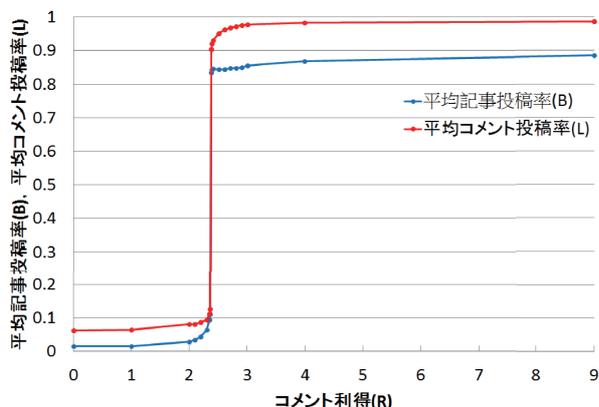


図7: メタ報酬ゲームにおけるコメントコストとコメント利得の関係

## 6 結論

本研究では、Watts と Strogatz が提案したスモールワールドネットワーク上で、ソーシャルメディアを表現するのに適した公共財ゲームである報酬ゲームとメタ報酬ゲームの振る舞いを明らかにした。また、メタ報酬ゲームで協調優位な状況となるコメントコストとコメント利得の関係を明らかにした。

WS モデルを用いた報酬ゲームとメタ報酬ゲームの比較によって、完全グラフの場合と同じようにメタ報酬が重要であることが確認された。さらに、WS モデル

でも完全グラフと同じように、コメント利得がコメントコストをある程度上回ることが協調優位な状況となる鍵であることも明らかにした。言い換えると、労力や時間をかけても相手に喜びを与える効率の悪いソーシャルメディアが流行することは難しい。

今後の課題として、スケールフリーなネットワーク上でのシミュレーションが挙げられる。今回、クラスター性、スモールワールド性が高い WS モデルでシミュレーションを行ったが、実際のソーシャルネットワークはスケールフリーな構造を持つ。よって、BA モデルや CNN モデルを導入したネットワークがソーシャルメディアに与える影響を調査する。

## 参考文献

- [1] 三浦麻子, 川浦康至. “人はなぜ知識共有コミュニティに参加するのか: 質問行動と回答行動の分析,” 社会心理学研究, Vol. 23, No. 3, pp. 233-245, 2008.
- [2] Amer G. Ghanem, Srinivasa Vedanarayanan, Ali A. Minai. “Agents of Influence in Social Networks,” Proc. of the Autonomous Agents and MultiAgent Systems, Vol. 1, pp. 551-558, 2012.
- [3] 鳥海不二夫, 山本仁志. “ソーシャルメディアにおける協調の進化: 公共財ゲームを用いたモデル化,” Joint Agent Workshop and Symposium, 2011.
- [4] 増田直紀, 今野紀雄. 複雑ネットワークの科学, 産業図書, 2005.
- [5] Duncan J. Watts, Steven H. Strogatz. “Collective dynamics of ‘small-world’ networks,” Nature 393, pp. 440-442, 1998.
- [6] Robert Axelrod. “An Evolutionary Approach to Norms,” The American Political Science Review, Vol. 80, No. 4, pp. 1095-1111, 1986.
- [7] David Easley, Jon Kleinberg. Networks, Crowds, and Markets: Reasoning About a Highly Connected World, Cambridge University Press, 2010.
- [8] 山本仁志, 岡田勇. “社会的ワクチン:裏切りによる協調の進化,” 電子情報通信学会論文誌, Vol. J94-D No. 11, pp. 1836-1846, 2011.