

流体解析に基づく波の形状制御

Controlling Water Wave based on Computational Fluid Dynamics

千葉 雄太[†] 土橋 宜典[‡] 山本 強[‡]

北海道大学工学部[†] 北海道大学大学院情報科学研究科[‡]

1. はじめに

コンピュータグラフィックスにおいて流体解析を利用して流体の動きをシミュレーションする研究が盛んに行われている。これらの研究は映画やゲームなど幅広い分野への応用が期待されている。また、ユーザの意図した形状となるように流体の動きを制御する研究も行われている。本研究では流体の 1 つである波のシミュレーションに着目する。流体解析に基づく波のシミュレーションに対し、ユーザの指定した形状となるように波の動きを制御する手法を提案する。ただし、本稿では 2 次元の波を対象とし、波の発生時から目標形状到達までを扱う。

2. 従来研究

流体解析に関する研究として文献[1]がある。これは流体の運動方程式である Navier-Stokes 方程式の安定かつ高速な解法を提案したものである。この手法を応用して波の動きをシミュレーションしたものとして文献[2]が存在する。これは、初期条件として波の形状を与えることで、その波が進行していく過程を流体解析によりシミュレーションするという研究である。しかし、この文献が対象としているのは、入力した波の形状が進行していく過程であり、波の形状が形成される過程は考慮されていない。

本研究では、[1]の手法を応用し波のシミュレーションを行い、その波の形状を制御する手法を提案する。

3. 提案手法

3.1 波のシミュレーション方法

本研究の基礎となる波のシミュレーション方法について説明する。前述したように、本稿では 2 次元における波を対象とし、以下で述べるレベルセット法を利用した簡易モデルを用いることで流体のシミュレーションを行う。まず、2 次元のシミュレーション空間を格子状に分割し、各格子点に速度およびレベルセット関数値を割り付け、格子点毎にそれらの値の計算を行う。レベルセット関数は水面からの距離を表す。初期状態として、指定した高さに波の無い水面を設定する(図 1 参照)。波の発生は、シミュレーション空間上部に外力の発生点を配置し、その点から図 1 の矢印の方向に外力 f を一定時間与える。この外力により速度を発生させ、擬似的に波を生成する。その後、シミュレーション空間内の速度場とレベルセット関数値の時間変化を文献[1]の手法を用いて流体解析を行うことにより、波の動きのシミュレーション

を行う。また、シミュレーション空間の左右の境界条件として、周期境界を用いる。しかし、この境界条件の下で一定時間外力を加え続けると、波が進行しないという問題が起きる。これを防ぐため、外力 f の発生源をステップ毎に波と同一の方向へ移動させる。このような波のシミュレーションを基礎として、発生した波の形状がユーザの指定した形状に近づくように制御を行う。

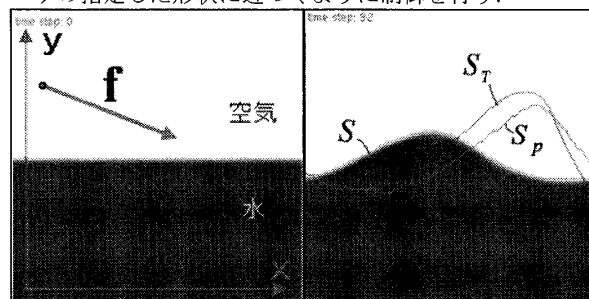


図 1: 波のシミュレーション

図 2: 形状の定義

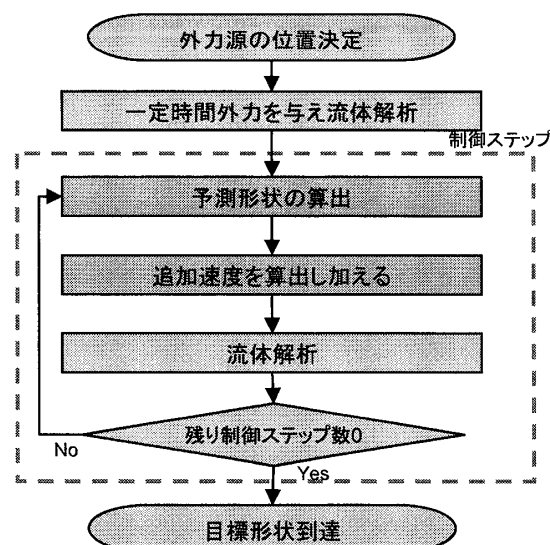


図 3: 処理の流れ

3.2 波の制御方法

本研究では、図 3 に示すフローチャートに沿って波の制御を行う。始めに、前項で述べた波を発生させるための外力 f の発生源の位置を目標の形状に応じて決定する。次に一定時間の波のシミュレーションを行い予測形状 S_P (図 2 の S_P) を計算する。その後、この S_P と目標形状 S_T (図 2 の S_T) の差異を補うように外力を発生させて流体解析を行い、予測形状 S_P を更新する。以降はこの処理を事前に設定した制御ステップ数分行う。これらの処理により、

Controlling Water Wave based on Computational Fluid Dynamics

[†]Yuta CHIBA • Faculty of engineering, Hokkaido University

[‡]Yoshinori DOBASHI, Tsuyoshi YAMAMOTO • Graduate School of Information Science and Technology, Hokkaido University

波の形状制御を行う(図 3 参照)。以下で各処理について説明する。

3.2.1 外力 f の発生源の決定

波のシミュレーションを行う前に、外力を加えるステップ数を決定する。このステップ数 T は次式により決定する。

$$T = \beta T_b \quad (1)$$

ここで、 β は $0 < \beta < 1$ を満たす定数、 T_b は外力を加え続けることで波の形状が崩れてしまうステップ数である。ここで、崩れた波の形状とは、波の表面を示す関数が x に関して二価以上の関数となる場合を指す。シミュレーションを行う総ステップ数は次式により決定する。

$$N = T + T_c \quad (2)$$

ここで、 T_c は制御を行うステップ数である。次に、外力源の初期位置を以下のように決定する。まず、制御を行わない状態で波を発生させ N ステップ目における波の高さと位置を前処理として計算しておく。そして、その結果を利用して、初期位置 x_s を次式により決定する。

$$x_s = x_t - (x_m - x'_s) \quad (3)$$

x_t は目標形状で最も高い点の x 座標、 x_m は前処理により求めた N ステップ目の波の最も高い点の x 座標、 x'_s は前処理時の外力源の初期位置の x 座標である。ただし、波の進行方向は右向きである。この x_s を初期位置とすることで、発生する波の N ステップ目における形状の最も高い点の x 座標が目標形状の最も高い点の x 座標と一致する。

3.2.2 予測形状の算出

目標形状と最終ステップにおける形状との比較のため、最終ステップにおける波の形状を予測する。そのため、前項の外力位置決定時と同様に制御ステップを行わない状態での波のシミュレーションを行い、波高の増減を記録する。ここでは波の進行方向を右方向とし、制御ステップ中の波は 1 ステップで右方向に 1 格子分の速度で移動すると仮定する。この仮定の下で、制御ステップを開始してから t ステップ目の格子 x の波高の増減値 $S_i(x, t)$ は次式で表される。

$$S_i(x, t) = S_n(x+1, t+1) - S_n(x, t) \quad (4)$$

ここで、 $S_n(x, t)$ は制御を行わない場合の t ステップ目の格子 x における波高である。

次に、予測形状を算出する。ここでは、現在の波の形状に対し上記で記録した S_i の値を現在のステップから最終ステップまで加算して得られた形状を予測形状とする。すなわち、 t ステップ目の格子 x における波が最終的に到達する予測の高さ $S'_p(x, t)$ は次式で表される。

$$S'_p(x, t) = S(x, t) + \sum_{n=t}^N S_i(x+(n-t), n) \quad (5)$$

ここで、 $S(x, t)$ は t ステップ目の格子 x における波高である。この S'_p を残り制御ステップ数分右方向にシフトさせたものが予測形状 S_p となる。この予測形状 S_p を用いて、目標形状との比較を行う。

3.2.3 速度の追加

前項の方法で得られた各格子における予測の波高と目標形状の各格子の高さとの差異を求め、その差異に比例した速度を形状の差異を補うための速度とする。高さ方

向についてのみの補正を行うため、加算する速度ベクトルは y 成分のみを持つものとする。また、垂直方向には全て同じ速度を水面下のみに加算する。したがって、 t ステップ目の格子 (x, y) における追加速度の大きさは次式となる。

$$v_a(x, y, t) = \alpha (S_T(x') - S_p(x', t)) \gamma(x, y) \quad (6)$$

$$x' = x + \text{Offset} \quad (7)$$

ここで、 $S_T(x)$ は格子 x における目標形状、 $\gamma(x, y)$ は格子 (x, y) が水面下であれば 1、そうでなければ 0 を返す関数、 Offset は現在の波の $-x$ 方向のずれ、 α は v_a の符号により変化する係数である。この速度 $v_a(x, y, t)$ を速度場に加えることで波の形状を目標形状へと近づける。

4. 実験結果

提案手法を適用した結果を示す。実験環境は、CPU が Intel Pentium 4 3.00GHz、メモリが 2GB である。シミュレーション空間は 80×80 の格子に分割した。

以下の図(a),(b)は同じ目標形状に対して、(a)は制御を行わない場合、(b)は制御を行った場合の結果である。制御しない場合と比較し、波の形状が目標形状に近い形状になるという結果が得られた。また、1 ステップあたりの計算時間は 68ms であった。

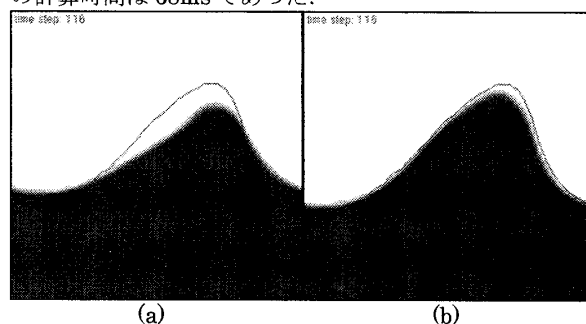


図 4: 実験結果

5. まとめと今後の課題

本稿では 2 次元における波のシミュレーションに対して、その形状を制御する手法について提案した。今後の課題としては、より複雑な目標形状にも対応させることが挙げられる。また、本稿では波に対して直接速度を追加する方法を用いたが、波の動きに多少の不自然さを残す結果となった。そのため、速度の追加を行う領域を空気の領域に限定する等の間接的な制御方法も検討したい。さらに、解析の際の境界条件に周期境界を用いたため、自然現象としての波の再現が困難となってしまった。今後は境界条件を変更することも検討する必要がある。

6. 参考文献

- [1] J. Stam 1999, Stable Fluids, In *Proceedings of ACM SIGGRAPH 99*, pp.121-128
- [2] V. Mihalef, D. Metaxas, M. Sussman 2004, Animation and Control of Breaking Waves, *Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation*, pp.315-324