



小特集

いまさら聞けない！ コンピュータの数学

田浦健次郎（東京大学）

鶴岡慶雅（東京大学）

編集にあたって

情報処理やプログラミングを深く学ぶのに数学が必要なことには、誰も異論を挟まないと思われる。そして筆者を始め、「ああ、もう少し数学がスラスラと分かれば・・・（本や論文で挫折する場面が少なくなるのに・・・）」と思っている人も多いのではない。では、大学の一、二次の数学—線形代数や解析学—を一生懸命勉強しなおせば（または、しておけば）それで済む（済んだ）のかというと、それもまた少し違う。

情報分野で出てくる数学は実に多種多様である。線形代数や解析学がかなり直接的に現れる、科学技術系の数値計算、最適化（機械学習における誤差の最小化などもこれに含まれる）などの分野もある一方、ずいぶんと毛色の違う数学もある。前者に該当する分野でも、当該分野では重要かつ基本的な考え方（誤差の扱いなど）が、通常の大学数学の課程ではあまりカバーされていない、逆に

そこで苦労して学んだ定理が、数値的な計算をする上ではさほど役に立たないということがある、などというギャップも、多くの人が感じていると思われる。

ほかの数学ではない分野を見ると、物理には「物理数学」、工学であれば「工学系の数学」といった、ある程度、そのギャップを埋めるような書物も多くある。それらは、大学一、二次数学との連続性が高く、それぞれの分野の専門の方にはお叱りを受けそうだが、簡単に言えば、科目「数学」ではあまりやらない、微分方程式の実際の求解法やら、特殊関数など、計算方法をしっかり練習するというのが主な内容である。一方情報分野にも似たものがあるのではと「情報数学」といったタイトルで本を探してめくってみても、集合、写像、同値関係などから始まり、離散数学をかじって終わるという感じのものが多く、これまたお叱りを受けそうだが、いったいこの題目で何をどこまでカバーしていいのか暗中模索のまま、項目が列挙されているという印象も受ける。



情報数学の中では、大学一、二年次数学とは毛色の違う数学も多数出現する。情報カリキュラムで必ず出てくる例としては、計算量クラスに関する数学がある。そこでは「問題の難しさ」を問題間の還元可能性によって定式化・分類する。その他の例として、プログラムの検証、安全性にかかわる数学がある。たとえばプログラムの型システムが「正しい」ことや、暗号システムが「安全」であることを証明する、といった数学である。厳密に議論を進める上ではそれらの正しさや安全性の数学的な定式化が欠かせない。しかし、中学校以来おなじみの幾何や不等式の証明とは異なり、「何を」証明するかという言明自身に創造的な枠組み作りが必要になる。そのような枠組みはそれぞれの分野では、定石、常識、「ここ」として共有されているものであるが、それを知らない門外漢が学ぶ際には大きな障壁になる。

本小特集では、情報のいろいろな分野に現れる多様な数学の、「ここ」「さわり」を限られた紙面で少しずつ紹介すべく、4人の専門家に執筆を依頼した。1人目は、東北大学住井英二郎氏で、プログラミング言語の研究で現れる数学についてである。プログラムの意味（仕様）や静的な型システムの「正しさ」をどう定式化し、何を証明しているか、をやさしくかつ一貫した例を用いて、学ぶことができる貴重な記事である。2人目は、北海道大学岩下武史氏で、数値計算における数学についてである。数値計算の数学は、情報分野の数学の中では一、二年次数学との距離が近い代表と言えるが、それでも、誤

差の伴う世界での計算を行うための要諦（条件数など）は、その分野のこことでも言うべきもので、それらが分かりやすくまとまった記事になっている。3人目は、東京大学杉山将氏で、機械学習の数学についてである。機械学習の本をめくると、きわめて多種多様な「回帰」「分類」のアルゴリズムが列挙されているが、杉山氏の記事ではそれらの表面的には異なるアルゴリズムを、確率密度の推定という統一的な視点から述べていて眼から鱗である。4人目は、産業技術総合研究所花岡悟一郎氏に、情報セキュリティに関する数学、特に、安全性を証明可能な暗号に関して、その枠組みを述べている。「未知の攻撃者に対する安全性」という捉えがたい概念を、どのように定式化し、かつその枠組みで実際に証明が行われる、という流れは、数学の詳細が追えなかったとしても非常に興味深いものである。

最後に、「情報系の数学教育カリキュラム」と称して、一年次から三年次くらいにかけて、情報系に進んだ学生が典型的に学ぶと思われる数学について調査した。

情報分野の数学がとてもこの小特集で俯瞰できるものではないし、個々の記事も4～5ページというきわめて限定されたページ数で執筆をお願いすることになってしまったが、どれも、要諦となる考え方がまとまった、ほかではあまり得られない内容になっており、各分野をもう一步深く学ぶ際の入り口となれば幸いである。

(2015年3月11日)