

Hough 変換の Warp Model について

—拡張 Hough 変換 EHT 関数の設計問題—

興 水 大 和[†] 沼 田 宗 敏^{††} 村 上 和 人[†]

Hough 変換型の直線検出が可能な拡張 Hough 変換 (EHT) なる変換関数群を陽に設計するための方法として, Hough 変換のワープモデル (Warp Model) を導入した. 通常の Hough 変換パラメータ平面 (ρ, θ) とちょうど位相同型になるように選んだ新しい変換パラメータ平面を (μ, ξ) としたとき, この平面を (ρ, θ) 平面から観測して得られる像を $(R(\mu, \xi), \phi(\mu, \xi))$ とすると, これは歪んだ織物組織状になる. この歪んだ変換パラメータ平面を, その拡張 Hough 変換 EHT のワープモデルと命名した. ワープモデルは, EHT 変換の直線検出感度分布 (直線の向きと位置) を与えると解釈できることを示し, さらに直線検出感度を与えることにより, その性質を満たす変換関数 EHT 関数を導く方法を提案した. よって, この試みは, いわゆる Hough 変換の「パラメータ化問題」に対して, 変換関数設計問題というアプローチによって, より一般化した取り扱い方を提示した. 具体的な変換関数の導出事例も示した. また, 特に離散パターン平面に最適なパラメータ平面の量子化を与える変換関数の存在も区分的 Hough 変換 (PLHT) を例にして示し, また本文で提案したワープモデルによって, いわゆる Hough 変換の「パフォーマンス問題」や「効率化問題」への一般的手がかりも得ることができることを明らかにした.

On the Warp Model of Hough Transform

—For Designing Transform Functions of EHT—

HIROYASU KOSHIMIZU,[†] MUNETOSHI NUMADA^{††} and KAZUHIITO MURAKAMI[†]

The Warp Model of the extended Hough transform (EHT) is proposed to design the explicit expression of EHT transform function. The Warp Model is a skewed parameter space $(R(\mu, \xi), \phi(\mu, \xi))$ of the space (μ, ξ) , which is homeomorphic to the original (ρ, θ) parameter space. It is important to note that to introduce the skewness of the parameter space is to define the angular and positional sensitivities to detect lines from the pattern space. In this paper, the Hough transform function is extended at first by introducing two functional conditions to ensure the homeomorphic relation between (μ, ξ) and (ρ, θ) parameter spaces. After interpreting these conditions to be feasible, a procedure to derive the transform function is presented by using the Warp Model so that the given angular and positional sensitivities could be realized.

1. ま え が き

Hough 変換のパラメータ化問題は, 従来, パターン平面において直線をどのように関数表現するかという立場から論じられてきた^{1), 2)}. しかし, 典型的な Hough 変換は式(1)で定められ, また, 傾き-切片 (a, b) パラメータ化は, P. V. C. Hough が直線検出法として最初に提案した原理の中の変換関数として利用された³⁾. 本論文では, このようなパラメータ化

問題を, 視点を変えて, より一般的な変換関数の存在を明らかにし, またどのように設計できるか, という立場から論ずるものである. このような変換関数を, Hough 変換の拡張 Hough 変換関数 (extended Hough transform functions; EHT) ということにする. このような視点からパラメータ化問題を扱うことによって, 高速計算可能な Hough 変換アルゴリズムや直線検出感度の優れた Hough 変換アルゴリズムをより柔軟に導出することが期待できる.

さて周知のように, Hough 変換の基本式は式(1)で与えられるが, これが直線検出を保証する唯一の変換関数ではない.

$$\rho = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \quad (1)$$

[†] 中京大学情報学部
School of Computer and Cognitive Sciences,
Chukyo University

^{††} 株式会社ロゼフテクノロジー
Lossev Technology Co., Ltd.

この Hough 変換の基本式の表現を拡張するためにこれまで、拡張 Hough 変換関数 (extended Hough transform functions (EHT)) なる関数群の存在とその満たすべき関数条件について提案してきた⁴⁾。この EHT 関数の関数条件は、その関数パラメータで張られるパラメータ平面が式(1)の関数パラメータ (ρ, θ) で張られるパラメータ平面と位相同型 (homeomorphic) であることを要請している。そこで、詳しくは本文中で述べる意味において、EHT 変換関数を設計することはその変換関数のパラメータで張られる平面における直線検出感度分布を定めることと等価であることに特に注目する。このパラメータ平面の感度分布を本論文ではワープロモデル (Warp Model, 定義は 2.2 節を参照) と呼び、このワープロモデルから拡張 Hough 変換関数のパラメータ平面の直線検出感度分布の解析と設計の手がかりを得ることができることを示す。

本論文ではまず、EHT 関数とその満たすべき関数条件を示し、このような拡張 Hough 変換関数 EHT のパラメータ平面に関してワープロモデルを導入する。ワープロモデルによる関数条件の解釈を与えた後、所望の直線検出感度をもたらし変換関数を導出する解析的手法を提案する。EHT 関数の具体例もいくつか示して、ワープロモデルの変換関数設計への有用性を明らかにする。更に PLHT という EHT 関数の一例⁵⁾とそのワープロモデルを例にして、デジタル直線抽出において最適検出感度分布を持つ変換関数が PLHT 関数の部分に包含されることを示し、EHT 関数もしくはそのワープロモデルによって、Hough 変換のいわゆるパフォーマンス問題や効率化問題をも取り扱えることを考察する。

2. EHT Hough 変換とそのワープロモデル

Hough 変換による直線検出の基本原理は、パターン平面の直線と変換パラメータ平面上の点が一対一対応関係にあることである。したがって、二つの平面が一対一対応となるすべての変換関数のうち、Hough 変換型の直線検出を保証する関数が満たすべき条件を明らかにできれば、Hough 変換関数の表現形式の幅を拡張し、一般化することができる。本論文では、このような関数を拡張 Hough 変換関数 (Extended Hough transform functions; EHT functions) と呼ぶことにし、以下でそれを明らかにする。

2.1 EHT 関数の定義

まず、 θ と ρ による伝統的な Hough 変換のパラメータ表現 (式(1)) を、パターン平面上の直線の位置 (position) と方向 (angle of orientation) を表す二つのパラメータ μ と ξ の一価関数 $f_1(\mu, \xi)$, $f_2(\mu, \xi)$ および $g(\mu, \xi)$ を用いて、拡張的に、

$$g(\mu, \xi) = x \cdot f_1(\mu, \xi) + y \cdot f_2(\mu, \xi) \quad (2)$$

のように一般形で表す。ただし、 $f_1^2(\mu, \xi) + f_2^2(\mu, \xi) \neq 0$ であるとする。

式(2)は、 $f_1^2 + f_2^2 \neq 0$ であることから、容易に、

$$\frac{g}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} = x \cdot \frac{f_1}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} + y \cdot \frac{f_2}{\sqrt{f_1^2 + f_2^2}} \quad (3)$$

で置き換えられる。式(3)において、 $\arctan \{f_1(\mu, \xi)/f_2(\mu, \xi)\}$ と $g(\mu, \xi)/\sqrt{f_1^2 + f_2^2}$ をそれぞれ $\phi(\mu, \xi)$ と $R(\mu, \xi)$ で置き換えると次式が得られる。

$$R(\mu, \xi) = x \cdot \cos \phi(\mu, \xi) + y \cdot \sin \phi(\mu, \xi) \quad (4)$$

ここで、関数 $f_1(\mu, \xi)$, $f_2(\mu, \xi)$ および $g(\mu, \xi)$ は、一価関数であるので、式(4)における新たなパラメータ (ϕ, R) は、パラメータ μ と ξ の一価関数となる。よって、これらの新たなパラメータ R と ϕ が、原点からの等価距離 (equivalent distance from origin) と、 x 軸からの等価垂角 (equivalent perpendicular angle) となるような式(2)の拡張変換関数は必ず存在する。式(2)の拡張変換関数が満たすべき条件は、等価距離 R 、等価垂角 ϕ が満たすべき条件から自ずと導かれるので、本論文では、次の条件 1, 2 を満たす変換関数を EHT 変換関数と定義する。

条件-1: 等価距離 $R(\mu, \xi)$ と等価垂角 $\phi(\mu, \xi)$ は、パラメータ μ と ξ に対して単調増加 (単調減少) でなければならない。すなわち、式(5)が満たされなければならない。

$$\frac{\partial R(\mu, \xi)}{\partial \mu} > (\text{or } <) 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi(\mu, \xi)}{\partial \xi} > (\text{or } <) 0$$

条件-2: パラメータ ξ と μ の境界値をそれぞれ、 $\xi_K \sim \xi_0$ および $\mu_L \sim \mu_0$ とすると、これらのパラメータ R と ϕ の境界条件は、任意の μ_i, ξ_k に対して、

$$|\phi(\mu_i, \xi_k) - \phi(\mu_i, \xi_0)| = \pi \quad (6)$$

$$R(\mu_i, \xi_k) - R(\mu_i, \xi_0) = 0 \quad R(\mu_L, \xi_k) - R(\mu_0, \xi_k) = B$$

が成り立たなければならない。ここに、 B は、パラメータ ρ の変動範囲である。

なお、図 1 は、条件 1 の図形的解釈である。また、図 2 は、条件 2 の図形的解釈である。

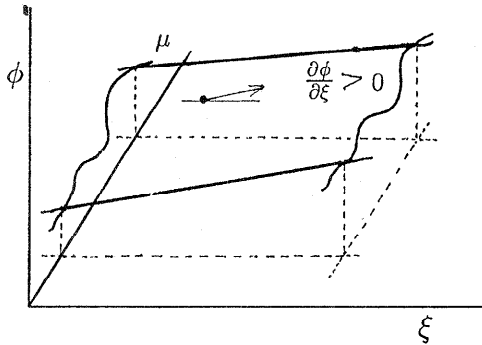


図 1 EHT 変換関数の条件-1 の図形的解釈
Fig. 1 Pictorial interpretation of Condition-1 of EHT.

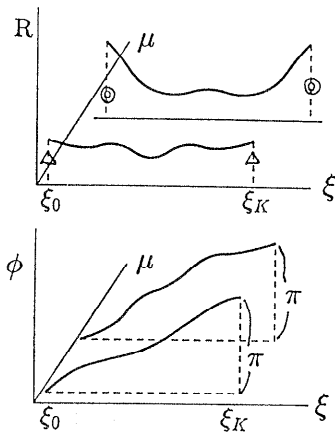


図 2 EHT 変換関数の条件-2 の図形的解釈
Fig. 2 Pictorial interpretation of Condition-2 of EHT.

2.2 EHT 関数のワープモデルの導入

上記の関数条件の解釈を与え、パラメータ μ と ξ の関数であるパラメータ $R(\mu, \xi)$ と $\phi(\mu, \xi)$ の物理的意味を明確にするために、二つのパラメータ平面 (ρ, θ) と (μ, ξ) が $L \times K$ 個の均一な微小セルに離散化されていることをここで考える。これを図 3 に示す。パラメータ平面 (ρ, θ) の領域は、 $0 \leq \theta < \pi$ および $-B/2 \leq \rho < B/2$ とし、また、パラメータ平面 (μ, ξ) の範囲を $D \times C$ であるとする、二つの平面の微小セルの大きさ $\Delta\rho \times \Delta\theta$ と $\Delta\mu \times \Delta\xi$ の関係は、式 (7) によって定められる。なおここで、各セルのセル境界を (ρ_l, θ_k) および (μ_l, ξ_k) ; $l=0, 1, 2, \dots, L$, $k=0, 1, 2, \dots, K$ と表す。

$$\Delta\rho = \frac{B}{D} \cdot \Delta\mu \quad (7)$$

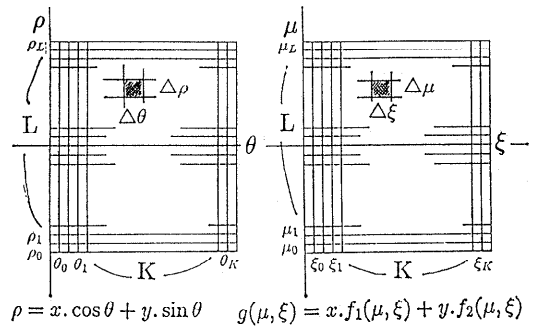


図 3 パラメータ平面 (μ, ξ) と (ρ, θ) の関係
Fig. 3 Relation between (μ, ξ) and (ρ, θ) spaces.

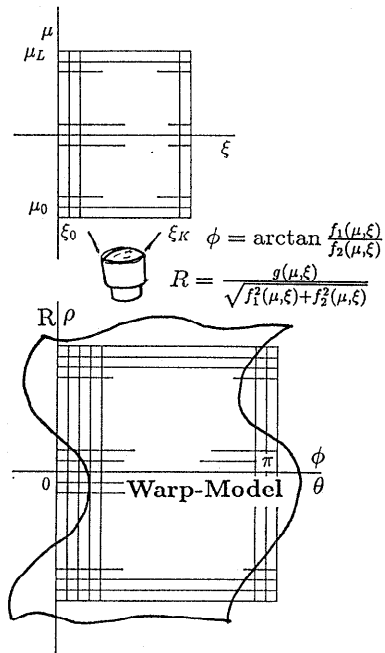


図 4 EHT 変換関数のワープモデル (R, ϕ) の導入
Fig. 4 The Warp Model (R, ϕ) of EHT.

$$\Delta\theta = \frac{\pi}{C} \cdot \Delta\xi$$

ところで、このパラメータ平面 (μ, ξ) 上のセル配列 (μ_l, ξ_k) は、元のパラメータ平面 (ρ, θ) 上からはどのようなセル配列に見えるであろうか？ 図 4 に示すように、 (μ, ξ) 平面上で整然と離散化されたセル配列は、式 (3)~(4) の変形を受けて $(R(\mu_l, \xi_k), \phi(\mu_l, \xi_k))$ なる歪んだセル配列として (ρ, θ) 平面上に写される。このような歪んだセル配列を、拡張 Hough 変換関数の

ワープモデル (Warp Model)* と呼ぶことにする。

ここで重要なことは、拡張 Hough 変換関数が通常の Hough 変換に代わって直線検出器として機能することを保証する問題をパラメータ平面で論じれば、このワープモデルが元のセル配列 (ρ_i, θ_k) をすき間なく一意に覆う (=二つの平面が位相同形である) ことを保証する問題に置き換えられる、ことである。また、拡張 Hough 変換関数を設計する視点からは、直線検出におけるこのワープモデルの意味を明らかにすることが重要である。前者は 2.3 節で、後者は 3 章で述べる。

2.3 関数条件の解釈

式(1)のように、 μ と ξ をパラメータとした関数 f_1, f_2, g で表現すると、変形により容易に式(3)、(4)が得られる。このとき、 f_1, f_2, g は μ, ξ の一価関数とすると、パラメータ $R(\mu, \xi)$ と $\phi(\mu, \xi)$ はパラメータ ρ と θ に対して、それぞれ一価関数となり、セル配列 (ρ_i, θ_k) と歪んだセル配列 $(R(\mu_i, \xi_k), \phi(\mu_i, \xi_k))$ の対応が位相同型となる。

(1) 条件-1 の解釈

図5に示すように、パラメータ $R(\mu, \xi)$ と $\phi(\mu, \xi)$ は、パラメータ ρ と θ に対してそれぞれ単調増加(単調減少)であれば一対一対応となる。また、式(7)の関係から、式(8)が導かれる。

$$\frac{\partial \phi(\mu, \xi)}{\partial \theta} = \frac{C}{\pi} \cdot \frac{\partial R(\mu, \xi)}{\partial \xi} > (<) 0 \quad (8)$$

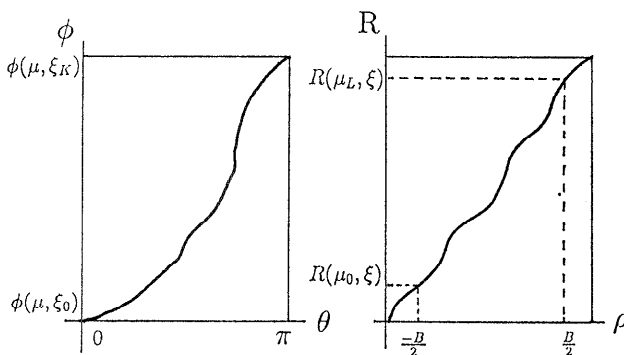


図5 正規表現されたパラメータ ϕ と R の単調増加性
Fig. 5 Monotonous increasing properties of ϕ and R .

* この歪みが、ちょうど織物 (fabrics) の縦糸 (warp), 横糸 (weft) に相似している。文献1) で R.O. Duda らがかつて述べたように、例えば ρ - θ パラメータの Hough 変換と a - b パラメータ (傾き, 切片) の Hough 変換は、どちらか一方のパラメータ平面を可変標本化 (文献6) 参照) すれば互いに等価な変換法とみなされる。この可変標本化の様子を、本論文では特にワープモデルと呼ぶ。

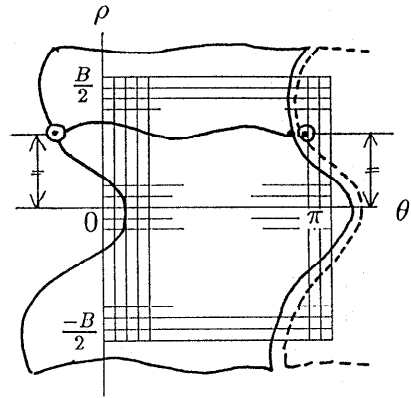


図6 パラメータ ϕ と R の境界条件
Fig. 6 Boundary conditions of ϕ and R .

$$\frac{\partial R(\mu, \xi)}{\partial \rho} = \frac{D}{B} \cdot \frac{\partial R(\mu, \xi)}{\partial \mu} > (<) 0$$

(2) 条件-2 の解釈

図6に示すように、離散表現したワープモデル $(R(\mu_i, \xi_k), \phi(\mu_i, \xi_k))$ がセル配列 (ρ_i, θ_k) を覆うためには、式(9)がすべての $\mu_i, i=0, 1, 2, \dots, L$ に対して成り立つ必要がある。

また、式(9)に加えて、 $k=0, K$ を除くすべての ξ_k に対して、 B がパラメータ ρ の変動範囲としたとき、式(10)が成り立つ必要がある。

$$R(\mu_i, \xi_K) = R(\mu_i, \xi_0) \quad (9)$$

$$\phi(\mu_i, \xi_K) = \phi(\mu_i, \xi_0) + \pi$$

$$R(\mu_0, \xi_k) - R(\mu_L, \xi_k) = B \quad (10)$$

3. ワープモデルによる EHT 関数の設計法

この章では、ワープモデルを足掛かりにした EHT 関数設計法の基本的考え方と手順を提案し、さらに典型的な事例を示す。

3.1 直線検出の感度とワープモデル

式(8)で与えられる偏微分 $\partial \phi / \partial \theta$ は、パラメータ $(R(\mu, \xi), \phi(\mu, \xi))$ で定められる EHT 変換関数の直線検出における角度検

出感度、もしくは角度分解能を表すものと解釈される。

全く同様に、偏微分 $\partial R / \partial \rho$ は、EHT 変換関数による直線検出における位置検出感度を表すものと解釈される。これらの解釈をまとめると、ワープモデルの歪みの分布は、その EHT 変換関数による直線検出感

度分布そのものであることがわかる。

そこで、 S_ϕ と S_R をこれらの直線検出感度であるとすると、式(8)の関係を参考にして、それらは式(11)によって定義される。

$$\begin{aligned} S_\phi &= \frac{C}{\pi} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \\ S_R &= \frac{B}{D} \cdot \frac{\partial R}{\partial \mu} \end{aligned} \quad (11)$$

3.2 EHT 変換関数の設計手順

したがって、EHT 変換関数の設計手順は、次のようにまとめることができる。[step-1] まず、直線検出感度 S_ϕ および S_R を、パラメータ μ と ξ の関数として与える。この関数は、実現したい所望の直線検出感度を、 μ と ξ を変数として直接表現すればよい。

[step-2] 次に、このようにして指定した S_ϕ と S_R を式(11)に代入して、関数条件-1、条件-2という制約のもとで、この偏微分方程式を解けばよい。この解 $\phi(\mu, \xi)$ および $R(\mu, \xi)$ を式(4)に当てはめれば、それが所望の検出感度を持つ EHT 関数である。

3.3 EHT 変換関数の導出事例

ここでは、典型的な変換関数導出事例を紹介し、上記のような EHT 変換関数の設計法の有効性を明らかにする。

(1) 事例(1)

まず、直線検出の角度感度と位置感度が式(12)と図7に示すように、 $\theta = \pi/2$ 付近で2次関数的に高くなるような EHT 変換関数を導いてみよう。

$$\begin{aligned} S_\phi &= \frac{C}{\pi} \cdot \left(\xi - \frac{\pi}{2} \right)^2 + a \\ S_R &= \frac{B}{D} \cdot \left(\xi - \frac{\pi}{2} \right)^2 + a' \end{aligned} \quad (12)$$

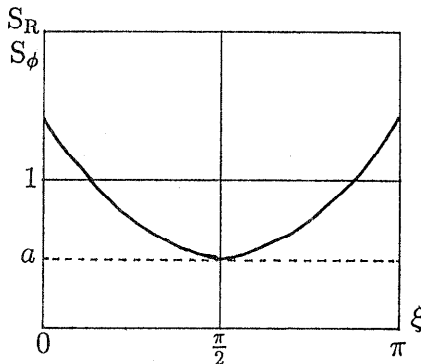


図7 直線検出感度分布の実例(1)

Fig. 7 An example of the sensitivities $\frac{\partial \phi}{\partial \xi}$ and $\frac{\partial R}{\partial \mu}$.

パラメータ $\phi(\mu, \xi)$ は、

$$\begin{aligned} \phi(\mu, \xi) &= \int S_\phi d\xi = \frac{(\xi - \pi/2)^3}{3} + a\xi + b \\ &= \frac{(\xi - \pi/2)^3}{3} + \left(1 - \frac{\pi^2}{12}\right) \cdot \xi + \frac{\pi^3}{24} \end{aligned} \quad (13)$$

のように、容易に求めることができる。この積分定数は、一般性を失うことなく $0 \leq \xi < \pi$ として $C = \pi$ となり、また、 $\phi(\xi=0)=0$ かつ $\phi(\xi=\pi)=\pi$ であるので、 $a = (1 - \pi^2/12)$ および $b = \pi^3/24$ と導かれた。他方のパラメータ $R(\mu, \xi)$ も、同様に求めることができ、

$$\begin{aligned} R(\mu, \xi) &= \int S_R d\mu = \frac{B}{D} \cdot \int \left(\left(\xi - \frac{\pi}{2} \right)^2 + a' \right) d\mu \\ &= \mu \cdot \left(\xi - \frac{\pi}{2} \right)^2 + \left(1 - \frac{\pi^2}{12}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

を得る。このときの積分定数は、 $a' = (1 - \pi^2/12)$ および $b' = 0$ である。ただしここでは、 $R(\mu=0)=0$ および $R(\mu=R)=R$ 、また、 $B=D$ とした。

このようにして、式(12)のような直線検出感度を持つ EHT 変換関数は、式(13)と式(14)で与えられる $R(\mu, \xi) = x \cdot \cos \phi(\mu, \xi) + y \cdot \sin \phi(\mu, \xi)$ として求められた。図8には、この EHT 変換関数のワープモデルを示す。確かに、 $\theta = \pi/2$ 付近で、位置、角度ともに検出感度が高くなっていることが理解できよう。よって、この変換関数を用いれば、画像中の原点付近に現われる水平なエッジ成分について直線検出の高分解能が保証される。例えば、車のナンバープレート検出などに有効かと考えられる。

(2) 事例(2)

次式、

$$S_\phi = \frac{2}{\pi} \cdot \xi \quad (15)$$

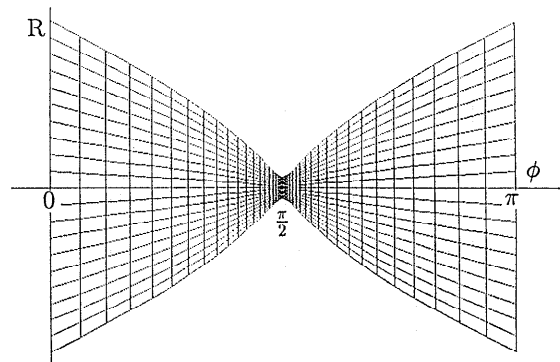


図8 実例(1)の EHT 変換関数のワープモデル

Fig. 8 An example of the Warp Model.

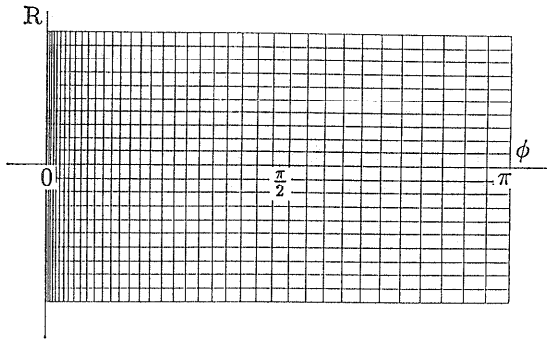


図 9 事例 (2) の EHT 変換関数のワーブモデル
Fig. 9 Another example of the Warp Model.

$$S_R=1 \quad (16)$$

で示すように、角度感度が θ に対して線形に劣化し、位置感度が一定である EHT 変換関数を導いてみよう。

上記の事例 (1) とほとんど同様な制約条件の下でこれらの偏微分方程式を解くと、 $\phi(\mu, \xi)$ および $R(\mu, \xi)$ は容易に求められ、

$$R(\mu, \xi) = \mu \quad \phi(\mu, \xi) = \frac{\xi^2}{\pi} \quad (17)$$

$$R(\mu, \xi) = x \cdot \cos \phi(\mu, \xi) + y \cdot \sin \phi(\mu, \xi)$$

を解として持つ EHT 変換関数が得られる。図 9 に

は、この EHT 変換関数のワーブモデルを示す。直線検出の角度感度、位置感度の分布が所望のとおり得られていることがわかる。よって、この変換関数では、画像中の垂直なエッジ成分の検出に高分解能が保証される。

4. 効率化問題と量子化問題に対する考察

ここまで論じてきたことからわかるように、EHT 変換関数のワーブモデルは、いわゆる Hough 変換のパフォーマンス問題（高精度化問題）およびパラメータ化問題に対して一つの一般的解答を示していると考えられる。この章では、具体例として、Hough 変換の効率化の観点から先に提案した区分的 Hough 変換 PLHT 関数⁵⁾などを取り上げ、従来提案されてきたさまざまな変換関数が EHT によって説明できることを示し、さらに Hough 変換のいわゆる量子化問題ないし離散化問題に対しても有用な解答を与えていることを考察する。

4.1 EHT 変換関数における量子化問題

次式、

$$x = \sqrt{2} \cdot \mu - y \cdot \frac{4}{\pi} \cdot \xi \quad -\frac{\pi}{4} \leq \xi < \frac{\pi}{4} \quad (18)$$

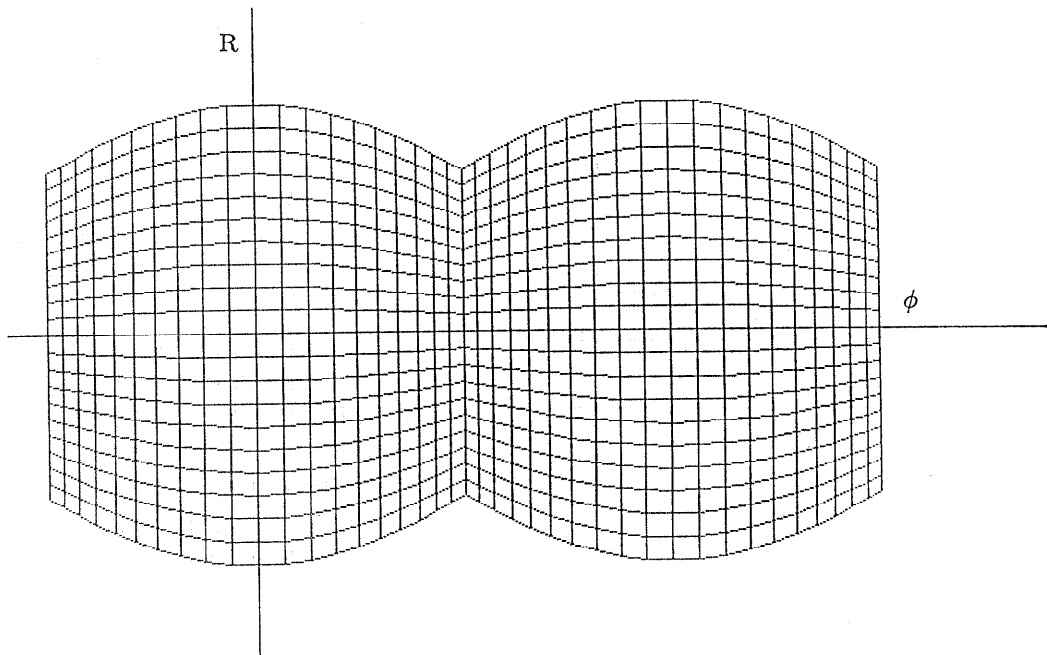


図 10 区分的 Hough 変換 PLHT のワーブモデル
Fig. 10 The Warp Model of PLHT.

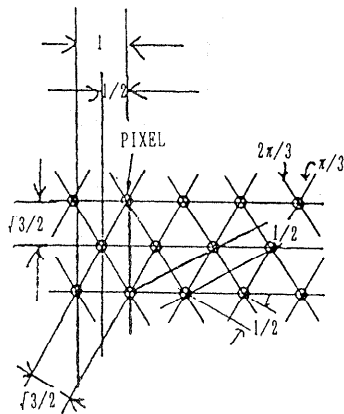
$$y = \sqrt{2} \cdot \mu + x \cdot \left(\frac{4}{\pi} \cdot \xi - 2 \right) \quad \frac{\pi}{4} \leq \xi < \frac{3\pi}{4}$$

は、PLHT 変換関数である。ここに、角度軸の分割ブロック数は 2 とし、また $\pi/4 \leq \xi < 3\pi/4$ であるとする。PLHT 変換関数の正規表現は、

$$\phi = \arctan \frac{4}{\pi} \cdot \xi \quad R = \frac{\sqrt{2} \cdot \mu}{\sqrt{1 + (4/\pi \cdot \xi)^2}} \quad -\frac{\pi}{4} \leq \xi < \frac{\pi}{4} \quad (19)$$

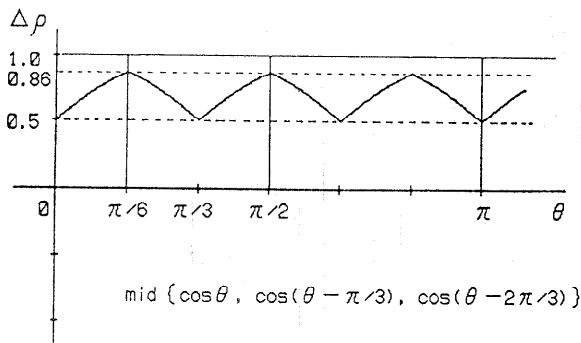
$$\phi = \arctan \frac{1}{(2 - 4/\pi \cdot \xi)} \quad R = \frac{\sqrt{2} \cdot \mu}{\sqrt{1 + (2 - 4/\pi \cdot \xi)^2}} \quad \frac{\pi}{4} \leq \xi < \frac{3\pi}{4}$$

によって与えられるので、この変換関数のワープモデルは、図 10 のようになることがわかる。このワープ



(a) 正三角形格子と隣接直線の分解能

(a) Triangular lattice and its resolution among adjacent lines.



(b) 最適な変換関数のワープモデル

(b) The Warp Model of the optimal transform function.

図 11 正三角形格子で離散化された場合の直線検出分解能
Fig. 11 The Warp Model of the Hough transform function for the triangular lattice system.

モデルは、角度感度、位置感度ともに $\phi = m \cdot \pi/4$; $m = -1, 1, 3$ 付近で高くなり、一方、 $\phi = m \cdot \pi/4$; $m = 0, 2$ 付近で粗くなることを示している。

さてここで、パラメータ μ, ξ と定数 $4/\pi$ を $\gamma/\sqrt{2}$, ω および α に置き換えてみよう。そうすると、式 (18) で定義される EHT 変換関数は、

$$x = \gamma - y \cdot (\alpha \cdot \gamma) \quad -\frac{1}{\alpha} \leq \omega < \frac{1}{\alpha} \quad (20)$$

$$y = \gamma + x \cdot (\alpha \cdot \omega - 2) \quad \frac{1}{\alpha} \leq \omega < \frac{3}{\alpha}$$

のように書き換えることができる。実はこの式 (20) の変換関数は、すでに発表されている γ - ω Hough 変換⁷⁾の変換関数そのものであることがわかる。この γ - ω Hough 変換はもともと、パターン平面が正方格子に離散化されている場合の直線検出問題に対して、パラメータ平面の最適離散化（しばしば、量子化ともいう）を与える目的で導かれた。しかるに、この PLHT 変換関数を一事例として包含する EHT 変換関数の考え方は、実は、パラメータ平面の量子化問題に対するより一般的な解答を与える枠組であることが明らかである。

この事実は、例えば、パターン平面が正六角格子、正三角形格子などに離散化されている場合でも、パラメータ平面をどのように量子化すると最適な直線検出ができるかをワープモデルによって検討することが期待できることを示している。

図 11 (a) に示すように、パターン平面が非正方格子に離散化された場合、近接する直線間の分解能 $\Delta\rho$ は正方格子の場合と異なる。例えば、正三角形格子では、垂角 $\theta = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi$ の直線では $\Delta\rho = 1/2$ となり、 $\theta = \pi/6, \pi/2, 5\pi/6$ の直線では $\Delta\rho = \sqrt{3}/2$ となる。図 11 (b) にこの結果を示す。

4.2 EHT 変換関数と Hough 変換効率化問題

高速に計算できる Hough 変換を実現できる EHT 変換関数を見出すことは、理論的にも実用的にも興味ぶかい。今とりあげた PLHT 変換関数を、この意味からも考察しておこう。

まず、パターン平面上に図 12 (a) に示したようなエッジ点を与えられたとしよう。PLHT 変換関数は、

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot x + \frac{4}{\sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \xi \cdot y \quad -\frac{\pi}{4} \leq \xi < \frac{\pi}{4} \quad (21)$$

$$\mu = \frac{-1}{\sqrt{2}} \left(\frac{4}{\pi} \cdot \xi - 2 \right) \cdot x + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot y \quad \frac{\pi}{4} \leq \xi < \frac{3 \cdot \pi}{4}$$

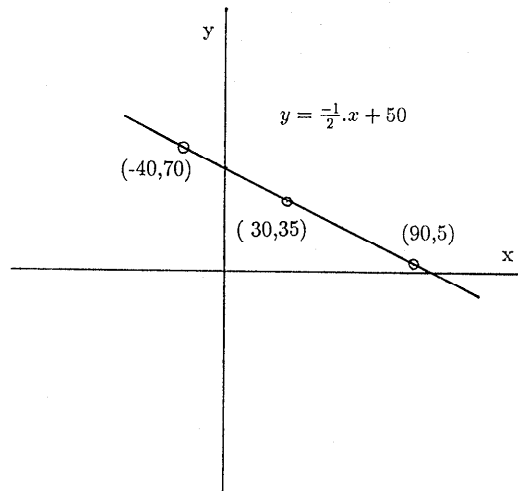
のように容易に変形でき、これは ξ に対して μ が 1 次関数であるから、 μ - ξ パラメータ平面への度数の投票はインクリメンタルに実行できることがわかる。図 12(b) にこのインクリメンタルな度数生成の様子を示す。よって、同図 12(c) に示すような通常の Hough 変換での三角関数計算や掛算がここでは不要なため、PLHT 変換関数は、Hough 変換の高速化にも役立つ

ことが示された。

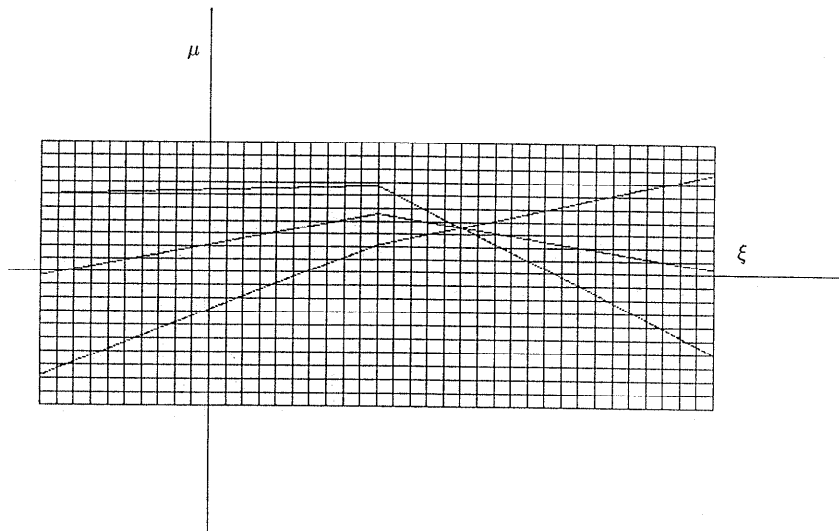
ここでは効率化に有効な EHT 変換関数の一例を示しただけであるが、変換関数自体が計算時間の掛からないものが EHT 変換関数の中に求められることが確認できた。

5. む す び

本論文では、拡張 Hough 変換関数 EHT を提案してその変換関数の満たすべき関数条件を明らかにした

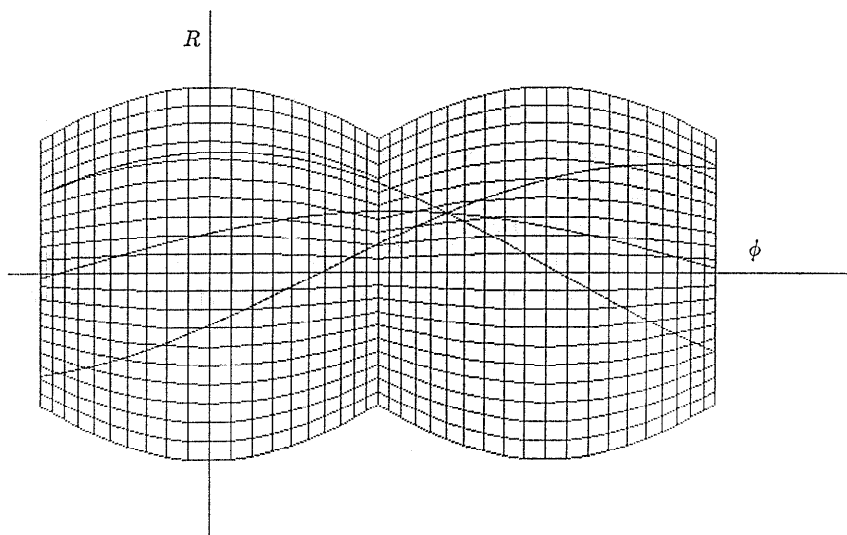


(a) パターン平面上的エッジ点群
(a) Edge points in pattern space.



(b) (μ, ξ) パラメータ平面への区分線形な投票
(b) Piece-wise linear voting in (μ, ξ) space.

図 12 PLHT による効率化
Fig. 12 An example of efficiency of EHT.



(c) (R, ϕ) パラメータ平面への Hough 曲線の投票
 (c) Sinusoidal curve voting in (R, ϕ) space

図 12 (つづき)

Fig. 12 (Continued)

後, EHT 変換関数の直線検出における解釈を明確にするためにワープモデルなる概念を導入した. このワープモデルは, 直線検出における角度および位置検出感度を表すことを明らかにした. さらにこのワープモデルを基にして, 所望の直線検出感度を有する拡張 Hough 変換関数を解析的に設計できることも示し, また, 典型的な事例も示した. 具体的には, 所望の直線検出感度を偏微分形式で与えると, その偏微分方程式を適当な制約条件の下で解くと, 変換関数が導出できることを示した. この意味で, 従来から Hough 変換の「パラメータ化問題」といわれていた課題に対して, 本論文では, 変換関数群を設計するという方法で, より一般的に答えることができた.

さらに本論文では, 拡張 Hough 変換関数 EHT のワープモデルという考え方は, いわゆる Hough 変換の「高精度化問題」⁶⁾, 「量子化問題」^{6), 7)} さらに「効率化問題」^{1), 2)} に対して答える方法論としても有効であることを具体的に示した.

以上のような本論文の視点から, 次のような興味ある課題が今後に残されている.

(1) 実用的観点からは, 高速化が可能な変換関数を新たに発見すること, 雑音や隠蔽に対して頑強な変換関数を見い出すことなどを期待される⁸⁾.

(2) 拡張 Hough 変換関数の理論的側面からは, 変換関数が満たすべき関数条件をさらに詳しく検討し,

拡張 Hough 変換関数群の, もしくは変換関数の「パラメータ化」の階層構造を明らかにすることに興味を持たれる. そうすることによって, Hough 変換の利用目的に見あつて変換関数設計の手続きを多様化することが期待される.

(3) 本論文の 4 章で考察した問題をさらに一般的に検討し, Hough 変換における「変換関数問題」, 「パラメータ化問題」, 「パフォーマンス問題」および「効率化問題」の関係⁹⁾をより明らかにしておきたい.

謝辞 日頃からご討論頂く中京大学情報科学部福村教授と中山講師に深謝する. また, 本研究の一部は, 文部省科学研究費(重点領域) No. 04236221 および 1992 年度(財団法人)人工知能研究振興財団助成金の支援を得ている. ここに記入して, 謝意を表する.

参 考 文 献

- 1) Duda, R.O. and Hart, P.E.: Use of the Hough Transformation to Detect Lines and Curves in Pictures, *Comm. ACM*, Vol. 15, No. 1, pp. 11-15 (1972).
- 2) Wallace, R.S.: A Modified Hough Transform for Lines, *Proc. CVPR*, pp. 665-667 (1985).
- 3) Hough, P.V.C.: Method and Means for Recognizing Complex Patterns, U.S. Patent, 306954 (1962).
- 4) Koshimizu, H. and Numada, M.: On the Extensive Reconstruction of Hough Transform,

Proc. of ICCV '90, pp. 740-743 (Osaka), (Dec. 1990).

- 5) 奥水, 沼田: 区分的 Hough 直線による高速 Hough 変換法 PLHT について, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J72-D-II, No. 1, pp. 56-65 (1989).
- 6) 森本, 尺長, 赤松, 末永: 可変フィルタによる高精度 Hough 変換, 電子情報通信学会論文誌, Vol. J75-D-II, No. 9, pp. 1548-1556 (1992).
- 7) Wada, T. and Matsuyama, T.: γ - ω Hough Transform, *Proc. ICPR '92*, pp. 272-275 (Aug. 1992).
- 8) Svalbe, I.D.: Natural Representation for Straight Lines and Hough Transform on Discrete Array, *Trans. IEEE*, Vol. PAMI-11, No. 9, pp. 941-950 (1989).
- 9) Koshimizu, H.: The Current Trends of Hough Transform—For the Further Innovation of Hough Transform in Computer Vision—, *Proc. 1-st Korea-Japan Joint Conference on Computer Vision (CV'91)* (Oct. 1991).

(平成4年12月20日受付)

(平成5年7月8日採録)

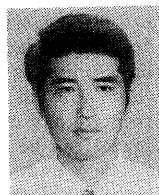
奥水 大和 (正会員)



昭和45年山梨大学工学部電気工学科卒業。昭和47年名古屋大学大学院工学研究科(電気, 電子工学専攻)修士課程修了。昭和50年同博士課程修了。その後, 名古屋大学工

学部助手, 名古屋市工業研究所勤務を経て, 昭和61年より中京大学。現在, 情報科学部教授。工学博士。画像処理, パターン認識・理解, コンピュータビジョンとそれらの産業応用・医学応用の研究, 画像処理アルゴリズム効率化の研究に関心を持つ。最近, 似顔絵生成の研究を主宰し, 人の視覚感性の実現(「cognitive vision」)の研究に興味あり。電子情報通信学会, 人工知能学会, 計測自動制御学会, 日本 ME 学会, テレビジョン学会, 等各会員。電気学会調査専門委員, 計測自動制御学会パターン計測部会副主査, 日本非破壊検査協会特別研究委員会(005/008)委員, 日本 ME 学会東海支部評議員, ほか, 著書「画像処理の基本技法」(共著)技術評論社, 「コンピュータビジョン」(共著)丸善, 等。

沼田 宗敏 (正会員)



1984年富山大学理学部物理学科卒業。同年(株)ロゼフテクノロジー入社。以来, 画像計測, パターン認識の研究開発に従事。現在, 同社 SMT プロジェクト課長。電子情報

通信学会会員。

村上 和人 (正会員)



1984年名古屋大学理学部物理学科卒業。同年, 名古屋市工業研究所電子部勤務, 1991年中京大学情報科学部助手。パターン形状特徴抽出アルゴリズム(Hough 変換)の研究

をはじめ, X線写真の画像処理・パターン認識システム開発, 似顔絵生成システム(PICASSO)の研究などに従事。電子情報通信学会, 人工知能学会, 日本非破壊検査協会各会員。