

ショートノート

## 開口径変化からの距離抽出のための幾何光学モデル†

岩根 雅彦‡

一般の照明下で開口径の異なる条件で撮像した焦点はすれ収差によるボケを伴う二枚の画像から対象物体までの距離を推定する方法を幾何光学モデルにより導出する。まず、焦点はすれによる点広がり関数を光強度分布が一様な円板として取り扱う幾何光学的モデルを示した。つぎに幾何光学的空间周波数特性のフーリエスペクトルはガウス形関数で近似できることを示し、錯乱円半径とガウス形関数の関係を明確にした。二枚のボケ画像のフーリエスペクトルの比は錯乱円半径のみに依存することを示し、二枚のボケ画像から最小自乗法によってボケの広がり半径を推定して対象物体までの距離を推定できることを示した。

## 1.はじめに

一般の照明下におけるTVカメラ画像からの距離情報の抽出には、三角測量の原理による両眼立体視法とボケ画像のボケ量を利用した方法がある<sup>1)</sup>。ボケ量からの距離情報の抽出には、撮像面を移動させて合焦点の前後の二つのボケの大きさが等しくなるように焦点調節を行って距離算出するコントラスト法<sup>2)</sup>および点広がり関数をガウス関数であると仮定してボケの広がり半径から距離情報を抽出する方法<sup>3), 4)</sup>がある。コントラスト法ではボケ量を直接的に算出するものではなく、また焦点調節のための特別な機構を必要とする。またボケの広がり半径による方法では焦点はすれによる点広がり関数をガウス関数とする正当性およびボケの広がり半径とガウス関数の分散との関係などのモデル化における理論的考察が十分でない。

ここでは、ボケの広がり半径による方法で提案されている開口径の異なる二枚のボケ画像から距離情報を抽出する手法に対して、上述の問題点を解決する方法について述べる。まずボケ画像を幾何光学の立場からモデル化し、焦点はすれ収差の空間周波数特性のフーリエスペクトルをガウス関数で近似して錯乱円半径とボケ量との関係を示す。そして二枚のボケ画像から錯乱円半径を推定し結像式より対象物体までの距離を推定する方法を示す。

## 2.ボケのモデル化

## 2.1 幾何光学モデル

TVカメラの撮像系を一枚の円形開口薄レンズと仮定し、光軸に垂直に対象物体面および撮像面をおき、対象物体面と光軸との交点を対象点とよぶ。図1において、レンズの焦点距離を $f$ 、対象点とレンズまでの距離を $d$ 、対象点が結像する点とレンズとの距離（結像点距離）を $d_1$ 、撮像面とレンズとの距離（撮像面距離）を $d_2$ とすると、結像条件より次式が成り立つ。

$$1/d + 1/d_0 = 1/f \quad (1)$$

$$1/d_1 + 1/d_2 = 1/f \quad (2)$$

結像点 $p$ から距離 $d_1 - d_0$ された面上では幾何光学的錯乱円は半径 $r_0$ の光強度分布が一様な円板と考えることができるので点広がり関数 $h(x, y)$ は次式で表すことができる<sup>5), 6)</sup>。

$$\left. \begin{array}{l} h(x, y) = 1/\pi r_0^2 : 0 < \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_0 \\ h(x, y) = 0 : \sqrt{x^2 + y^2} > r_0 \end{array} \right\} \quad (3)$$

レンズの開口半径を $a$ とすれば錯乱円半径 $r_0$ とのあいだに相似関係から次式が成り立つ。

$$a/d_0 = r_0/(d_2 - d_0) \quad (4)$$

(1)(4)式よりレンズと対象点間距離 $d$ は次式となる。

$$d = afd_2 / \{ad_2 - f(a + r_0)\} \quad (5)$$

レンズの $F$ ナンバと開口径 $a$ および焦点距離 $f$ の関係は次式で表せる。

$$F = f/2a \quad (6)$$

(5)(6)式より $d$ は次式で与えられる。

$$d = fd_2 / (d_2 - 2Fr_0 - f) \quad (7)$$

† Geometrical Optics Model for Extracting Distance from Defocused Images with Different Aperture Sizes by MASAHICO IWANE (Department of Electrical, Electronic and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Kyushu Institute of Technology).

‡ 九州工業大学工学部電気工学科

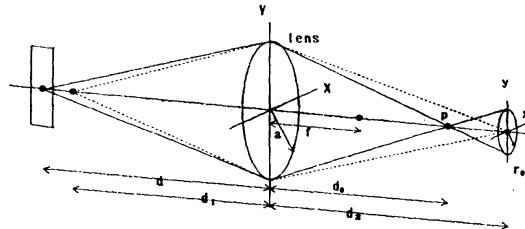


図 1 焦点はずれ収差の誤乱円  
Fig. 1 Blur circle on defocused aberration.

(7)式より誤乱円半径  $r_0$  と撮像面距離  $d_2$  が既知であれば対象物点までの距離が推定できる。

## 2.2 焦点はずれ収差の空間周波数特性

図 1 に示したレンズ系の焦点はずれ収差の幾何光学的空间周波数特性は誤乱円の 2 次元フーリエ変換として与えられる<sup>6)</sup>。

$$H(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp[-j2\pi(ux + vy)] dx dy \quad (8)$$

そこで、 $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ ,  $u = w \cos \phi$ ,  $v = w \sin \phi$  とおくと (3) 式は

$$h(r) = 1/\pi r_0^2 : 0 < r \leq r_0$$

$$h(r) = 0 : r > r_0$$

となる。 (8) 式に代入して計算すると次式となる。

$$\begin{aligned} H(w, \phi) &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} h(r) \exp[-j2\pi w r \cos(\theta - \phi)] \\ &\quad \cdot r dr d\theta \\ &= (2/r_0)^2 \left[ \int_0^{r_0} J_0(2\pi r w) r dr \right] \quad (9) \end{aligned}$$

ただし  $J_0$  は 0 次のベッセル関数である。

一方、

$$\int z J_0(z) dz = z J_1(z)$$

であるので、 (9) 式は次式となる。

$$H(w, \phi) = 2J_1(2\pi r_0 w)/(2\pi r_0 w)$$

ただし  $J_1$  は 1 次のベッセル関数である。

上式を  $u-v$  領域に戻すと次式となる。

$$H(u, v) = 2J_1(2\pi r_0 \sqrt{u^2 + v^2})/(2\pi r_0 \sqrt{u^2 + v^2}) \quad (10)$$

(10) 式は焦点はずれ収差の幾何光学的空間周波数特性である。

## 3. 距離の推定

### 3.1 ボケ画像の定式化

通常の照明で撮像した焦点はずれによるボケ画像の

光強度分布  $f_i(x, y)$  は結像面で結像したときの画像の光強度分布  $f_0(x, y)$  と点広がり関数  $h(x, y)$  の畳み込み積分で表現できる。

$$\begin{aligned} f_i(x, y) &= f_0(x, y) * h(x, y) \\ &= \iint f_0(x', y') h(x-x', y-y') dx' dy' \end{aligned} \quad (11)$$

光強度領域での畳み込み積分は空間周波数領域ではフーリエ変換の積となる。

$$F_i(u, v) = F_0(u, v) H(u, v)$$

$$F_i(u, v) = \iint f_i(x, y) \exp(-j2\pi(ux + vy)) dx dy$$

$$\begin{aligned} F_0(u, v) &= \iint f_0(x, y) \exp(-j2\pi(ux + vy)) dx dy \\ & \quad (12) \end{aligned}$$

上式においてフーリエスペクトルをとると次式となる。

$$\begin{aligned} |F_i(u, v)| &= |F_0(u, v) H(u, v)| \\ &= |F_0(u, v)| |H(u, v)| \end{aligned} \quad (13)$$

焦点はずれ収差の幾何光学的空间周波数特性  $H(u, v)$  は (10) 式で与えられているが、そのフーリエスペクトルは簡単な関数で厳密に表現できない。そこでガウス形関数  $G(u, v)$  を導入して近似を行う。

$$G(u, v) = \exp\{-\alpha(2\pi r_0 \sqrt{u^2 + v^2})^2\} \quad (14)$$

$$|2J_1(2\pi r_0 \sqrt{u^2 + v^2})/(2\pi r_0 \sqrt{u^2 + v^2})|$$

$$\sim G(u, v) \quad (15)$$

(15) 式より最小自乗法を用いて  $\alpha$  を計算すると 0.151 であった。図 2 に  $H(u, v)$  のフーリエスペクトルと  $G(u, v)$  を示したが、とくに低周波領域において二つの関数はよく一致している。そこでボケ画像のフーリエスペクトルは次式で近似できる。

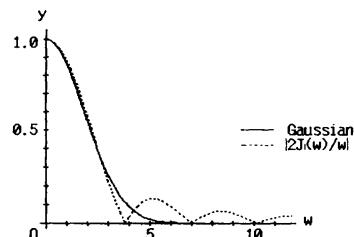


図 2 空間周波数特性のガウス形関数による近似  
Fig. 2 Approximation of optical transfer function by Gaussian function.

$$\begin{aligned} |F_1(u, v)| &= |F_0(u, v)| G(u, v) \\ G(u, v) &= \exp \{-0.151(2\pi r_0 \sqrt{u^2 + v^2})^2\} \end{aligned} \quad (16)$$

### 3.2 開口径変化による距離推定

撮像面距離を固定し、同じ視点から同一の物体を異なった開口径  $a_1, a_2$  で撮像した二枚の画像  $f_1(x, y), f_2(x, y)$  を考える。像の明るさはレンズの  $F$  ナンバの二乗に反比例するのでそれぞれの画像は次式で表せる。

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y) &= (2a_1/f)^2 k \cdot f_0(x, y) * h_1(x, y) \\ f_2(x, y) &= (2a_2/f)^2 k \cdot f_0(x, y) * h_2(x, y) \\ h_1(x, y) &= 1/\pi r_1^2 : 0 < \sqrt{x^2 + y^2} \leq r_1 \\ h_2(x, y) &= 0 : \sqrt{x^2 + y^2} > r_1 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$k$ : 定数

ここで  $r_i$  は開口径半径  $a_i$  のときの錯乱円半径である。上式のフーリエスペクトルを(16)式に従って近似すると次式となる。

$$\left. \begin{aligned} |F_1(u, v)| &= (2a_1/f)^2 k \cdot |F_0(u, v)| G_1(u, v) \\ |F_2(u, v)| &= (2a_2/f)^2 k \cdot |F_0(u, v)| G_2(u, v) \\ G_i(u, v) &= \exp \{-0.151(2\pi r_i \sqrt{u^2 + v^2})^2\} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

(18)式の第1式を第2式で割ると次式となる。

$$\begin{aligned} |F_1(u, v)| / |F_2(u, v)| &= (a_1/a_2)^2 \exp \{-0.151(2\pi \sqrt{u^2 + v^2})^2 \\ &\quad \cdot (r_1^2 - r_2^2)\} \end{aligned} \quad (19)$$

この式よりボケ画像のフーリエスペクトルの比は結像面での画像とは関係なく撮像面上の錯乱円半径にのみ依存することがわかる。

(19)式の自然対数をとると(20)式となる。

$$\begin{aligned} \ln |F_1(u, v)| - \ln |F_2(u, v)| - 2\ln(a_1/a_2) &= -0.151(2\pi)^2(r_1^2 - r_2^2) \sqrt{(u^2 + v^2)^2} \end{aligned} \quad (20)$$

ここで、次のように変換する。

$$y = \ln |F_1(u, v)| - \ln |F_2(u, v)| - 2\ln(a_1/a_2) \quad (21)$$

$$m = -0.151(2\pi)^2(r_1^2 - r_2^2) \quad (22)$$

$$w = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (23)$$

(20)式は次式となる。

$$y = mw^2 \quad (24)$$

$y$  はボケ画像データとして与えられているので、 $w$ について線形最小自乗法によって容易に  $m$  を推定できる。なお、幾何光学的空間周波数特性をガウス関数で近似したので(24)式による近似が最も良く成立する空間周波数の範囲で  $m$  を推定する必要がある。

一方(4)式より開口半径  $a_1, a_2$  と錯乱円半径  $r_1, r_2$  の関係が求まる。

$$r_1/a_1 = r_2/a_2 \quad (25)$$

(22)(25)式より錯乱円半径  $r_1$  は次式となる。

$$r_1 = \sqrt{ma_1^2 / [0.151(2\pi)^2(a_2^2 - a_1^2)]} \quad (26)$$

(7)式よりレンズから対象物体までの距離  $d$  は次式により求めることができる。

$$d = fd_2 / (d_2 - 2F_1 r_1 - f) \quad (27)$$

以上により異なる開口径で撮像した二枚の画像から物体までの距離を推定できることが判明した。なお、上述において  $f_i(x, y)$  を画像全体として取り扱っているが、全体画像から対象物体が撮像されている部分画像を切り出しても同様に取り扱える。このとき同一視点からの二枚の画像から同一場所にある部分画像を切り出すので画像間の対応づけの問題は起こらない。

### 4. む す び

一般的な照明下で開口径の異なる条件で撮像した焦点はずれによるボケを伴った二枚の画像から対象物体までの距離を推定する方法を理論的に導出し提案した。焦点はずれ収差によるボケを幾何光学的に取り扱って錯乱円を光強度分布が一様な円板と考え、錯乱円半径をボケの広がり半径とモデル化した。次にボケ画像は結像面での画像と点広がり関数との畳み込み積分により表現でき、ボケ画像のフーリエスペクトルは結像面での画像のフーリエスペクトルとガウス形関数の積で近似できることを示しガウス形関数と錯乱円半径との関係を明確にした。そして二枚のボケ画像のフーリエスペクトルの比は錯乱円半径に依存することを示し、二枚のボケ画像から最小二乗法によって錯乱円半径を算出して対象物体までの距離を推定することを示した。

今後の課題は実験によって本手法の有効性およびその範囲を明確化することである。

### 参 考 文 献

- 1) 谷内田正彦：多重画像を利用したシーンの理解、情報処理、Vol. 24, No. 12, pp. 1429-1436 (1983).
- 2) 田 鉄彦ほか：カメラ技術ハンドブック、写真工業出版社 (1979).
- 3) Pentland, A. P.: Depth of Scene from Depth of Field, Proc. DARPA-IU-82, pp. 253-259 (1982).
- 4) Pentland, A. P.: A New Sense for Depth of Field, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. PAMI-9, No. 4, pp. 523-531 (1987).
- 5) Horn, B. K. P.: Robot Vision, MIT Press (1986).
- 6) 小瀬輝次：フーリエ結像論、共立出版 (1979).

(平成2年9月10日受付)

(平成3年3月4日採録)



岩根 雅彦（正会員）

昭和 21 年生。昭和 43 年京都大学  
工学部数理工学科卒業。工学博士。  
九州工業大学工学部電気工学科教  
授。計算機アーキテクチャ、画像計  
測等に興味をもつ。電子情報通信學  
会会員。

---