

エッシャー画像解析に基づく敷詰画像生成システムの検討

小西 正浩[†] 徳永 幸生[†] 杉山 精[‡] 山田辰美^{†‡}

芝浦工業大学 工学部[†] 東京工芸大学[‡] NTT先端技術総合研究所^{†‡}

1. はじめに

エッシャーの「平面の正則分割」の定義に則った作品は数多く存在する。しかし、このような画像は幾何学的な要素が強く誰でも「簡単」に描けるわけではない。この問題を解決するために、本研究ではエッシャー画像の解析を行い、エッシャー画像の構造を分析し、この分析に基づくエッシャー画像を容易に作成するシステムの構築を試みた。

2. エッシャー画像の解析

2.1 平面の正則分割とエッシャー画像

エッシャー画像の基なる「平面の正則分割」とは「互いに結合した合同な多角形から成り立ち、この多角形は互いに他の多角形と隣接して形成される配列は常に同一となる」と定義される。この多角形を原始形態と呼び、任意の三・四角形と特定の五角形・六角形が当てはまる。この定義は、並進・鏡映・すべり鏡映・回転の 4 つの幾何学運動からなる全 17 種類の敷き詰めパターンを利用して、原始形態を隙間なく敷き詰めることで満たされる。17 種類の敷き詰めパターンの名称は用いられている格子 (p: 単純な格子・c: 中心のある格子) や幾何学運動 (m: 鏡映・g: すべり鏡映) を意味する文字と回転角度 (360/数字°) を意味する数字の組み合わせで付けられている。

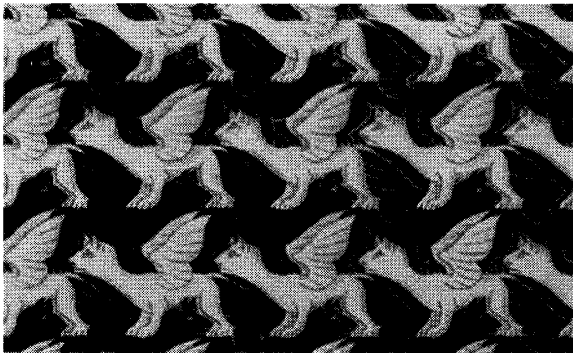


図1. エッシャー画像例

Examination of system that generates tiled image based on analysis of Escher's work

[†]Masahiro KONISHI (k05044@shibaura-it.ac.jp)

[†]Yukio TOKUNAGA (tokunaga@shibaura-it.ac.jp)

[‡]Kiyoshi SUGIYAMA

^{†‡}Tatumi YAMADA

[†]College of Engineering Shibaura Institute of Technology

[‡]Tokyo Polytechnic University

^{†‡}NTT

エッシャーは原始形態を基に同一形状の図形 (タイル) を作成し、タイルに鳥や猫など (モチーフ) を描き、そのタイルを敷き詰めることで図 1 のような「平面の正則分割」を満たす芸術作品を生み出した。本研究ではこのような作品をエッシャー画像と呼ぶこととする。

2.2 エッシャー画像の構造解析

エッシャーの作品に近い画像を作成することができるシステムを構築するには、その基本原理となる「平面の正則分割」以外に、エッシャー自身の作品を描くノウハウを理解する必要があると考えた。そこで、解析項目を設け、エッシャーが描いた作品の構造解析 (図 2) を行った。解析の対象画像については「平面の正則分割」を満たす 76 作品^[1]を用いた。解析手順と解析項目を以下に示す。

<解析手順>

1. 三つ以上のタイルが交わる点を頂点とした原始形態を抽出する
2. 各頂点と結ぶ線種を全て抽出する
3. 曲線と原始形態を比較し、中点の有無を判定する
4. 同じ曲線が用いられている場合は、複製後の移動方法を明らかにする
5. 「平面の正則分割」に対応する敷き詰めパターンを探索する
6. タイルに描かれるモチーフを明らかにする

<解析項目> ※()に図2の解析例を示す※

1. 原始形態 (四角形の凧形)
2. 曲線の種類 (2 種類: その 1 とその 2)
3. 中点の使用の有無 (なし)
4. 曲線の移動方法 (1・2 とともにすべり鏡映)

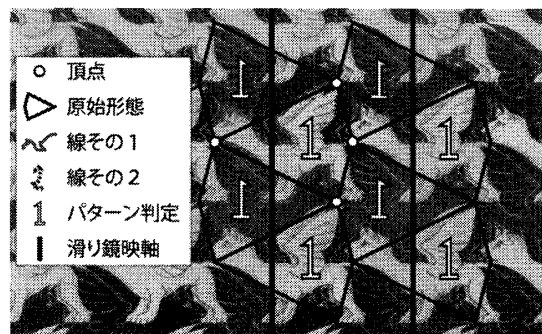


図2. 解析結果画像例

5. 敷き詰めパターン(pg(並進・すべり鏡映))
6. タイルに描かれるモチーフ(翼付きの猫)

2.3 解析結果と考察

2.2 の解析手法により，エッシャー画像の構造を解析することができた．敷き詰めパターンと作品数についての解析結果を表 1 に示す．

表 1. 敷き詰めパターン別作品数の解析結果

敷き詰めパターン	p1	pm	pg	cm	p2
作品数	7	0	13	2	12

pmm	pgg	cmm	pmg	p4	p4m	p4g
0	11	0	3	8	0	6

p3	p3lm	p3ml	p6	p6m	分類不可	計
2	3	0	8	0	1	76

表 1 から，エッシャーの 76 作品については全 17 種類の敷き詰めパターンのうち 11 種類が用いられており，敷き詰めパターン別作品数も一定ではないことが判明した．このことから，敷き詰めパターンごとにエッシャー画像の描き易さが存在し，作品数が 0 の敷き詰めパターンについてはエッシャーでさえ描くことができなかつたと考えられる．また何かしらの法則性があるとも考えられる．今後この検討が必要である．

3. エッシャー画像作成システムの構築

3.1 システムの概要

解析結果から，今回はエッシャーが用いた敷き詰めパターン 11 種類について，文献^[2]に書かれていた敷詰画像の作成手法を基に考案した作成手法を用いて，敷詰画像生成システムを構築した．原始形態はそれぞれの敷き詰めパターンで用いられた四角形か六角形を採用した．具体的には 1~3 種類の曲線を入力することで敷詰画像を生成するシステムである．作成手順を以下に示す．

＜作成手順＞

1. 原始形態と敷き詰めパターンを決定する．
2. 次に，始点と終点を原始形態の頂点に対応するよう，任意の曲線を 1~3 種類描く．
3. その曲線を複製し，それぞれの曲線に平行移動・回転移動・対称移動を与え，タイルを作成する．
4. 最後に，敷き詰めパターンを基にタイルを敷き詰める

図 3 にタイルの作成例を示す．

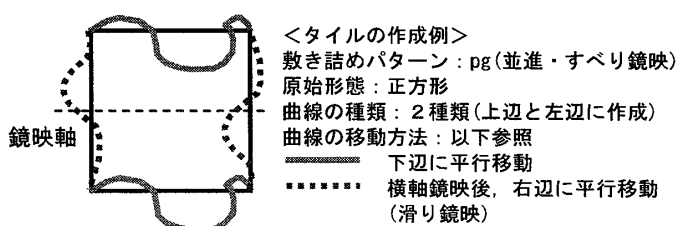


図 3. 考案した作成手法によるタイルの作成例

3.2 考察

解析結果を基に構築した敷詰画像生成システムによって，エッシャーの作品の模倣を試みた結果を図 4 に示す．その結果，エッシャーの作品を模倣した敷詰画像を作成することができることを確認した．また，今回用いた手法を適用することで他のエッシャーの作品も描くことができることが分かった．しかし，自由にエッシャー画像を描くとなるとやはり困難であり，描きたいモチーフを上手に描くことができていない．インターフェース上の問題を除けば，この原因として最も重要なのは，描きたいモチーフを基にしたタイルの作成手法が未検討であることが考えられる．

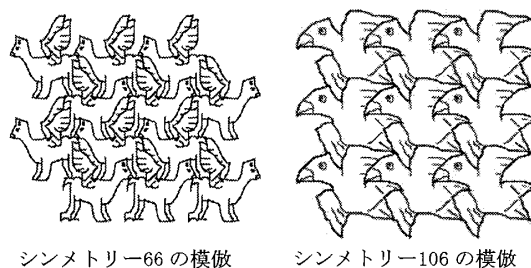


図 4. プログラムでのエッシャー画像作成例

4. まとめ

今回考案した手法に基づき，エッシャー画像の構造を解析した．更に，この結果を用いて敷詰画像生成システムを構築した．これにより，エッシャーの作品を模倣する敷詰画像を作成できる．今後，エッシャーが描いていない敷き詰めパターンやユーザーが望むモチーフで敷詰画像を作ることができれば面白い．そのためには更なる解析によるエッシャー画像を作成するためのノウハウ抽出，描きたいモチーフから適したタイルを作成する手法の検討が必要である．

参考文献

- [1] Doris Schattschneider: M. C. Escher, vision of Symmetry, Harry N. Abrams, Inc. (2004)
- [2] 藤田 伸: 連続模様の不思議タイリング&リピート, 岩崎美術社 (1998)