

# Wavelet 係数のスケール間依存性を利用した複素 Hard Color-Shrinkage 雑音除去法

## Complex Hard Color-Shrinkage Denoising Method Utilizing Inter-scale Dependence of Wavelet Coefficients

小針 力† Tsutomu Kobari  
小松 隆† Takashi Komatsu  
齊藤 隆弘† and Takahiro Saito

### 1. はじめに

著者らはカラー画像の雑音除去を目的とし、冗長 Wavelet 変換領域において Hard Color-Shrinkage を適用する手法について検討を行ってきた<sup>[1]</sup>。本稿では、冗長 Wavelet 変換領域におけるスケール間相互依存性を、複素係数に対して構成した複素 Hard Color-Shrinkage 法によって雑音除去に活用できることを示し、またスケール間相互依存性を用いない場合よりも、雑音除去性能が改善されることを実験的に明らかにしている。

### 2. Hard Color-Shrinkage 法

一変数の  $l^0$ - $l^2$  型雑音除去最適化問題は次式で定義され、その最適解として古典的な Hard Shrinkage 法が得られる。

$$\inf_x \left( |x|^0 + \frac{\lambda}{2} \cdot |x - x_0|^2 \right) \quad (1)$$

$x$ : 出力 Wavelet 係数,  $x_0$ : 入力 Wavelet 係数

筆者らは、先に、三原色カラー信号間の強い相互依存性を積極的に活用するため、色差と色和の  $l^0$  ノルムを導入し、次式の最適化問題を定義し、その最適解として Hard Color-Shrinkage 法を導出した<sup>[1]</sup>。

$$\inf_{r,g,b} E(r,g,b) := \left[ \begin{array}{l} |r|^0 + |g|^0 + |b|^0 + \alpha \cdot |r-g|^0 + \alpha \cdot |g-b|^0 + \alpha \cdot |r-b|^0 \\ + \beta \cdot |r+g|^0 + \beta \cdot |g+b|^0 + \beta \cdot |r+b|^0 \\ + \frac{\lambda_R}{2} \cdot |r-r_0|^2 + \frac{\lambda_G}{2} \cdot |g-g_0|^2 + \frac{\lambda_B}{2} \cdot |b-b_0|^2 \end{array} \right] \quad (2)$$

$r, g, b$ : 三原色出力 Wavelet 係数

$r_0, g_0, b_0$ : 三原色入力 Wavelet 係数

この最適化問題を特徴付けるパラメータ  $\alpha, \beta, \lambda_p$  ( $p = R, G, B$ ) は、次式の条件を満足するように設定される。

$$\alpha \geq 0, \beta \geq 0, \lambda_p > 0 \quad (p = R, G, B) \quad (3)$$

式(2)の最適化問題には、24 通りの可能解が存在する。これらの可能解の中から、エネルギー関数  $E$  を最小とする可能解の一つを選択し、Hard Color-Shrinkage の出力とする。

### 3. 冗長 Wavelet 変換領域での雑音除去

ここでは、Wavelet 変換にはサブサンプリングを行わない冗長なシフト不変 Haar Wavelet 変換を用いている。冗長 Wavelet 変換では、まず入力画像を 4 種類の成分に分解し、

その中のスケーリング成分（縦横共に低周波の成分）をさらに 4 種類の成分に分解していく。その結果、入力画像は、複数の階層（スケール）を持った冗長 Wavelet 変換領域へと変換される。ここで、スケールは模様成分の細かい順にレベル 1, 2, 3, 4, 5 と呼ぶ。レベル値が大きくなるほど、低周波数の成分となる。

### 4. スケール間依存性

冗長 Wavelet 係数のスケール間相互依存性を、実カラー画像を用いて調査した。ここでは、その一例として、KODAK 標準画像 kodim22<sup>[2]</sup> に冗長 Haar Wavelet 変換を適用し、その一部領域（横 284-340, 縦 96-125 の範囲、画像中の屋根の部分）における同座標の隣り合うスケール間の Wavelet 係数を、図 1, 図 2 において、二次元座標上にプロットして示した。ここでは、緑色信号の LH 成分（縦方向に高周波数、横方向に低周波の成分）について示している。図 1 に示したように、下位スケール（レベル 1, 2）では強い相互依存性が確認できなかったのに対し、図 2 に示したように上位スケール（レベル 3, 4, 5）では明確な相互依存性が確認できた。他の画像領域においても何らかの相互依存関係を示しており、隣り合うスケール間においてスケール間依存性がある程度存在していることが確認された。下位スケールは、細かな模様成分に対応しているため、強い相互依存関係をもたないが、雑音量及び画像によっては、上位スケール同様にスケール間の依存性が多少は存在する。

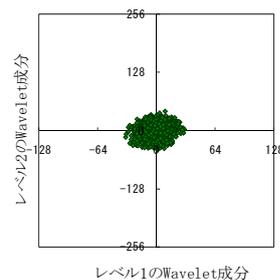


図 1 緑 LH 成分におけるレベル 1, 2 間の相互依存性

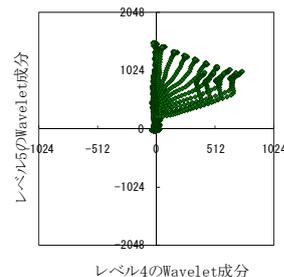


図 2 緑 LH 成分におけるレベル 4, 5 間の相互依存性

† 神奈川大学, Kanagawa University

## 5. Hard Color-Shrinkage法の複素係数への拡張とスケール依存性を活用した雑音除去への応用

実係数の  $l^0$  ノルムは、次式にて複素係数  $z$  の  $l^0$  ノルムへと自然に拡張される。

$$|z| := \begin{cases} 0, & \text{if } z = x + iy = 0 \Leftrightarrow |z| = 0 \\ 1, & \text{if } z = x + iy \neq 0 \Leftrightarrow |z| \neq 0 \end{cases}, \quad z_o = x_o + iy_o. \quad (4)$$

式(1)の実 Hard Shrinkage の最適化問題の実係数の  $l^0$  ノルムの代わりに、式(4)の複素係数  $z$  の  $l^0$  ノルムを導入することで、その最適解として複素係数  $z$  に対する複素 Hard Shrinkage 法を与える最適化問題が、次式にて定式化される。

$$\inf_z \left( |z|^0 + \frac{\lambda}{2} \cdot |z - z_o|^2 \right) = \begin{cases} 1 + \frac{\lambda}{2} \cdot \left\{ (x - x_o)^2 + (y - y_o)^2 \right\}, & \text{if } z \neq 0 \\ \frac{\lambda}{2} (x_o^2 + y_o^2), & \text{if } z = 0 \end{cases} \quad (5)$$

$z$ : 出力複素係数,  $z_o$ : 入力複素係数

さらに、三原色カラー信号間の相互依存性を考慮した複素 Hard Color-Shrinkage 法は、次式の最適化問題の最適解として与えられる。

$$\inf_{\hat{r}, \hat{g}, \hat{b}} E_c(\hat{r}, \hat{g}, \hat{b}) := \left( \begin{array}{l} |r|^0 + |g|^0 + |b|^0 + \alpha \cdot |r - \hat{r}|^0 + \alpha \cdot |g - \hat{g}|^0 + \alpha \cdot |r - \hat{b}|^0 \\ + \beta \cdot |r + \hat{g}|^0 + \beta \cdot |g + \hat{b}|^0 + \beta \cdot |r + \hat{b}|^0 \\ + \frac{\lambda_R}{2} \cdot |r - r_o|_w^2 + \frac{\lambda_G}{2} \cdot |g - g_o|_w^2 + \frac{\lambda_B}{2} \cdot |b - b_o|_w^2 \end{array} \right) , \quad |z|^0 = \begin{cases} 0, & z = 0 \\ 1, & z \neq 0 \end{cases}, \quad |z|_w^2 = x^2 + w \cdot y^2; \quad z = x + iy$$

$$\hat{r} = r^{(1)} + ir^{(2)}; \quad \hat{g} = g^{(1)} + ig^{(2)}; \quad \hat{b} = b^{(1)} + ib^{(2)} \quad (6)$$

$$\hat{r}_o = r_o^{(1)} + ir_o^{(2)}; \quad \hat{g}_o = g_o^{(1)} + ig_o^{(2)}; \quad \hat{b}_o = b_o^{(1)} + ib_o^{(2)}$$

$\hat{r}, \hat{g}, \hat{b}$ : 三原色出力複素係数

$\hat{r}_o, \hat{g}_o, \hat{b}_o$ : 三原色入力複素係数

式(6)では、三原色複素係数の重み付き  $l^2$  ノルムを実部の 2 乗と虚部の 2 乗の荷重和の平方根として定義している。ここで、 $w$  は重み付き  $l^2$  ノルムの重みパラメータである。式(6)の最適化問題には、式(2)の実 Hard color-shrinkage の最適化問題と同様に計 24 個の可能解が存在する。これらの可能解の中から、式(6)のエネルギー関数  $E_c$  を最小とする可能解が一つ複素 Hard Color-Shrinkage 出力として選択される。

複素 Hard color-shrinkage 法は、スケール間の相互依存性を考慮した Shrinkage 法として活用できる。まず、最初に最上位スケールの Wavelet 係数には実 Hard color-shrinkage 法を適用し、それより下位のスケールの Wavelet 係数は直上位のスケールの Wavelet 係数とのスケール間依存性を考慮して雑音除去するため複素 Hard color-shrinkage 法を適用し、上位スケールから下位スケールへと順に処理する。複素 Hard color-shrinkage 法に当たっては、複素係数の実部に処理対象スケールの Wavelet 係数を対応付け、虚部に処理対象より上位のスケールの Wavelet 係数を対応付け、その

複素出力係数の実部にて処理対象スケールの Wavelet 係数を書き換える。

## 6. カラー画像雑音除去への応用

KODAK 標準画像 kodim22 [2] に標準偏差  $\sigma_N = 20$  のガウス性雑音を付加した雑音付加画像を作成し、雑音除去シミュレーションを行った。図 3 に原画像、図 4 に雑音付加画像、図 5 にスケール間依存性を活用しない従来の Hard Color-Shrinkage 法による雑音除去画像、図 6 に複素 Hard Color-Shrinkage 法にてスケール間依存性を活用した際の雑音除去画像を示した。図 5 の従来法を用いた場合と比較し、図 6 の本手法では、空のような緩やかに変化する画像領域において、雑音除去によるアーチファクト (Wavelet Outlier と呼ばれる歪) の発生がある程度抑えられ、雑音除去能力が改善された。また、従来法と比較し、本手法では、テストカラー画像 kodim22 の場合、PSNR が約 0.23[dB] 向上した。

## 7. むすび

複素 Hard Color-Shrinkage 法によって Wavelet 係数のスケール間依存性を雑音除去に活用することで、緩やかに変化する画像領域において、アーチファクトの発生が抑制され、雑音除去能力が改善された。今後、適切にパラメータを設定する方法や、細かな模様を含む画像領域において、精細なテクスチャを選択的に保存する手法等について検討する必要がある。



図3 原画像



図4 雑音付加画像



図5 従来法による雑音除去画像



図6 本手法による雑音除去画像

## 8. 文献

- [1] 齊藤隆弘, 上田康隆, 藤井信宏, 小松 隆, “カラー画像疎表現のための Hard Color-Shrinkage と雑音除去への応用,” 信学論(D), Vol.J93-D, No.9 pp.1685-1689, Sep.2010.
- [2] <http://r0k.us/graphics/kodak/>