

微分方程式におけるオンライン試験の取り組みについて

亀田 真澄^{1,a)} 宇田川 暢^{2,b)}

概要：工学系大学で学習する微分方程式（常微分方程式，ラプラス変換，ラプラス逆変換）において，Moodle のオンライン小テスト（Quiz）を活用して，従来の紙ベースの試験に替えてオンライン（インターネット接続）で試験を実施した．その実施で取得された学習データを分析した研究成果を発表する．

1. はじめに

本稿は，工学系大学の2年次に対して実施した微分方程式に関するオンライン試験の取り組みについて紹介する．

第一著者の大学教養課程の数学関連科目において対面授業の教授法に加えて，インターネットの普及・コンピュータの進化（含モバイル化）・教育向けソフトウェアの開発を背景にして，第二著者との協働作業として，対面授業に連携した e-Learning システムを構築する運びとなった．

著者らは，伸縮可能，かつ綺麗な数式表示ができる数学基礎教材となる Web ページを配信させ，さらにランダム出題可能，数学グラフ表示可能，かつ自動採点となるオンライン試験を配信させることができる高度な数学基礎 e-Learning システムを構築した．

その結果，微分方程式（常微分方程式，ラプラス変換，同逆変換）に関する対面授業を実施しながら，この高度な数学基礎 e-Learning システムにおいて，微分方程式に関する仮想学習環境を，利用媒体（PC，タブレット，スマートフォンなど）に依存しない環境で，かつ情報通信技術 ICT を駆使して提供した．

ここで紹介する実践例は，平成 26 年度に実施した微分方程式 e-Learning システム（以下，「本システム」という）の実践で得られた，特にオンライン（インターネット接続）で試験を実施したことによる教育的成果を紹介する．

2. 本システムの概要

この章では，本システムの概要について解説する．

2.1 ハードウェア等について

実践した e-Learning 環境は，CentOS (Ver.6) サーバ群を研究室内に設置し，プラットフォーム・アプリケーション Moodle*¹ (Ver.2.6) を基盤に，補助アプリケーション群（リレーショナルデータベースシステム MySQL，プログラム言語 PHP など）と連携して，学習管理システム LMS として構築している．

さらに，本システムではハードウェアに関する 4 つの稼働コンセプト，すなわち複数系統による「負荷分散」，遠隔操作による「メンテナンス負荷軽減」，データベースの定時的複製による「データ保全」，認証下活動と多重ネットワーク層による「セキュリティ重視」を考慮して，インターネットに公開している（図 1）

なお，本システムのサーバ単体機は，CPU が Xeon E3-1270 (3.4GHz, 4C8T)，Memory が 16GB のスペックを保有している．

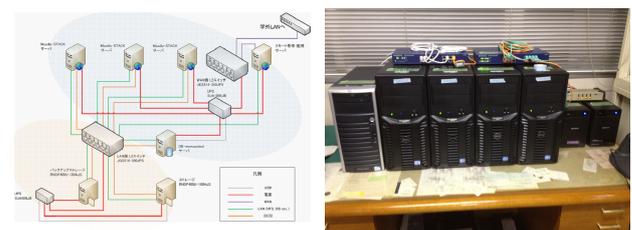


図 1 本システムのサーバ群
(左：構成イメージ，右：実機写真)

2.2 教材コンテンツについて

また，利用される Web ページでは，ウェブマークアップ言語 HTML をベースに，アメリカ数学会が拡張させた組版処理システム AMS-LaTeX*² コマンドを組み合わせで配信され，さらに利用者（受講者）側において数式表示

¹ 山口東京理科大学
Tokyo University of Science, Yamaguchi

² 山口県立大学
Yamaguchi Prefectural University

a) kameda@ed.tus.ac.jp

b) udagawa@yamaguchi-pu.ac.jp

*1 <http://moodle.org/>

*2 <http://www.ams.org/publications/authors/tex/amslatex>

Javascript システム MathJax^{*3} に対応した Web ブラウザを利用することで、伸縮可能かつ綺麗な数式が表示可能にしている。

さらに数学オンラインテスト評価システム STACK^{*4} (Ver.3.2), 数式処理システム Maxima^{*5}, 数学グラフ作成システム gnuplot^{*6} などのソフトウェアを連携させて、かつ先の数式表示に対応した HTML ファイルに固有コマンドをさらに組み込ませることで、ランダム出題可能、数学グラフ表示可能、かつ自動採点されたオンライン試験が配信できる本システムを構築した。図 2 は、スマートフォンによる本システムの利用画面のスクリーンショットである [5]。

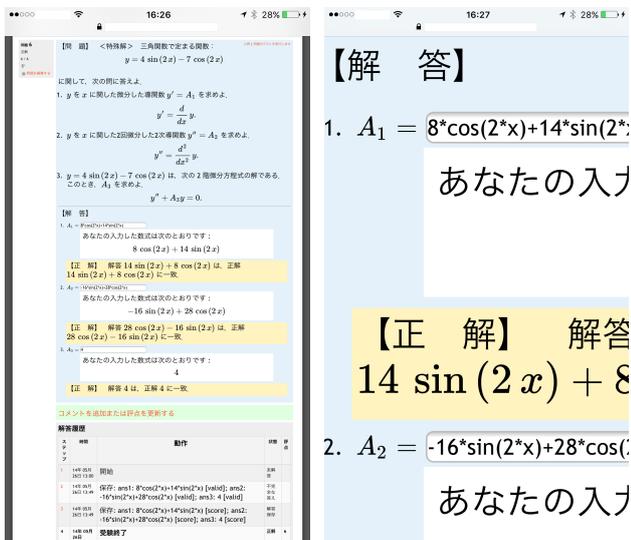


図 2 iOS 系スマートフォンによる利用画面のスクリーンショット (左: 通常画面, 右: 拡大画面)

配信される Web ページには次の数学的特性を考慮した状態で数学基礎 e-Learning を提供した。すなわち、第一にオンライン小テストで取り扱う数値・関数がランダムに提供させる「動的性」、第二に数式表示が伸縮可能、かつ綺麗に表現される「美的性」、第三に受験直後の自動採点による教育的成果物の保持と反復受験を可能にさせる「迅速性」、最後に四則演算と括弧利用による計算上の優先度、及び関数と括弧の取り扱い方の認識が必要となるコマンドラインによる解答入力をとる「論理性」である [2][4]。

例えば、次の Maxima 入力コマンドは非常に重要な非等式であることを示している [3]: (1) $1/x+2 \neq 1/(x+2)$, (2) $\sin(x)^2 \neq \sin(x^2)$, (3) $\log(\%e) \neq \cos(\%pi)$ 。

2.3 Moodle の Quiz 機能

本システムの基幹である Moodle には、オンライン小テ

*3 <https://www.mathjax.org/>
*4 <http://stack.bham.ac.uk/>
*5 <http://maxima.sourceforge.net/>
*6 <http://www.gnuplot.info/>

スト (以下、「Quiz」という) 機能が用意されていて、また STACK は、Moodle 機能 Quiz における問題タイプの一つとして機能している。この状況の下で、Quiz 機能を本システムでは 2 つの用途で使用した。第一用途は、対面授業の学習に合わせて一定期間において受験できる Quiz (以下、「e-Test」という) である (演習活動に対する評価対象となる)。第二用途は、学習単元 (常微分方程式、ラプラス変換、ラプラス逆変換) 毎に、通常の授業時間に合わせて実施した Quiz (以下、「o-Test」という) である (試験活動に対する評価対象となる)。

この両 Quiz は、ランダム出題、受験直後に自動的に採点され、採点直後には出題問題・解答・フィードバックなどを振り返ることができるようになっている。その結果、受講者の反復受験を許容できる状態である。

e-Test は、微分方程式に対する過去の (紙ベースの) 試験問題を題材にランダム出題して、約 1 か月の受験期間で解答し、反復受験による最高評点を単位評価の対象のように設定している。o-Test は、通常の授業時間を利用してインターネット接続された PC 等であればどこからでも受験できる形態を取り、90 分間 (または 120 分間) において、制限時間 60 分間として、かつ反復受験できるように設定し、最高評点を学習単元の持ち点として評価した。

図 3 は、採点済 Quiz の Web 画面のスクリーンショットである。同左がラプラス変換における基本問題と出題した e-Test、同右がラプラス逆変換における合成積に関して出題した o-Test のそれぞれのスクリーンショットである。



図 3 採点済 Quiz の Web 画面のスクリーンショット (左: ラプラス変換の e-Test, 右: ラプラス逆変換の o-Test)

2.4 ゲーミフィケーションについて

本システムでの Quiz における活動において、ゲーミフィケーションの特性をもつコンテンツを取り入れている。すなわち、Quiz の評点に対するヒストグラムを自動生成する Moodle 機能があるが、そのヒストグラムは教師側の閲覧権限に設定されていて、受講生が閲覧することができない状況であった。これを解決するために、新しい機能を持ったヒストグラム (以下、「quizchart」という) を開発し、活用している。この quizchart はコースページにおいてリアルタイムに Quiz 評点分布を表示させて、通常閲覧の場合、先のヒストグラムと同じイメージ (図 4 左) が表示

され、受験者の閲覧の場合、本人の Quiz 評点が含まれる階級の棒グラフだけが他と異なる色で表示されている（図 4 右、階級 55～60 の棒グラフだけが異なる色である）。この quizchart はゲーミフィケーション（Gamification）[1]の特性が含まれている教材コンテンツであると判断している。すなわちこの開発ヒストグラムは、受験者の学習向上に対するモチベーションを維持させると期待され、結果的に主体的な学びになると期待している。

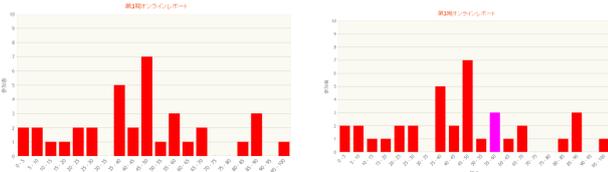


図 4 Quiz 評点に対するヒストグラム
(左：通常のヒストグラム，右：受験者向けヒストグラム)

3. 本システムの活用状況について

この章では、本システムを活用した学習状況について紹介する。実践した（対面）授業は平成 26 年度前期、月曜日 13:00～14:30 に開講された専門選択科目である。受講者は 37 人であった。

3.1 サイトアクセス状況について

本システムは専用 Web サイトで運用されている。図 5 はその専用 Web サイトへの曜日別時間帯別アクセス状況を積み上げ面で表したグラフである。アクセス総数は 575,052 件、受講者一人当たり平均 16,913 件/人であった。アクセスの曜日ピークは水曜日であり（e-Test の受験日時の期限による影響と思われる）、時間帯ピークは 14 時であった。この状況は、教室外の学習となるアクセスピークが授業時間帯とは別に 2 か所あり、受講生の主体的な学びによる活動から生じていると判断できる。

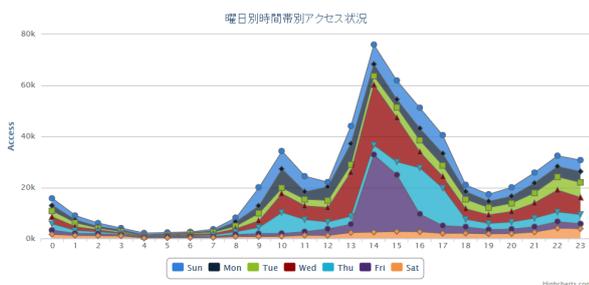


図 5 専用サイトへの曜日別時間帯別アクセス状況

3.2 e-Test の受験状況について

本システムでは e-Test を 5 期提供した。これは過去の試験問題をオンライン化し、1 か月間において反復受験できるように設定し、受験直後に自動採点されるように運用した。さらに各受験者の反復受験における最高評点を採用している。

表 1 e-Test の受験状況

期	出題内容	受験者数	平均点	標準偏差
第 1 期	常微分方程式（前半）	28	73	32
第 2 期	同上（後半）	27	75	31
第 3 期	ラプラス変換（前半）	27	87	21
第 4 期	同上（後半）	28	89	19
第 5 期	ラプラス逆変換	29	89	24

表 1 は本システムで実施した 5 期分の受験状況をまとめたものであり、図 6 は実施期別の評点分布状況を示したグラフである。なお、全ての実施期で満点（100 点）の受験者が出ているが、下側外れ値が 19 件あることも事実である。

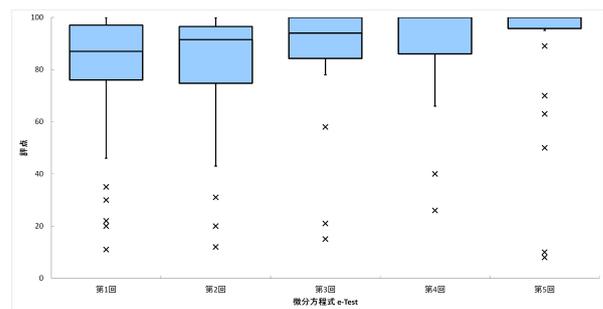


図 6 e-Test の期別評点分布状況

3.3 o-Test の受験状況について

微分方程式の知識を評価するために o-Test を 3 期実施した（表 2）。

表 2 o-Test の実施状況

期	出題内容	実施日時
第 1 期	常微分方程式	5 月 28 日 13:00～14:30
第 2 期	ラプラス変換	6 月 30 日 13:05～15:00
第 3 期	ラプラス逆変換	7 月 30 日 12:30～14:30

この o-Test は実施日時に反復受験可能にしたことで反復受験の最高評点を採用している。図 7 は、この o-Test の受験結果状況を期別に示したグラフ（期別評点分布状況、期別受験状況（受験者数、受験件数、平均点、標準偏差））である。図 7 右より、o-Test の受験者一人当たりの受験回数が 1.4、1.7、3.1（回/人）と増加していることが分かる。これは反復受験を上手く活用していると判断できる。

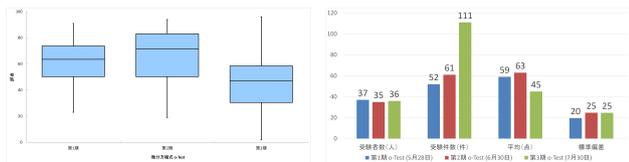


図 7 o-Test の受験結果状況
(左：期別評点分布状況，右：期別受験状況)

4. 本システムの学習データ分析について

この章では，本システムを実践したことによる学習成果データに対して分析を行った結果内容を紹介する．

4.1 o-Test と受験場所について

o-Test の受験場所は，インターネット接続された PC であれば教室以外のどの場所からでも受験できるようにした．第 1 期 o-Test において受験場所に関する設問を設けた．この受験場所ごとの o-Test の評点分布を示したグラフが図 8 である．受験場所毎の平均評点に対する帰無仮説「 H_0 :平均点の差がない」を一元配置分散分析による χ^2 検定を行った ($df = 5, 30, F = 1.459, p > 0.05$)，帰無仮説を棄却できないことが分かり，受験場所により平均評点の差が生じていないと判断できる．

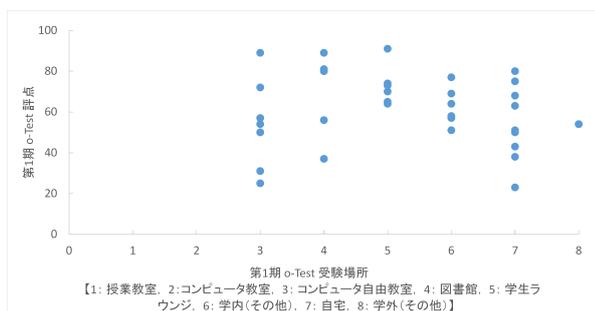


図 8 第 1 期 o-Test の受験場所別の評点分布状況

4.2 e-Test と o-Test の相関について

本システムでは，5 期分の e-Test と 3 期分の o-Test を実施した．それぞれの各回の評点における偏差値を求めて，その総和に対応した散布図を調べた (図 9)．図 9 における相関係数 $r = 0.803$ に対する t 検定により ($df = 32, t = 7.614, p < 0.001$)，e-Test と o-Test のそれぞれの偏差値合計における相関は有意性があると判断できる．

4.3 o-Test 間の相関について

図 10 は，o-Test の期別評点間の散布図である (左が第 1 期と第 2 期の散布図，右が第 2 期と第 3 期の散布図，第 3 期と第 1 期は省略)．

図 10 における相関係数 (第 3 期と第 1 期を含む) を分析した結果を表 3 にまとめた．すべての o-Test の期別評点間における相関は有意性があると判断できる．

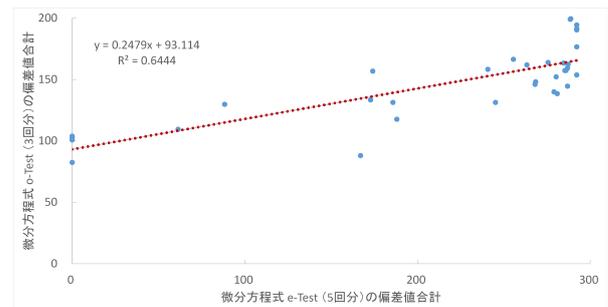


図 9 e-Test と o-Test の偏差値合計に対する散布図

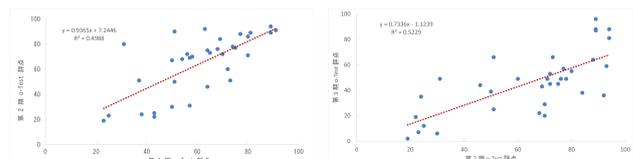


図 10 o-Test の期別評点間の散布図
(左：第 1 期と第 2 期，右：第 2 期と第 3 期)

表 3 o-Test の期別評点間の相関分析

対象期	相関係数 r	自由度 df	t 値
第 1 期と第 2 期	0.703***	32	5.60
第 2 期と第 3 期	0.723***	32	5.92
第 3 期と第 1 期	0.805***	32	7.68

*** $p < 0.001$

5. 本システムの信頼性と妥当性について

この章では本システムの信頼性と妥当性について，多面的に紹介する．

5.1 サーバ機の信頼性と妥当性について

本システムのサーバ機の負荷状況を示した指標の一つに，処理待ちプロセス数の 1 分間，5 分間，15 分間における各平均値 (以下，「ロードアベレージ」という) を積み上げ面として表示したグラフがある．o-Test の第 1 期と第 3 期の実施時前後の変化を記録したグラフが図 11 である (第 2 期は未計測)．

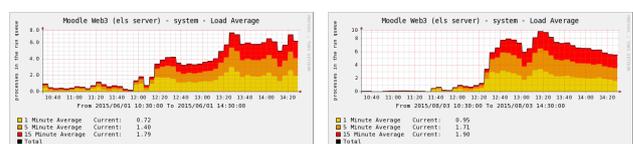


図 11 o-Test 実施時のサーバ機の累積ロードアベレージ時間推移
(左：第 1 期，右：第 3 期)

このとき，o-Test 実施時のピーク点におけるロードアベレージ累積値について目測できる (表 4)．その結果，ロードアベレージの値が CPU コア数の 8 を越えると処理待ちが生じてくる事実より，第 3 期 o-Test 実施時のアクセス負荷のピーク値から想定すると，少なくともその約 2 倍の同時受験利用には耐えられると推測される．さらなる負荷分散の設定を工夫すれば，設置サーバ数 3 に基づいた約 3

倍, すなわち現状における最終受験者の約 6 倍には耐えられると推測される。

表 4 o-Test 実施時のサーバ機の期別ロードアベレージ目測最大値

ロードアベレージ計測時間	第 1 期	第 2 期	第 3 期
1 分間	3.1	-	3.3
5 分間	5.4	-	6.5
15 分間	7.3	-	9.1

-は未計測のため数値無である。

5.2 o-Test の信頼性について

Moodle サイトには, Quiz に対する「内部整合性係数 (Coefficient of Internal Consistency)」[9] を自動的に集計させるツールが用意されている。この係数は, Quiz の信頼性を示す指標であり, クロンバック (Cronbach) の α 信頼性係数, 単に α 係数といい, α で表し, 次の数式で定める。

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \sum_{i=1}^k \frac{S_i^2}{S_x^2} \right)$$

ここで, k は設問の個数, $\sum_{i=1}^k S_i^2$ は i 番目の設問の分散 S_i^2 の総和, S_x^2 は全体評点の分散を示す。さらに文献 [10] には, この係数 α の数値に対する解釈が紹介されている (表 5)。

表 5 α 係数の解釈表

Cronbach's alpha	Internal consistency
$.90 \leq \alpha$	Excellent.
$.80 \leq \alpha < .90$	Good.
$.70 \leq \alpha < .80$	Acceptable.
$.60 \leq \alpha < .70$	Questionable.
$.50 \leq \alpha < .60$	Poor.
$\alpha < .50$	Unacceptable.

表 6 は, 本システムで実施した o-Test の期別 α 係数を示す。この結果, 「Excellent」である Quiz が 1 期分, 「Good」である Quiz が 2 期分を実施できたと判断できる。

表 6 o-Test の α 係数

要素	第 1 期	第 2 期	第 3 期
α	.85	.90	.87

5.3 ファシリティ指標について

Moodle サイトには, Quiz に対する「ファシリティ指標 (Facility index)」[9] を自動的に集計させるツールが用意されている。この指標は, 設問がどれだけ簡単か難しいかを示す指標であり, F で表し, 次の数式で定める。

$$F = \frac{X_{\text{average}}}{X_{\text{max}}} \quad (0 \leq F \leq 1)$$

ここで, X_{average} は平均評点, X_{max} は最大評点である。

表 7 ファシリティ指標 F の解釈表

F	Interpretation
$F \leq .05$	Extremely difficult or something wrong with the question.
$.05 < F \leq .10$	Very difficult.
$.10 < F \leq .20$	Difficult.
$.20 < F \leq .35$	Moderately difficult.
$.35 < F \leq .65$	About right for the average student.
$.65 < F \leq .80$	Fairly easy.
$.80 < F \leq .90$	Easy.
$.90 < F \leq .95$	Very easy.
$.95 < F$	Extremely easy.

さらに文献 [10] には, この指標 F の数値に対する解釈表が紹介されている (表 7)。

表 8 は, 本システムで実施した o-Test の期別における各レベルに含まれるファシリティ指標の個数を集計したものである。その結果, レベル「About right for the average student」に相対的に近いのは, 第 3 期, 第 2 期, そして第 1 期であると判断できる。

表 8 o-Test の期別ファシリティ指標 F のレベル別個数

F の範囲	第 1 期	第 2 期	第 3 期
$F \leq .05$			
$.05 < F \leq .10$	2		
$.10 < F \leq .20$			
$.20 < F \leq .35$	2		2
$.35 < F \leq .65$	1	5	6
$.65 < F \leq .80$	6	3	1
$.80 < F \leq .90$	3	1	
$.90 < F \leq .95$			
$.95 < F$			
設問個数	14	9	9

未記入は個数 0 を示す。

5.4 識別率について

Moodle サイトには, Quiz に対する「識別率 (Discrimination efficiency)」[9] を自動的に集計させるツールが用意されている。この識別率は, 全体の評点の上位群と下位群に対して, 設問の正答率で識別できているかを示す指標であり, DE で表し, 次の数式で定める。

$$DE = \frac{\text{SUM}_{xy}}{N \cdot SD_x \cdot SD_y} \quad (-1 \leq DE \leq 1)$$

ここで, N は標本数, SUM_{xy}/N は全体評点と設問評点の共分散, SD_x は全体評点の標準偏差, SD_y は設問評点の標準偏差を示す。さらに文献 [10] には, この識別率 DE の数値に対する解釈として, $DE \geq .50$ が「適切」であると紹介されている。

表 9 は, 本システムで実施した o-Test の期別識別率 DE のレベル別個数を集計したものである。その結果, 適切でない設問が第 1 期と第 3 期に各 1 問存在していることが判

断できる。

表 9 o-Test の期別識別率 DE のレベル別個数

DE の範囲	第 1 期	第 2 期	第 3 期
$DE \geq .50$	13	9	8
$DE < .50$	1		1
設問個数	14	9	9

未記入は個数 0 を示す。

6. Quiz の信頼性と妥当性の可視化について

先のファシリティ指標と識別率を用いて、o-Test の信頼性と妥当性に対する可視化について考察する。

6.1 Quiz に対する最小包含円等について

Quiz に対して、次のように点群 P_j を定める。

$$P_j(F_j, DE_j) \quad (j = 1, 2, \dots, k)$$

ここで、 $k (> 2)$ は設問の個数、第 j 番目の設問に対するファシリティ指標と識別率をそれぞれ F_j, DE_j とする。すなわちファシリティ指標 F_j で定める x 軸、識別率 DE_j で定める y 軸、 $F = .00, DE = .00$ に対する原点 $O(0, 0)$ とする xy -平面としている。

次に、点群 P_j を含む「最小包含円」を調べる。この最小包含円の定め方は、第一に全ての点群 P_j を含む最小の「凸多角形 (Convex hull, 凸包)」を定める (凸多角形を CH で表す)。第二にその凸多角形に対する外接円を定めることになる [8]。この最小包含円を MC で表す。

また、平面上の点で定める円の方程式は、同一直線上にない異なる 3 点を通る条件、または直径の両端となる 2 点を通る条件で定まる。これらの条件により、円の中心座標を $C(a, b)$ 、その半径を c とした円の方程式が定まる。

$$MC : (x - a)^2 + (y - b)^2 = c^2$$

次に、 xy -平面上の特定領域を定める。この特定領域を「適切領域」(独自呼称) といい、単に SA で表す。次の式で定める。

$$SA = \{(F, DE) \mid .35 < F \leq .65, DE \geq .50\}$$

このとき、 F が満たす範囲はレベル「About right for the average student」であり、 DE が満たす範囲はレベル「適切である」に設定している。

6.2 o-Test に対する最小包含円等について

村山 [7] は、「妥当性概念の展開」において信頼性 (reliability) と妥当性 (validity) に対する解説を行い、「ダーツのアナロジー」を用いた同等イメージを紹介した。

この「ダーツのアナロジー」と同等と考えられるイメージとして、本システムで実施した o-Test の集計結果と分

析結果をもとにその信頼性と妥当性を可視化したイメージを紹介する [6]。

本システムで実施した 3 期分の o-Test における点群 P_j をまとめたのが表 10 である。

表 10 o-Test の期別点群座標 $P_j(F_j, DE_j)$

点順	第 1 期	第 2 期	第 3 期
1	(.8919, .6431)	(.6939, .8124)	(.7500, .6490)
2	(.8018, .8784)	(.8286, .6795)	(.5861, .6263)
3	(.8649, .5248)	(.7786, .6928)	(.4111, .7312)
4	(.6306, .6082)	(.6214, .7648)	(.4833, .8330)
5	(.7117, -.0852)	(.5643, .8411)	(.4444, .4730)
6	(.7432, .6491)	(.6786, .8429)	(.4167, .8235)
7	(.6689, .6457)	(.4190, .7130)	(.2111, .9180)
8	(.0901, .5393)	(.6214, .6036)	(.3333, .6235)
9	(.0601, .9138)	(.5061, .8239)	(.4222, .6305)
10	(.7973, .7526)	—	—
11	(.7252, .7722)	—	—
12	(.6873, .7431)	—	—
13	(.2973, .8911)	—	—
14	(.3282, .8008)	—	—

このとき、期別点群 P_j に対応した相関係数 r に関して、帰無仮説「 H_0 : 無相関である」について検定した結果、全ての期で帰無仮説を棄却できないと判断できる (表 11)。

表 11 o-Test の期別点群の相関分析

期	相関係数 r	自由度 df	t 値
第 1	-.2524 ^{n.s.}	12	.9035
第 2	-.2331 ^{n.s.}	7	.6342
第 3	-.3965 ^{n.s.}	7	.2908

^{n.s.} $p > 0.05$

次に、本システムの o-Test に対応した期別点群 P_j に関して、その CH 、円周上点^{*7}、 MC を求めた結果を表 12 にまとめた。

表 12 o-Test の期別 CH 、円周上点、 MC

要素	第 1 期	第 2 期	第 3 期
CH	7 角形	6 角形	5 角形
円周上点	P_2, P_5, P_9	P_2, P_7	P_1, P_5, P_7
期	MC		
第 1	$(x - .4087)^2 + (y - .4291)^2 = .5970^2$		
第 2	$(x - .6238)^2 + (y - .6963)^2 = .2055^2$		
第 3	$(x - .4752)^2 + (y - .7728)^2 = .3014^2$		

このとき、期別点群 P_j のそれぞれの MC の状況とその状況に応じた分析結果を表 13 にまとめた。すなわち最小包含円の中心座標から「妥当性」に関する分析結果 (小, やや大, 大) を判断し、同じく最小包含円の曲率 (半径の逆数) から「信頼性」に関する分析結果 (小, 大, やや大) を判断している。

^{*7} 円周上点とは、 MC を決定させるための点群内の点である。

表 13 o-Test の期別 MC の分析内容

要素	第 1 期	第 2 期	第 3 期
中心座標	(.4087, .4291)	(.6238, .6963)	(.4752, .7728)
SA 領域	外	内	内
妥当性	小	やや大	大
半径	.5970	.2055	.3014
曲率	1.675	4.866	3.318
信頼性	小	大	やや大

最後に, o-Test の期別点群 P_j とその最小包含円のイメージを用いて, 「信頼性と妥当性」に関するイメージを紹介する(図 12). イメージは動的数学のフリーアプリケーション Geogebra^{*8} を用いて作成した. イメージには, 点群が存在する領域(薄青色の矩形), 適切領域 SA(薄ピンク色の矩形), 点群(MC を定める緑色点, CH を定める青色点, CH の薄茶色点), CH, MC の中心(赤色点), その他の補助線で構成されている.

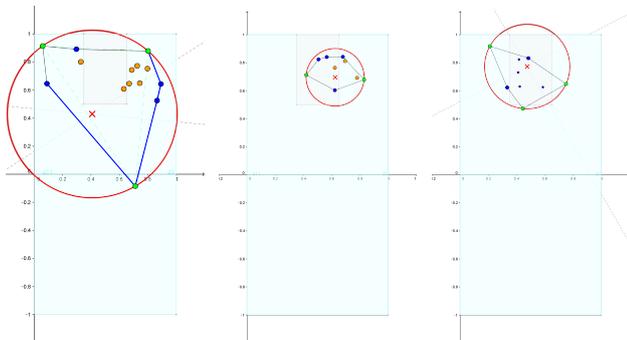


図 12 o-Test に関する点群, CH, MC
(左: 第 1 期, 中: 第 2 期, 右: 第 3 期)

謝辞 本研究は JSPS 科研費 14499864 の助成を受けたものである.

参考文献

- [1] Kevin Werbach, Dan Hunter 訳: ウォートン・スクールゲーミフィケーション集中講義, 阪急コミュニケーションズ(2013).
- [2] 亀田真澄, 宇田川暢: 大学の数学教育に対する主体的な学びとなる学修環境作り, 私立大学情報教育協会, 論文誌 ICT 活用教育方法研究, 第 16 巻, 第 1 号, pp.36-41 (2013).
- [3] 亀田真澄, 宇田川暢: 大学教養講義である「微分積分学」の融合型授業に対応した e-Learning の実践, 東京理科大学紀要(教養編), 第 46 号, pp.203-217 (2014).
- [4] 亀田真澄, 宇田川暢: Moodle による数学基礎 e-Learning の取り組み, Proceedings of Moodle Moot Japan 2015, pp.11-16 (2015).
- [5] 亀田真澄, 宇田川暢: Moodle による e-Learning における数学ソフトウェアの活用事例について, 京都大学数理解析研究所講義録「数学ソフトウェアとその効果的教育利用に関する研究」, No.1951, pp.112-121 (2015).
- [6] 亀田真澄: プレゼンテーション学習におけるルーブリックのピア評価について ~ 2,361 件データに対する分析 ~,

*8 <http://www.geogebra.org/>

- MOF2015 講演論文集, pp.21-27 (2015).
- [7] 村山航: 妥当性概念の展開 (online), 入手先 (http://www.jartest.jp/pdf/jirei7_rep1a.pdf) (2015.09.09).
 - [8] 点群の凸包および最小包含円を求める (JavaScript 版) (online), 入手先 (<http://k-ichikawa.blog.enjoy.jp/etc/HP/js/convexHull/cvx.html>) (2015.09.09).
 - [9] Moodle: Quiz statistics calculations (online), 入手先 (https://docs.moodle.org/dev/Quiz_statistics_calculations) (2015.10.23).
 - [10] Moodle: Quiz report statistics (online), 入手先 (https://docs.moodle.org/dev/Quiz_report_statistics) (2015.10.23).