関数従属性と包含従属性が存在する場合の正規形データベーススキーム設計一手法

山田光博† 中川優††

従来，属性の全体集合の普遍関係上の関数従属性 (FD) 集合から，第三正規形 (3NF) データベーススキーム (DBS) 作成を行う手法が多数提案されてきた．ところが Bernstein の合成算法を代表とする従来手法には，互いに関数従属するキーが存在する場合，それをマージする前後で冗長な (redundant) FD および冗長な (extraneous) キー属性の排除を繰り返すものが多い．一方，普遍関係上に FD を与えるのみでなく，より意味表現力が高いモデルを補助的に用いる設計手法が議論されている．この場合，設計結果は普遍関係上で表現不可能な場合があるため，関係スキーム間の包含従属性 (IND) をも考える設計法が議論されているが，ここで，各関係スキームを従来手法で第三正規化を行うと，IND との相互作用による FD の導出が対象とされていないため主キーに推移従属する属性を排除不可能な場合がある．この問題に対し，Ling らは FD の導出律として，FD 固有の導出律に加え，IND との相互作用による導出に対する Pull back 規則を加えて，その条件下における拡張型 3NF 関係スキームおよびその作成方法を提案した．本稿では，同条件下で，3NFDBS 作成を行うためのより形式的な手法を提案する．提案手法は，各関係の正規化を行う過程で，冗長な FD の排除を同値のキーのマージの前後で繰り返さないという特徴を持つ．

A Method for Synthesizing Normal Form Database Schemes under Functional and Inclusion Dependencies

MITSUHIRO YAMADA† and MASARU NAKAGAWA††

This paper proposes a method of synthesizing third normal form (3NF) database scheme (DS) when functional dependencies (FD's) and inclusion dependencies (IND's) both exist. When these two types of dependencies exist, synthesizing relational schemes (RS's) having no attribute transitively dependent to primely keys require us to consider the derivation of FD's by the interaction between FD's and IND's in addition to derivations of FD's alone. But, to the best of our knowledge, there is no complete derivation axioms to this interaction. Therefore we restrict our derivation rule to FD and IND proper derivation axioms and pull back rule that is one of representative sound derivation rules for interaction between FD's and IND's and define 3NF DS under this condition as Ling et al. define their 3NF DS. Our method have two characters as follows. One is that, on an acyclicity assumption on IND set, it deduces the problem of determining the closure of FD's and IND's to computing on each RS the closure of FD set after pull back rule is applied. The other is that, in the procedure transforming each RS into 3NF RS's, the step eliminating redundant FD's, which may be executed both before and after merging equivalent keys in Berri and Bernstein's method, is done only after merging equivalent keys.

1. まえがき

属性の全体集合上の普遍関係の存在を仮定してその上の関数従属性 (FD) 制約を与えた場合，これから第三正規形データベーススキーム作成を行うための手続きとして，Berri and Bernstein の設計法[1]，Bernstein の合成設計法[2]に代表される種々の方法が提案されて来た[1)~5)]．しかし，互いに関数従属する (同値な (equivalent[1),2)]) 属性が存在する場合には，文献 1) および 2) の方法に基づく第三正規化手続きでは，同値な属性 (候補キー) をマージする前後で，冗長な関数従属性 (redundant FD[1),2)]) の排除を二度行う必要が生じる．例えば，同値なキーの存在する関数従属性集合 {AB→C, AB→E, DE→A, DE→B, ACG→D, DE→F, F→C, F→H, C→G, H→C} に対しては，冗長な関数従属性の排除が繰り返されることになる (詳細は 2 章参照)．

このような同値なキーは，複数の視点から同一の対

† NTT 情報通信網研究所
NTT Network Information Systems Laboratories
†† 近畿大学生物理工学部
Faculty of Biology-Oriented Science and Technology, Kinki University

象を捉えてデータベースの設計が行われる分野では，例えば，通信網関係で伝送路を識別する場合に，保守の観点からはその終端に当る伝送装置の組として入側伝送装置名と出側伝送装置名の複合キーが選択されるのに対し，運用および設計等の伝送路の需要が重要視される観点では伝送路名等がキーとして選択され，他にも同様の理由により回線名と，出側交換機名と入側交換機名の複合キーが現れる等，頻繁に発生するものと考えられる．

一方，普遍関係上に関数従属性制約を記述するだけでなく，実世界の概念を図式化するのに適したより意味表現力の高いモデル[6)~8)]をも補助的に用いる方法も議論されている[6),7)]．この場合，その設計結果を普遍関係上で表現することが困難な場合がある[9)]ため，複数の関係を仮定し，関係間制約として包含従属性を与える方法が議論されてきた[7),10),11)]．更に，関数従属性と包含従属性が混在する場合には，従来の普遍関係上の正規化手法では主キーに推移従属する属性を含む関係スキーム作成を行う場合がある．例えばデータベーススキーム (DBS) (<R1(ABC), A→C>, <R2(AB), A→B>, <R3(BC), B→C>), {R1(BC)⊆R3(BC), R1(AB)⊆R2(AB)} が与えられた場合には，R3 上の関数従属性 B→C と包含従属性 R1(BC)⊆R3(BC) から R1 上の関数従属性 B→C が導かれるため，R1 上で A→B, B→C が存在し，C は主キー A に推移従属する．すなわち，従来手法[1)~5)]では，普遍関係上の関数従属性の導出を対象としているために，R1 上の B→C の導出は行われず主キー A に推移従属するCを排除できないという問題がある．

同値なキーのマージの前後で冗長な関数従属性の排除を繰り返す問題に対しては，先に同値な候補キーをマージし，その後関数従属性の排除する方法が有効であると考えられる．ところが，冗長な属性 (extraneous attributes[1),2)]) は，同値な候補キーのマージ以前に排除するほうが第三正規化に都合のよいもの（導出型の冗長な属性（2章参照））と，同値な候補キーのマージの後に冗長な関数従属性とともに排除可能なものに分類される（詳細は2章参照）．

そこで本稿では，冗長な属性の種別，同値な候補キーを明確化し，導出型の冗長な属性の排除，同値な候補キーのマージの後に冗長なFDの排除を一度限り行う手法を提案する．この際に，同値な候補キーおよびそのマージの特徴付けが容易となるように，超グラフに類似のモデルを用いて関数従属性の集合を表現する．更に，第三正規形関係スキーム作成に必要な各過程に対応するモデル上の変形操作を定義する．本稿の手法の特徴はこれらの各変形操作をモデルに一度限り適用することで実現されることである．

また，従来の第三正規化手法では主キーに推移従属する属性を排除不可能な場合があるという問題に対しては，関数従属性の導出に関して，それ固有の導出律のみではなく包含従属性との相互作用に対する健全な (sound) 導出律の一つである Pull back 規則[12),13)]をも対象とした第三正規形 (IND 第三正規形) 関係スキーム作成を行う方法が提案されている[14)]．本稿では，IND 第三正規形をより形式的に定義し，超グラフに類似のモデル上の変形による IND 第三正規形データベーススキーム作成手法を提案する．本手法ではデータベーススキーム d=(<R1, F1>,…, <Rn, Fn>, I) を，IND 第三正規形データベーススキーム d′=(<R1′, F′1>,…, <R′n, F′n>, I) に変形するが，特に d が普遍関係とその上の関数従属性集合である場合には従来の第三正規形データベーススキーム作成を行う．しかも，上述したように各関係スキームの第三正規化を行う過程で冗長な関数従属性の排除を同値な属性のマージの前後で繰り返さない．文献 15)，16)，17) でも関数従属性と包含従属性の相互作用に関する議論が行われているが，対象とする関数従属性あるいは包含従属性に両辺の長さ（属性数）が共に1という制約を課しているのに対し，本稿では各辺の長さ（属性数）に関する制約は必要がない．

2. IND 第三正規形データベーススキーム

2.1 基本的事項

2.1.1 基本概念と記法

本稿で用いる基本的な概念，記法に関して概説する．U={A, B, C, ……} を属性の全体集合（ただし |U|<∞）とし，d=(<R1, F1>,…, <Rn, Fn>, I) をU上のデータベーススキームとする．ここで Ri は関係スキーム（U の部分集合），Fi は Ri 内の制約である関数従属性 (FD) fi の集合，I は関係スキーム間の制約である包含従属性（定義は後述）の集合とする．ここでU上の普遍関係が仮定され，そのうえの制約として FD 集約Fのみが与えられる場合には，特に d=(<U, F>, ϕ) と記述する．更に X, Y, Z 等で属性集合あるいは属性を表すものとする．lhs(fi) および rhs(fi) で各々 fi の左辺および右辺を表し，lhs(Fi)= $\cup_{fi \in Fi}$ lhs(fi), rhs(Fi)= $\cup_{fi \in Fi}$ rhs(fi) とする，lhs

(Fi) および rhs(Fi) をそれぞれ $(Fi)_L$ および $(Fi)_R$ と書くこともある．単一の属性からなる集合 {A} を A（従って $A \subset X$ と書いて $A \in X$ を意味することもある），属性集合等に関する和 $X \subset Y$ を XY, X+Y と書く．以降，ある関係スキーム（属性の全体集合の場合もある）上の関数従属性集合を単にＦと表記することもある．また，F^+ でＦの Armstrong の導出律[18] に関する閉包を表し，$X_F{}^+ = \{Y \mid X \to Y \in F^+\}$ とする．

［Armstrong の導出則[18]］

反射律：$Y \subseteq X \Rightarrow X \to Y$

推移律：$X \to Y,\ Y \to Z \Rightarrow X \to Z$

合併律：$X \to Y,\ X \to Z \Rightarrow X \to YZ$

更に，Ｆの表現を簡略にするため，本稿ではＦに対して以下の仮定を置く．

［関数従属性集合Ｆに関する仮定］

1. $^\forall f \in U$ に対し，(rhs(f) の元数)＝1
2. $^\forall f: X \to A \in F$ に対し，$X \subset A = \phi$

関数従属性に関する合併律により仮定１をおいてもＦに関する一般性は損なわれない，仮定２によってＦは自明な関数従属性を含まない．関数従属性の反射律により，仮定２をおいてもＦに関する一般性は失われない．また，関数従属性をある関係上の制約としておいているので，以下が成り立つ．

3. $f: X \to B,\ g: X' \to B' \in F$ に対し，
   $X = X',\ B = B' \Rightarrow f = g$

次に，関係スキーム間制約である包含従属性 (IND)[12),13)] を以下で与える．

［包含従属性］

関係スキーム R1 および R2，属性の順列 X ($\subseteq$ R1)，Y ($\subseteq$ R2) に関して，以下の (*) が常に成立するとき包含従属性 $R1[X] \subseteq R2[Y]$ が成立するという．

$r1[X] \subseteq r2[Y]$．ただし ri は Ri 上の関係であり，ri[X] はそのＸ上への射影．………(*)．以降 $R1[X] \supseteq R2[X]$，$R1[X] \subseteq R2[X]$ とき $R1[X] = R2[X]$ と書く．

更に，包含従属性に関しては，以下の健全かつ完全な導出律が存在する[12),13)]．これらに関するＩの閉包を以降では I^+ で表す．

［包含従属性に関する導出律[10),11)]］

1. 反射律　$R[X] \supseteq R[X]$（X, Y 等で属性のならびを表す）
2. 推移律　$R[X] \supseteq S[Y],\ S[Y] \supseteq T[Z] \Rightarrow R[X] \supseteq T[Z]$
3. 置換・射影　$R[A1, \cdots, An] \supseteq S[B1, \cdots, Bn]$ のとき
   $$R[Ai1, \cdots, Aik] \supseteq S[Bi1, \cdots, Bik]$$
   $$(\{1, \cdots, n\} \supseteq \{i1, \cdots, ik\})$$

本稿では，対象とする包含従属性の範囲を，同一ラベルの属性の順列間に定義されるもの（typed inclusion dependencies[12),13)]）に限定する．すなわち，$R[A1 \cdots An] \supseteq S[B1 \cdots Bn]$ を考えるのは Ai＝Bi のときのみとする．また FD と IND の相互作用 (interaction) に関しては以下の pull back 規則を仮定する（ここでは typed IND の場合に限って述べる）．

［Pull back 規則[12),13)]］

$Ri[XY] \supseteq Rj[XY],\ X \to Y \in Fi, \Rightarrow\ X \to Y \in Fj$

データベーススキーム d＝(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) に対して，$\mathbf{F}(= F1 \sqcup \cdots \sqcup Fn)$ の Ｉ との相互作用も含めた閉包 $\overline{\mathbf{F}}$ を $\overline{F1} \sqcup \cdots \sqcup \overline{Fn}$ で定義する．ただし $\overline{Fi}$ は，各 Fj に Armstrong の導出律を，Ｉに IND の導出律を更に Pull back 規則を有限回適用して得られる Ri 上の FD 集合とする，$F1 \sqcup \cdots \sqcup Fn$ は，集合 F1, …Fn に対する直和とする．$F1 \sqcup \cdots \sqcup Fn$ 上では，異なる関係上の両辺のラベルが同一の関数従属性は異なる元である．

2.1.2 前提として与えられるモデル等

従来，Bernstein の合成設計法に代表される第三正規形データベース設計手法では前提として普遍関係Ｕとその上の関数従属性集合Ｆが与えられてきた．しかし普遍関係が存在するという仮定は強く，EER モデル等の他のモデルで表現される情報（制約）を普遍関係上に FD 制約を与えるのでは表現不可能な場合がある（**図 1**）．そこで本稿では関係スキームとその上の FD 制約，更に IND 集合からなる (<R1, F1>, …, <Rn, Fn, I>，を前提として人間が与え，それから

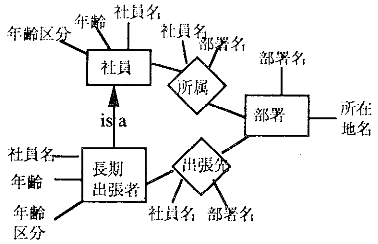


図 1　普遍関係上の関数従属性制約では表現不可能な例
Fig. 1　An example for the information that can not be represented by FD set on a universal relation.

後述する IND 第三正規形データベーススキームの作成を行う．図1の例の場合には例えば R1＝社員(社員名，年齢，年齢区分) F1＝{社員名→年齢，年齢区分，年齢→年齢区分} R2＝長期出張者（社員名，年齢，年齢区分） F2＝{社員名→年齢，年齢区分} R3＝部署（部署名，所在地名） F3＝{部署名→所在地名} R4＝所属（社員名，部署名） F4＝{社員名→部署名} R5＝長期出張者（社員名，部署名） F5＝{社員名→部署名} I＝{社員（社員名 年齢 年齢区分)⊇長期出張者（社員名 年齢 年齢区分)，社員（社員名)⊇所属（社員名)，部署（部署名)⊇所属（部署名)，長期出張者（社員名)⊇出張先（社員名)，部署（部署名)⊇長期出張者（部署名)} が初期的に与えられる．この場合に各関係スキームに従来の正規化手法を用いると，関係スキーム長期出張者上の冗長な関数従属性社員名→年齢区分は削除されないのに対し，提案手法では包含従属性社員（社員名 年齢 年齢区分)⊇長期出張者（社員名 年齢 年齢区分）との相互作用により冗長であることが導かれ排除が行われる．

［IND 第三正規形データベーススキーム］

以下を満たすデータベーススキーム ($<$R1, F1$>$, …, $<$Rn, Fn$>$, I) は IND 第三正規形であるという．すなわち，$^\forall$i に対し Ri が (*) を満たす (IND 第三正規形である) こととする．

(*)…$^\exists$Xi($\subseteq$Ri, Xi→Ri$\in\overline{\mathrm{Fi}}$) に対して以下が成り立つ．

(ⅰ) $^\forall$A$\in$Ri−lhs(Fi) に対し，以下を満たす Y($\subset$Ri) は存在しない．Xi→Y，Y→A$\in\overline{\mathrm{Fi}}$ かつ，Y→Xi$\in\overline{\mathrm{Fi}}$ でない．

(ⅱ) X′$\subset$Xi で，X′→Ri$\in\overline{\mathrm{Fi}}$ を満たすものは存在しない．

ここで $\overline{\mathrm{Fi}}\supseteq\mathrm{Fi}^+$ であるので，Ri が IND 第三正規形であるとき Codd の意味の第三正規形でもある．

また，I＝ϕ であるときには $\overline{\mathrm{Fi}}=\mathrm{Fi}^+$ であるため IND 第三正規形は Codd の意味での第三正規形と同じである．従って特に，普遍関係上の FD 集合を与える場合には，従来の第三正規形化手法と同様に Codd の意味の第三正規形データベーススキームを作成する．

ここで FD 集合 {入側交換機名＋出側交換機名←→回線名，入側交換機名＋出側交換機名→回線開通時期，回線名→回線種別，回線名→回線開通時期} が与えられた場合従来手法では，冗長な FD の排除を行う過程で回線名→入側交換機名＋出側交換機名，入側交換機名＋出側交換機名→回線開通時期が存在するために，回線名→回線開通時期が冗長な FD として削除され，関係スキーム（回線名，回線開通時期，入側交換機名，出側交換機名）および（出側交換機名＋入側交換機名，回線名，回線開通時期）が作成された後，同値なキーを持つ2つの関係スキームがマージされる関係スキーム s＝(回線名，入側交換機名＋出側交換機名，回線開通時期，回線種別）が作成される，そこで提案手法では最初に同値なキーである回線名と入側交換機名＋出側交換機名がマージすることにより，直接 s が作成され，無駄に冗長な従属性の排除が行われることを防ぐ．

2.2 第三正規化手法の IND 第三正規化への拡張

Bernstein の合成設計法[2] が提案されて以来，データベーススキーム ($<$U, F$>$, ϕ) を第三正規形データベーススキーム ($<$R1, F1$>$, …, $<$Rn, Fn$>$, ϕ) に変形する手法が提案されてきた[1)~5)]が，本節ではこれを IND 第三正規形の場合に拡張する．ここでは，データベーススキーム d＝($<$R1, F1$>$, …, $<$Rn, Fn$>$, I) が I が閉路を持たない場合に，Berri and Bernstein の手法で F^+ の部分を $\overline{\mathrm{Fi}}$ に置き換えた手法で d から IND 第三正規形データベーススキームへの変形が可能となることを示す．最初に ($<$U, F$>$, ϕ) から第三正規形データベーススキームへの変形に必要な操作を示すために代表的手法である Berri and Bernstein の手法を示す．

［Berri and Bernstein の第三正規化手法[1]］

step I-1 f : X→B の左辺から冗長な (extraneous[1]) 属性Aを除く．(ただし，Aが冗長⇔X−A→B$\in F^+$)

step I-2 F から冗長な (redundant[1]) 関数冗長性を排除する．(ただし，f が冗長⇔f$\in$[F−f]$^+$ f : X→B)

step II 同一の左辺を持つ関数従属性の，左辺および右辺の属性からなる関係スキームを作成し，共通の左辺をそのキーとする．

step III 同値なキー (equivalent keys[1]) を持つ関係スキームをマージする．

step IV Ⅳにより生じる冗長な従属性および冗長な属性を再度排除する．

step V step IV の終了結果に対し，step II を再度行う．

上記手法の各 step と同様の操作を各関係スキーム Ri に対して行うことにより，IND 第三正規形データ

ベーススキーム作成を行う方法を考える．そのためにまず，FD の左辺における冗長な属性および冗長な FD という概念を，FD の導出を FD 集合内での Armstrong の公理系によるものだけでなく，IND との相互作用によるものをも対象とした場合に拡張する．

［**F**∪I に関する冗長な属性］

データベーススキーム $d=(\langle R1,\ F1\rangle, \cdots, \langle Rn,\ Rn\rangle,\ I)$, f∈Fi に対し，lhs(f)—A→rhs(f)∈$\overline{Fi}$ のとき Aを **F**∪I に関する冗長な属性と呼ぶ．

［**F**∪I に関する冗長な FD］

データベーススキーム $d=(\langle R1,\ F1\rangle, \cdots, \langle Rn,\ Fn\rangle,\ I)$, f∈Fi に対し，f∈$\overline{Fi-\{f\}}$のとき f を **F**⊂I に関する冗長な FD と呼ぶ．

これらの概念を用いて，Berri and Bernstein の第三正規形手法を以下の手法1に拡張する．

［手法 1］ 各 Ri に対して以下を行う．

step I-1 f : X→B の左辺から **F**⊂I に関する冗長な属性を排除する．

step I-2 Fi から **F**⊂I に関する冗長な FD を排除する．

step II step I-2 終了時の Fi において，同一の左辺を持つ FD の，左辺および右辺の属性からなる関係スキーム Rim を作成し，Fim={key(Rim)→A¦A∈Rim—key(Rim)} とする

step III 同値なキー (key(Rim)←→key(Rin)∈$\overline{\mathbf{F}\subset I}$ を持つ関係スキーム Rim, Rin を Rim∪Rin にマージし，その上の FD 集合を Fin∪Fim とする．step III 終了後，Ri が Ril, …, Rip に分割されており，各々 FD 集合 Fil, …, Fip を持つとする．Fi=Fil∪…∪Fip とする．

step IV IV により生じる **F**⊂I に関して冗長な従属性および冗長な属性を排除する．

step V step IV の終了結果に対し，step II を再度行う．

以下では，手法1が IND 第三正規形データベーススキーム作成を行うことを示す．ここで $\overline{Fi}$ の定義により，$\overline{Fi}$= {f|lhs(f)∪rhs(f)⊆Ri, **F**∪I⊢…⊢f, ただし，**F**⊂I⊢…⊢f で⊢の個数回，Armstrong の導出律，包含従属性に関する導出律または pull back 規則を適用することにより，**F**⊂I から f が導かれることを表す}．更に，$\underline{Fi}$= {f¦lhs(f)∪rhs(f)⊆Ri, **F**⊂I⊢…⊢f なる規則の適用⊢の列に対し，その最後の⊢が Ri[X]⊆Rj[X](∃X⊆Ri, ∃j) および Fj の元に対する Pull back 規則の適用} に対し，$\overline{Fi}=(Fi\cup\underline{Fi})^{+}$ である．ところが，I に関して非閉路性が保証されている場合には，以下の命題に示すとおり，*Fi* は Fj (j≠i) および I のみに依存し，Fi 自身には依存しない．

［命題 1］ $d=(\langle R1,\ F1\rangle, \cdots, \langle Rn, Fn\rangle, I)$ において，R1[X1]⊆R2[X2], …Rj[Xj]⊆R1[Xj+1]∈I^+ なる I^+ の元は存在しないものとする．このとき，∀g(∈Fi) に対し，$\underline{Fi-\{g\}}=\underline{Fi}$.

（証明） 以下で定める有向グラフ G=(V, E, L) を考える．

（1） 各関係スキーム Ri に対し，V の元が唯一つ対応し，ラベル Ri を持つ．

（2） Ri[X]⊆Rj[X]∈I^+ に対し，有向辺 (Rj, Ri) [X]∈E （ラベル X) が対応する．

（3） 各 Ri に対し，その上のループが唯一つ存在するものとする．

I の非閉路性に関する仮定により，Gは有向閉路を持たない．Gの有効辺およびループに沿ったなぞりを以下のように定義する．

（i） Ri のループを一回なぞることを，その時点で得られている Ri 上の FD 集合 Fi″ に Armstrong の導出規則を一回適用し，新たに得られる FD を Fi″ に追加することに対応付ける．

（ii） 有向枝 (Rj, Ri)[X]∈E を一回なぞることを，Fj″ の元と Ri[X]⊆Rj[X] に pull back 規則を適用し，その結果新たに得られる FD を Fi に加えることに対応付ける．

この対応付けにより，∀f∈$\underline{Fi}$ が与えられたときに，**F**⊂I⊢…⊢f なる Armstrong の導出律あるいは pull back 規則の適用の系列に対し，G の部分グラフ G′(f)=(V′, E′, L) が一意に対応する．すなわち，V′={⊢ が Armstrong の導出律の適用の場合に（i）により対応づけられる頂点}∪{⊢が pull back 規則の場合に（ii）により対応付けられる有向枝の始点と終点}，E′={⊢ が pull back 規則の場合に（ii）により対応付けられる有向枝} である．このとき G′(f) の各頂点からラベル Ri の頂点（以降 Ri と書く）への有向道が存在する．また，Ri は出次数=0 である．実際，Ri を始点とする有向枝があったとすると，その終点から Ri への有向道が存在し，G′(f) は有向閉路を持つことになる．ところが G′(f)⊆G と，G の非閉路性

からこれは矛盾である．$G'(f)$ の定義により出次数が 0 の点に対応する関係スキーム上の FD 集合は $\underline{Fi}$ の元の導出に無関係である．期に，$f \in \underline{Fi} - \{g\}$ □

I に非閉路性を仮定する場合には，$\underline{Fi}$ が Fi に依存しない上記の事実を用いれば，手法 1 は各 $(<Ri, Fi \cup \underline{Fi}>, \phi)$ に対して Berri and Bernstein の第三正規化手続きを適用することに帰着される．これにより以下が得られる（証明は付録参照）．

［命題 2］ データベーススキーム $d=(<R1, F1>, \cdots, <Rn, Fn>, I)$ において，手法 1 を適用することにより，以下を満たす IND 第三正規形データベーススキーム $d'=(<R'11, F'11>, \cdots, <R'1j1, F'1j1>, \cdots, <R'n1, F'n1>, \cdots, R'njn, F'njn>, I)$ に変形されれる．

（i） $Ri = R'i1 \cup \cdots \cup R'iji$

（ii） $\overline{Fi} = (F'i1 \cup \cdots \cup F'iji)^{+}$

2.3 関数従属性（FD）に関して同値な属性

2.2 節の手法 1 は各 $(<Ri, Fi \subset \underline{Fi}>, \phi)$ に $(d=(<U, F>, \phi)$ の場合には $(<U, F>, \phi)$ に) Berri and Bernstein の第三正規化手法[1]を適用する方法である．本節では Berri and Bernstein の手法の適用における同値なキーの存在の影響について述べる．本節では単に F と書いて F または $Fi \cup \underline{Fi}$ を意味するものとする．同値なキーが存在する場合，step I-1 および step I-2 の冗長な属性および冗長な関数従属性を排除したにも関わらず，step III で同値なキーを持つ関係スキームをマージすることにより新たに生じる冗長な関数従属性および冗長な属性を，step IV で再度排除する必要がある場合がある．例えば，$F=\{AB \rightarrow C, AB \rightarrow E, DE \rightarrow A, DE \rightarrow B, ACG \rightarrow D, DE \rightarrow F, F \rightarrow C, F \rightarrow H, C \rightarrow G, H \rightarrow C\}$（**図 2**）の場合には，step I-1 および step I-2 で冗長な属性および冗長な関数従属性を排除した後，step III で同値なキー AB と DE のマージを行うために生じる冗長な関数従属性 $AB(DE) \rightarrow C$ を再度排除する必要がある．

一方，冗長な属性に関しては，下記の命題 3 に示すとおり二種類に分類される．

［命題 3］ X' および $X(\subset X')$ および A（単一の属性）に対し，$X \rightarrow A \in F$ が成り立つとする．このとき，$X-X' \rightarrow A \in F^{+}(X' \subset X)$……①が成り立つには以下の (1) または (2) が成り立つことが必要十分である．

（1） $X-X' \rightarrow X' \in [F-\{X \rightarrow A\}]^{+}$
$(\Leftrightarrow X-X' \rightarrow X', X-X' \rightarrow X \in F^{+})$

（2） $X-X' \rightarrow A \in [F-\{X \rightarrow A\}]^{+}$

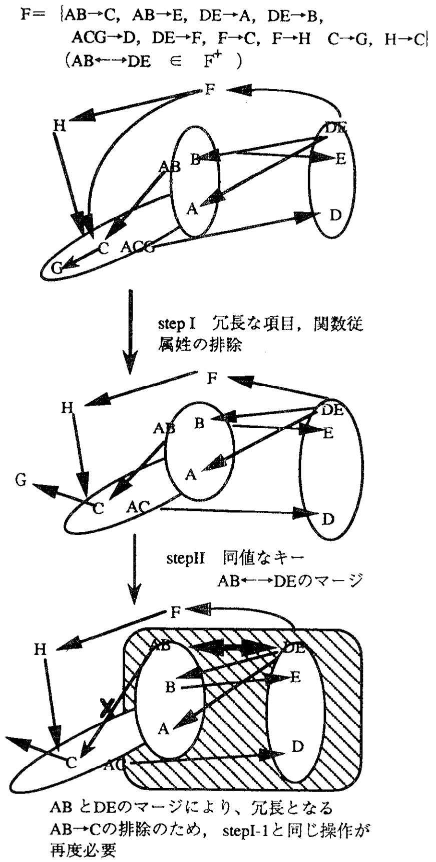


図 2 同値なキーのマージの前後で行われる冗長な FD の排除
（自明な関数従属性は図から省略）
Fig. 2 Removing redundant FD's before and after merging equivalent keys.

（証明） 付録 2 参照

タイプ (2) の冗長な属性（以降非導出型の冗長な属性とよぶ）が存在する場合は，関数従属性 $X \rightarrow B$ 自身が冗長である．従って，非導出型の冗長な属性は冗長な関数従属性の排除に含めて行うことが可能である（以降，関数従属性 $X \rightarrow B$ の左辺から非導出型の冗長な属性 A を排除する操作も冗長な関数従属性 $X \rightarrow B$ の排除と呼ぶ）．また，下記の命題 4 が示すように導出型の同値なキーをマージすることにより（下記命題 4 で，F から F' を作成する操作に対応する），導出型の冗長な属性が新たに発生することはない．以下に同値な候補キーのマージを具体的に記述し，命題 4 を示す．

［同値な候補キーをマージした関数従属性集合］

$F=\{f1, \cdots, fn\}$ に対し，以下の F' を同値な候補キー

をマージした関数従属性集合 F' と呼ぶ.

$F'=(F-(F0\cup F1\cup F2\cup F3))\cup F4\cup F5\cup F6$ ただし, $F|_I$ は下記を満たすFの部分集合とする.

(i) $F|_I=\{fi1,\cdots,fik \mid lhs(fil)\longleftrightarrow lhs(fim)\in F^+\}$

(ii) ${}^\forall I'\in 2^{|1,\cdots,n|}(I'\supset\{i1,\cdots,ik\})$, ${}^\exists ip, iq\in I'$ に対 $lhs(fip)\longleftrightarrow lhs(fiq)\in F^+$ でない.

F0, F1, F2, F3, F4, F5 は以下のとおりとする.

$F0=\cup_{|I|\geqq 2}\{lhs(f)\rightarrow A(f\in F|_I)\mid {}^\exists X\in lhs(F|_I),\ \{A\}\subseteq X\}$

$F1=\cup_{|I\geqq|2}\{lhs(f)\rightarrow A(f\in F|_I)\mid \{A\}\cap lhs(F|_I)=\phi\}$

$F2=\cup_{|I|\geqq 2}\{X\rightarrow A\mid X\in lhs(F)-lhs(F|_I),\ A\in lhs(F|_I),\ |A|=1\}$

$F3=\cup_{|I|\geqq 2}\{X\rightarrow A\mid X\in lhs(F)-lhs(F|_I),\ A\in lhs(f)(f\in F|_I,\ |lhs(f)\geqq 2)\}$

$F4=\cup_{|I|\geqq 2}\{f''ij(ij\in I)|lhs(f''ij)=lhs(fij),$ $lhs(fij)\in lhs(F|_I)$ でなく, $fij\in F2\cup F3,\ rhs(f''ij)=(lhs(fi1)\cdots(lhs(fik),$ $\{i1,\cdots,ik\}=I\}$

$F5=\cup_{|I|\geqq 2}\{(lhs(fi1))\cdots(lhs(fik))\rightarrow A\mid A\in(rhs(F|_I)-lhs(F|_I))\}$

$F6=\cup_{|I|\geqq 2}\{lhs(fij)\rightarrow(lhs(fi1))\cdots(lhs(fik))\mid ij\in I,\ |lhs(fij)|\geqq 2\}$

$(lhsfi1))\cdots(lhs(fik))(I=\{i1,\cdots,ik\})$ を $con(lhs(F|_I))$ と書いて縮退形と呼ぶことがある.

注1) 定義より明らかに, $fi(\in F)$ は唯一の $F|_I$ に含まれる. すなわち $F=F|_{I1}\cup\cdots\cup F|_{In}$ とすると, $F|_{Ii}\cap F|_{Ij}=\phi(i\neq j)$.

注2) $|F4|\leqq|F2\cup F3|$, $|F5|\leqq|F1|$ であるので, $F=F|_{I1}\cup\cdots\cup F_{In}$ に対し, $|F'|\leqq|F|-|F0|+|F6|=|F|-|F0|+\sum_{|In|\geqq 2}|m(In)|$. ただし, $m(In)=F|_{In}\cap\{f||F_L|\geqq 2\}=\{mk1,\cdots,mki\}$. $Len(f)\geqq 2\,(f\in F)$, $Len(f)\geqq 3\,(f\in\cup_{|I|\geqq 2}m(I)))|F'|\leqq|F-\cup_{|Ik|\geqq 2}m(Ik)|+|\cup_{||Ik|\geqq 2}m(Ik)|+|F6|\leqq 1/2Len(F-\cup_{|I|Ik|\geqq 2}m(Ik))+\sum_{||Ik\geqq 2}|m(Ik)|+\sum_{||Ik|\geqq 2}|m(Ik)|\leqq 1/2Len(F)-3/2\sum_{|Ik|\geqq 2}|m(Ik)|+2\sum_{||Ik|\geqq 2}|m(Ik)|$. また縮退型の属性を長さ1で表現すると, $Len(F)\leqq Len(F-\cup_{|Ik|\geqq 2}m(Ik))+Len(\{con(F|Ik)\rightarrow rhs(f)|f\in m(Ik)\})+Len(F6)\leqq Len(F)-3\sum_{|Ik|\geqq 2}|m(Ik)|+2\sum_{|Ik|\geqq 2}|m(Ik)|+2\sum_{||Ik|\geqq 2}|m(Ik)|=Len(F)+\sum_{|Ik|\geqq 2}|m(Ik)|$. 故に, $Len(f)\geqq 3\,(f\in m(Ik))$ から $Len(F)\geqq 3\sum_{||Ik|\geqq 2}|m(Ik)|$ が導かれ, $|F'|\cdot Len(F')\leqq 1/2Len(F)^2+Len(F)\cdot\sum_{||Ik|\geqq 2}|m(Ik)|+1/2(\sum_{||Ik|\geqq 2}|m(Ik|)^2\leqq Len(F)^2$ である.

[命題4] F' においても F におけるのと同様に Armstrong の反射律, 推移律, 合併律の成立を仮定する. また $\pi: lhs(F)\rightarrow(lhs(F)-\cup_{|I|\geqq 2}lhs(F|_I))\cup con(F|_I)$ を, $\pi(lhs(f))=lhs(f)(f\in F-\cup_{|I|\geqq 2}F|_I)$ のとき), $\pi(lhs(f))=con(F|_I)$ (${}^\exists I$ に対し, $f\in F|_I$) で定義する. このとき, $X\rightarrow Y\in F^+(X,\ Y\in lhs(F)\cup rhs(F)$ は以下の(1)または(2)が成立することと同値である.

(1) $X,\ Y\in lhs(F)$ であり, ${}^\exists I$ に対し, $\pi(X)=\pi(Y)=con(F|_I)$

(2) $\pi(X)\neq\pi(Y)$ であり, $\pi(X)\rightarrow\pi(Y)\in(F')^+$.

従って, 特に次の(i), (ii)が成立する.

(i) $X\in lhs(F)$ に対して, $X'\subset X$ かつ $X'\rightarrow X\in F^+$ なる X' は存在しないことは, 以下の①および②の成立と同値.

① ${}^\forall I$ に対して, $con(F|_I)=(X1)\cdots(Xn)$ に対し, $Xi\supseteq Xj$ となる i, j は存在しない.

② $\pi(X)\in lhs(F')-\subset_{|I|\geqq 2}con(F|_I)$ のとき $X'\subset X$ かつ, $X'\rightarrow X\in(F')^+$ は存在しない.

(ii) $\pi(X)\rightarrow\pi(Y)\in[F-\{\pi(X)\rightarrow\pi(Y)\}]^+(\pi(X)\neq\pi(Y))\Rightarrow X\rightarrow Y\in[F-\{X\rightarrow Y\}]^+$.

(証明) 付録2. 参照.

更に, I に命題1の非閉路性を仮定している場合には, 命題3は以下に拡張される (証明は付録参照).

[命題5] データベーススキーム (d=<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I)) が与えられ, I は命題1の意味で非閉路性を満たし, X, X′, A は命題3と同様であり, $X\rightarrow A\in Fi$ とする. このとき $X-X'\rightarrow A\in\overline{Fi}$…… ①が成り立つためには以下の(1)または(2)が成り立つことが必要十分である.

(1) $X-X'\rightarrow X'\in\overline{Fi-\{X\rightarrow A\}}$ $(\Leftrightarrow X-X'\rightarrow X',\ X-X'\rightarrow X\in\overline{Fi})$

(2) $X-X'\rightarrow A\in\overline{Fi-\{X\rightarrow A\}}$

3. 超グラフ的表現とその上の変形規則

3.1 データベーススキームの超グラフ表現

データベーススキーム d=(<R1, F1>), …, <Rn, Fn>, I) を超グラフに類似したモデルで表現する. 本モデル FD-IND-HG は左辺が複数属性からなる関数従属性の表現等を容易にし, 関係スキーム間の包含従属性を表現するために通常の超グラフ[17]とは異なる形態を持つ. すなわち, 有向枝の始点となる超枝が存在する点, 超枝間にそれに含まれる頂点と同一のラベルを持つ有向枝が存在するという特徴を持つ. 前者は, 複数従属性からなる関数従属性の左辺を超枝で表

現するためであり，後者は関係スキーム間の包含従属性を関係スキームに対応する超枝間の有向枝で表現するためである．

[FD-IND-HG とその構成要素]

与えられたデータベーススキームから, FD-IND-HG, H(F, I)=(V, HE1, HE2, E1, E2) への対応を以下で定義する．

（i） $^\forall A\in$ {属性} に対し，ラベルAの頂点 $Va\in V$ が #{Ri|A∈Ri} 個対応する．

（ii） lhs(f)(f∈F, |lhs(f)|≧2) に対し，ラベル lhs(f) の超枝 he1 (lhs(f)) ($V_{\mathrm{lhs}(f)}$ と書くこともある) が #{i|f∈Fi} 個対応する．

（iii） 各 Ri に対し，ラベル Ri の he2(Ri)∈HE2 が唯一つ対応する．$^\forall A(\in Ri)$, $^\forall f\in Fi$ に対し，Va, he1(lhs(f))∈he2(Ri) かつ #{Va(∈he2(Ri)} =#{he1(lhs(f)) (∈he2(Ri))} =1.

（iv） ①$^\forall f$: X→A∈Fi に対し，ラベル1の有向枝 (Vx, Va)∈E1′(Vx, Va∈he2(Ri)) が唯一つ対応する．

② X=A1…An(n≧2) なる f に対し，ラベル 1′ の有向枝 (Vx, Vaj) ∈ E1″(Vx, Va∈he2(Ri), j=1, …n) が対応する．

更に，E1=E1′⊂E1″ とする．

（v） $^\forall i$(=Ri[X]⊆Rj[X])∈I に対して，ラベルXの有向枝 (he2[Rj], he2[Ri] : X) (∈E2) が唯一つ対応する．

FD-IND-HG, H(F, I) の各構成要素の位数とデータベーススキームの構成要素の位数の間には以下の関係が成り立つ．

d=(<U, F>, φ) の場合，|HE1|+|V|≧p (ただし，p=|F|), |HE1|=|M| (M⊂F かつ f∈M に対し |les(f)|≧2)，特に |HE1|≦p, |E1′|=p, p≦|E1|≦Len(F), |HE|+|V|≦Len(F), ただし，Len(F) は関数従属性集合 F の記述長である．例えば，F={ABC→D, CD→E, E→A} では，Lan(F)=9, p=3, |V|=5, |HE|=2, |E1|=8 である．また d=(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) の場合には，上で，p を|F1⊔…⊔Fn|で，Len(F) を Len(F1⊔…⊔Fn) でそれぞれ置き換えた関係が成り立つ．

3.2 FD 導出の FD-IND-HG 上での特徴づけ

IND 第三正規形データベーススキーム作成に必要な関数従属性に関する導出規則による適用は，d=(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) において各 Ri 上で行われる．これは，FD-IND-HG, H(F, I) 上で，その各 he2∈HE2 への制限上で FD の導出に対応する変形が行われることを意味する．ここで，FD-IND-HG, H(F, I) の hei∈HE2(i=1, …, n) への制限とは Hi=(Vi, (HE1) i, (HE2) i, (E1) i, (E2) i) (ここで (Γ)i ={γ∈Γ|γ∈hei または γ⊆hei} (Γ=V, HE1, HE2 のとき，(Γ)i= {γ∈Γ|γ の始点および終点が hei に含まれる} (Γ=E1 のとき)) 上で FD の導出規則に対応する．以降これを FDHGi, Hi とよぶ．本節では Hi の変形規則，F^+ にほぼ対応する Hi 上の概念として FDHGi の閉包 ^{T}Hi を定義し，更に関数従属性に関して同値な候補キーの特徴づけを行うために Hi 上に擬閉路を定義する．Hi の閉包は有向グラフの推移的閉包[20]，更に FD-graph[3] の閉包に類似の概念である．以降本節および次節では FDHGi, Hi を FDHG, H=(V, HE1, HE2, E1, E2) と略記する．

[FDHG の閉包]

以下の規則 I，II を FDHG, H に，有限回適用することで得られ，以下を満たすものを FDHG, H の推移的閉包を呼び，^{T}H=(V, HE1, HE2, ^{T}E1, E2) と書く．

① ^{T}E1(=^{T}(E1′∪E1″)) は E1 に以下の規則 I，II を有限回適用することで得られる有向枝の集合．すなわち，$^T\mathrm{E1}=\cup_{\gamma\in\Gamma}\gamma(T_{\mathrm{I}}, T_{\mathrm{II}})$ (E1)．ただし，$TK^m Tj^n$(E1) は FDHG に規則 j (j=I，II) を n 回適用したのち規則 k (k=I，II) を m 回適用して得られる有向枝の集合であり，$\Gamma=\{x^n y^m \mid n, m\in \mathbf{N}\cup\{0\}\}$ とする．

② $T_{\mathrm{I}}(^T\mathrm{E1})=\mathrm{E1}$ かつ $T_{\mathrm{II}}(^T\mathrm{E1})=\mathrm{E1}$

注） ^{T}E1 は特に $\cup_j(T_{\mathrm{I}}T_{\mathrm{II}})^j$(E1) で与えられ，従って FDHG に対して一意に決まる．

(閉包を生成するための規則)

規則 I　Vx, Vy∈V∪HE1, Va∈V に対し，(Vx, Vy)∈E1, (Vy, Va)∈E1′ の場合には，(Vx, Va) を E1′ に加える．(Vx, Va) のラベル付けは以下のとおりに行う．

（1） (Vx, Va)∈E1′(Vx, Va) のラベル α のとき) (Vx, Va)(∈E1′) のラベルを α+1″ とする．ただし 1″+1″=1″ が成り立つものとする．

（2） (Vx, Va)∈E1′ ではないとき，(Vx, Va) を E1′ に加え，そのラベルは 1″ とする．

規則 II　Vx∈V∪HE1, Vy1…yn∈HE1(Vyi∈V) に対し，(Vx, Vyi)∈E1(i=1, …, n) かつ $^\exists i$ に対して (Vx, Vyi)∈E1′ のとき (Vx, Vy1…yn) (ラベル1″ とする) を E1′ に，(Vx, Vyi)∈E1″(i=1, …, n) のとき (Vx, Vy1…yn)（ラベル 1″ とする）を E1″ に加える．

規則Ⅰは，関数従属性の推移律を，規則Ⅱは合併律をそれぞれ FDHG, H 上で表現するためのものである．

命題6に示すように，F を表現する FDHG, H に対し ^{T}H を求めることにより関数従属性 f（ただし，lhs(f)∈lhs(F), rhs(f)∈rhs(F)）が F^{+} に所属するか否かを判定できる．

［命題6］ X, Y∈F_L⊂F_R および. Vx, Vy∈V∪HE1 (Vx, および Vy はラベル X, Y を持つとする．このとき，

$$X \to Y \in F^{+} \Leftrightarrow (Vx,\ Vy) \in {}^{T}E1$$

（証明） X(F, n)＝{X′∈F_L∪F_R｜ F に n 回以内，Armstrong の導出律を適用することで，X→X′ が得られる.} とし，H に閉包を求めるための規則を n 回以内適用して得られる E1′(E1″) の元の集合を E1′(n) (E1″(n), E1(n)＝E1′(n)∪E1″(n) とする．

(X→Y∈F^{+}⇒(Vx, Vy)∈^{T}E1 の証明)

(*) Y∈(F, n)⇒(Vx, Vy)∈E1(n) を帰納法で示す．X(F, n) を Xn で略記する．

n＝0：X→Y∈F より

（1） X→Y が自明⇒(Vx, Vy)∈E1″(⊆^{T}E1)

（2） X→Y が自明でない⇒(Vx, Vy)∈E1′(⊆^{T}E1)

n での (*) の成立を仮定し，n＋1 での成立を以下で述べる．Y∈(Xn＋1―Xn) のとき以下の（1）あるいは（2）のいずれかが成立する．

（1） ｜Y｜＝1 であり，$^{\exists}$Z∈Xn に対し，Z→Y∈F

（2） ｜Y｜≧2 であり，Y1, Y2∈Xn に対し，Y＝Y1Y2

（1）の場合：(Vx, Vz)∈E1(n), (Vz, Vy)∈E1′.FDHG 上の閉包を求めるための規則Ⅰにより，(Vx, Vz)∈E1′(n＋1)

（2）の場合：最初に以下の (*)(*) を帰納法で示す．「Y＝A1…Ah∈Xn⇒(Vx, Va1), …, (Vx, Vah)∈E1(n)」…(*)(*)．初期段 (n＝0)：F に関する「$^{\forall}$f(∈F) に対し｜rhs(f)｜＝1」という仮定から，Y＝$^{\exists}$A(∈rhs(F)) であり，(Vx, Va)∈E1(0)．

帰納段 (k≦n での成立を仮定する)

Y＝A1…Ah∈(Xn−Xn＋1) (h≧2) とすると，F に関する「$^{\forall}$f(∈F) に対し｜rhs(f)｜＝1」という仮定から，$^{\exists}$s, t(≦n) に対し，Ai1…Aip∈Xs, Aj1…Ajq∈Xt (ただし Ai1…Aip∩Aj1…Ajq＝φ かつ， Ai1…Aip∪Aj1…Ajq＝A1…Ah)．故に，帰納法の仮定により，(Vx, Vai1), …, (Vx, Vaip), (Vx, Vaj1), …, (Vx, Vajq)∈E1(n)．故に FDHG の閉包を求めるための規則Ⅱを適用することにより，(Vx, Vy)∈E1(n＋1)．

(*)(*) により，Yi＝Ai1…Aiji(i＝1, 2) について (Vx, Vai1), …, (Vx, Vaiji)∈E1(n)．故に規則Ⅱの適用により，Y＝Y1Y2 に対し (Vx, Vy)∈E1(n＋1) を得る．

((Vx, Vy)∈^{T}E1⇒X→Y∈F^{+} の証明)

次の（1）および（2）がすべての自然数について成り立つことを示せば十分である．

① (Vx, Vy)∈E1(n), (Vy, Va)∈E1′ のとき，A∈Xn＋1

② (Vx, V_{Ai})∈E1(n). Y＝{A1, …, An} のとき，Y∈Xn＋1 帰納法で示す．

n＝0：①の成立：(Vx, Vy)∈E1, (Vy, V_A)∈E1′. FDHG の定義により，X→Y∈F, Y→A∈F. 故に Armstrong の推移律により A∈X1.

②の成立：(Vx, Vai)∈E1, Y＝{A1, …, An}. FDHG の定義により，X→Ai∈F, Ai∈Y. 故に Armstrong の合併律により Y∈X1.

n のときの成立を仮定する．

(n＋1 での①の成立) (Vx, Vy)∈E1(n), (Vy, V_A)∈E1，帰納法の仮定により Y∈Xn. 故に Y→A と合わせて，Armstrong の推移律により A∈Xn＋1.

(n＋1 での②の成立) (Vx, Vai)∈E1(n), 帰納法の仮定より A1…An∈Xn. Y＝{A1, …, An＋1} と合わせ Armstrong の合併律により，Y(＝A1…An＋1)∈Xn＋1. □

次に FDHG, H に対し同値な成立を定義し，それを用いて H 上の擬閉路を定義する．

［同値な成分］

以下の (*) を満たす V∪HE1 の部分集合 C を同値な成分とよぶ.「Vx, Vy∈C∩(V∪HE1)・^{T}H 上で (Vx, Vy), (Vy, Vx)∈^{T}E1」…(*)．上の C は，一点 v(∈V∪HE1) に対して Cv＝{v″∈V∪HE1｜(v, v″), (v″,v)∈^{T}E1} と一意に決まり，v1＝Cv ならば Cv1＝Cv である．

［FDHG 上の擬閉路］

同値な成分，C＝{Vx1, …, Vxn} 上のハミルトン閉路[17]をなす有向枝の集合 (Vx1, Vx2), (Vx2, Vx3), …(Vxn−1, Vxn), (Vxn, Vx1)∈E1(Vxi∈V∪HE1) を FDHG, H 上の擬閉路 c とよぶ．以降，これを Vx1⇒Vx2⇒…⇒Vxn⇒Vx1 とかく．Vx1, …, Vxn

はCに対して順序を除いて一意に決まる．このとき，命題6により以下が成立する．

［命題7］ 次の(1)および(2)は同値である．

(1) FDHG, H 上で Vx, Vy は同一の擬閉路上に存在する．

(2) $X \longleftarrow\!\!\longrightarrow Y \in F^{+}$, $(X, Y \in \mathrm{lhs}(F))$

3.3 各 Ri 上の第三正規化に必要な FDHGi 上の変形規則

次に，2章，3.1節，および3.2節で定義した概念を用いて，第三正規化の各過程と対応する FDHG 上の変形を定義する．ただし，複数の規則を組み合わせて正規化の一つの過程を構成する場合もある．

［変形規則］

規則1：擬閉路縮退

擬閉路 $c\,Va1 \Rightarrow Va2 \Rightarrow \cdots \Rightarrow Van \Rightarrow Va1$ を一頂点 $V(a1)\cdots(an)$ に縮退する．ここに，Va1 は頂点または超枝．更に，縮退の際に擬閉路 c に含まれる属性の一つを代表元として選択する．詳細には以下の操作を行う．$c1, \cdots, cn$ を FDHG, H 上の擬閉路とする．

(1) 各 $Ci: Vai \Rightarrow \cdots \Rightarrow Van \Rightarrow Va1$ に対して，$V(a1)\cdots(an)$ を加える．各 $V(a1)\cdots(an)$ に対してその代表元 $Vai(\in V)$ を選ぶ．

(2) 各 Ci 内の Vai に対して以下を行う．

 (i) $(he1, Vai) \in E1''$ $(he1 \in HE1)$，$(v, Vai) \in E1'(v \in HE1 \cup V)$ を排除する．

 (ii) $he \cap (V - Ci) \neq \phi$ なる he に対してのみ $(he, V(a1)\cdots an))$ （ラベル $1'$）を $E1''$ に，$v \in V - Ci$ なる v に対してのみ $(v, V(a1)\cdots(an))$ （ラベル $1''$）を $E1'$ に加える．

 (iii) $(Vai, v) \in E1'$ を削除し，$v \in V - Ci$ なる v に対してのみ，$(V(a1)\cdots(an), v)$ （ラベル1）を $E1'$ に加える．

(3) $(\text{出次数})^2 + (\text{入次数})^2 = 0$ なる $V \cup HE$ の元を削除．

(4) 各 Ci 内の $he \in HE1$ に対して以下を行う．

 (i) $(he, v) \in E1'$ $(he \in HE1, v \in V)$ を削除し，$(V(a1)\cdots(an)), v)$ （ラベル1）を $E1'$ に加える．

 (ii) $(he, V(a1)\cdots(an))$ （ラベル $1''$）$(he \in HE1 \cap Ci)$ を $E1'$ に加える．

上記の操作は，関数従属性集合Fから候補キーをマージした F' を導く部分に対応する．

規則2：閉包を求める

FDHG, H 上に対し，規則 I および II を適用することにより推移的閉包 ${}^{T}H$ を求める．命題6により，規則2は $\{X \rightarrow Y \mid X \rightarrow Y \in F^{+},\ X,\ Y \in F_L \subset F_R\}$ を求める操作に対応する．

規則3：超枝内の冗長な頂点の排除

超枝 $he1(A1, A2, \cdots, An)$ $(he1(A1, A2, \cdots, An), Van) \in E1'$ に置いて，$e \in {}^{T}(H - e)$ (e の始点は he1, 終点は Vai}) の場合には Vai を he1 から排除し，e を E1 から削除する．命題6により，規則3は，関数従属性 f の左辺 lhs(f) が複数の属性から成る場合に，lhs(f) から導出型の冗長な属性を排除する操作に対応する．

規則4：推移的な有向枝の排除

規則2の閉包をとる操作によって他の有向枝から生成される有向枝の中で，冗長な関数従属性に対応するものを排除する．操作しては，${}^{T}H$ のラベル $1 + 1''$ を持つ有向枝に対し，手続き3（付録7）を適用し，該当する有向枝を排除する．

規則5：関係スキームを示す超枝 HE2 の作成

各 $Va(\in V \subset HE1)$ に対し，H 上で以下を満たす V の部分集合を HE2 に加える．

$he2 = \{Var \in V \mid Var(Var \in V)$ を終点とし，Va を始点とするラベル1の有向枝が存在する.$\}$（ただし，Var が規則1により擬閉路が縮退されたものである場合には，その代表元を Var として選ぶ）

規則6：孤立した超枝の排除

ラベル1の有向枝の始点にも終点にもなっていない超枝を削除する．規則2，規則4，規則6の順に行うことで冗長な関数従属性を排除する部分に対応する．

3.4 IND と FD の相互作用による FD の導出に関する規則

3.2節では一つの関係スキーム上の FD の導出および，その第三正規形データベーススキームへの変形を FD-ING-HG, H(F, I) の部分超グラフ上で行う手法を述べた．本節では，関係スキーム間制約である IND と関係スキーム内での制約である FD との相互作用により導出される FD を求めるための FD-IND-HG, H(F, I) 上の変形規則について述べる．最初に I^{+} に対応する，${}^{T}E2$ について述べる．

［${}^{T}E2$：E2 の閉包］

以下の規則(1)を有限回適用して得られる，$\{(hei, hej: Ri \cap Rj) \mid hei, hej \in HE2\}$ 以下である最大の部分集合を E2 の閉包と呼び，${}^{T}E2$ とかく．ただし，ここで以下あるいは最大とは次の (*) による順序に基づくものとする．

(*) E2, E2′ を共に，ある FD-IND-HG の，HE2 の元をその始点および終点とする有向枝集合とする．ここで E2<E2′ を「E2<E2′⇔hei, hej∈E2 に対して，(hei, hej : X)∈E2⇒(hei, hej : Y)∈E2′(Y⊇X)」で定義する．

規則(1) : (hei, hej : X), (hej, hek : Y)∈E2, X⊆Y ならば (hei, hek : X) を，(hei, hej : X), (hej, hek : Y)∈E2, Y⊆X ならば (hei, hek : Y) を HE2 に加える．

FDHG の場合の命題6と同様にして以下が言える．

［命題8］

Ri, Rj∈d(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) とするとき，Ri[X]⊆Rj[X]∈I^+ ⇔ (he2(Rj), he2(Ri) : X)∈^{T}E2. □

［^{t}E2 : E2 の簡約］

以下を満たす E2 の部分集合を E2 の簡約とよび ^{t}E2 と書く．

(i) ^{T}(^{t}E2) = ^{T}E2

(ii) E2′(⊆^{t}E2), ^{T}(^{t}E2) − ^{T}E2′ ≠ ϕ なる E2′ は存在しない．FD-IND-HG, H(F, I) 上でその簡約に関連する以下の操作を定義する．

規則(i) : E2 に対して簡約 ^{t}E2 を求める．

規則(ii) : ^{t}H(F, I)=(V, HE1, HE2, E1, ^{t}E2) において HE2 の各元に，^{t}H(F, I) から導かれる G=(HE2, ^{t}E2) の有向グラフにおける位相的順序[21]を付与する．以下これを単に HE2 に位相的順序を付与すると呼ぶ．

更に，FD と IND の相互作用による FD の導出律である Pull back 規則に対応する変形規則を設ける．

規則(iii) : (he2(Ri), he2(Rj) : X)∈E2 かつ

(1) he1∪{Va}⊆$\cup_{b \in X}$ {Vb} かつ，(he1, Va)∈E1¦he2(Ri) (E1 の he2(Ri) への制限) のとき，he2(Rj) 上で (he1, Va) を E1′ へ，(he1, Vai) を E1″(Ai∈he1) を E1″ (Ai∈he1) へ加える．

(2) Va, Vc∈$\cup_{b \in X}$ {Vb} かつ (Va, Vc)∈E1¦he2(Ri) のとき，he2(Rj) 上で (Va, Vc) を E1′ へ加える．

また，H(F, I) 上の ^{t}E2 に対応する I の簡約を定義する．

［I の簡約 $\underline{I}$］

データベーススキーム d=(<R1, F1>, …. <Rn, Fn>, I) に対応する FD-IND-HG を H=(V, HE1, HE2, E1, E2) とする．このとき H′=(V, HE1, HE2, E1, ^{t}E2) に対応するデータベーススキームを d=(<R1, F1>, …. <Rn, Fn>, I′) とすると，I′ を I の簡約とよび，$\underline{I}$ と書く．

4. IND 第三正規形関係スキーム作成手法

本章では，3章で定義した，FD-IND-HG, H(F, I) 上の変形規則を組み合わせることにより，データベーススキーム d=(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) を，(i)および(ii)を満たす第三正規形データベーススキーム d′=(<R′11, F′11>, …, (R′1j1, F′1j1>, …, <R′n1, F′n1>, …, (R′njn, F′njn>, I) に変形するための手法を構成する．

(i) Ri=R′i1∪…∪R′iji

(ii) $\overline{\mathrm{Fi}}$=(F′i1∪…∪F′jij)$^+$

最初に，4.1節で各関係スキーム上 Ri に，関数従属性集合 Fi が与えられた場合に ((<U, F>, ϕ) が与えられた場合を含む)，それから第三正規形データベーススキーム作成を行う手法（手法2）を構成する．次に4.2節で，手法2をデータベーススキーム **d**=(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) を IND 第三正規形データベーススキームに変形する手法（手法3）に拡張する．

4.1 一つの関係スキーム上の FDHG を用いた正規化手法

Ri(U) 上に Fi(F) が与えられた場合に，冗長な関数従属性の排除を繰り返さない第三正規形データベーススキーム作成手法を構成する．

この場合に，後述する関数従属性に関する性質により，第三正規形で必要な各操作を一度限り行うためにはその適用順序が問題となる．本節では，Ri 上の FD 集合を単に F と記述する．

［関数従属性集合に関する性質］

① 左辺に導出型の冗長な属性を持つ関数従属性を含む関数従属性集合 F に対し，冗長な関数従属性の排除を行った後に冗長な属性の排除を行った場合には，冗長な関数従属性が排除されない場合がある[5),18)]．

［例］ F={ABC→D, A→B, A→C, A→E, D→B} は導出型の冗長な属性 B および C を左辺に持つ関数従属性 ABC→D を持つ．F に対し，冗長な関数従属性の排除を行うと {ABC→D, A→B, A→C, A→E, D→B} を得るが，これに対し導出型の冗長な属性の排除を行うと {A→D, A→B, A→C, A→E, D→B} を得，冗長な関数従属性 A→B を排除することができない．一方，先に冗長な属性の排除を行った場合には，{A→

D, A→B, A→C, A→E, D→B} が得られ，これから冗長な関数従属性の排除を行うことで，{A→D, A→C, A→E, D→B} が得られ，冗長な属性および関数従属性はすべて排除可能である．

② 導出型の冗長な属性の排除を行う以前に同値な候補キーのマージを行うと，導出型の冗長な属性は冗長な関数従属性を排除する段階では排除されない．従って，主キーに部分従属する非キー属性を含む関係スキーム作成を行う場合がある．

[例] 関数従属性集合 F={ABC→D, A→B, D→E, E→A, E→B, E→C, AC→F} では，B は関数従属性 ABC→D の左辺において導出型の冗長な属性である．これを排除せずに，ABC←→E に基づき両者をマージすると，{(ABC)(E)→D, B, C, A→B, E→E, AC→F} を得るが，これから冗長な関数従属性を排除しても導出型の冗長な属性Bは排除されず，キー ABCに部分従属する D(F⊢{AC→D}) を持つ関係スキーム ((ABC)(E), D) が作成される．

従って，導出型の冗長な属性の排除は，①により冗長な関数従属性の排除に先だって，また②により同値な候補キーのマージに先だって行う必要がある．また，冗長な関数従属性の排除を繰り返さないためには，冗長な関数従属性の排除に先立ち同値な候補キーのマージを行わなければならない．従って，各過程は以下の順序で組み合わされなければならない．

[手法2：第三正規形関係スキーム作成手法]

step 0 関数従属性の集合から FDHG, H を作成(この状態で，HE2=E2=ϕ)

step 1 左辺から導出型の冗長な属性を排除
H に規則3を適用し，H3 を得る

step 2 同値な候補キーをマージする．
H3 に規則1を適用し，H31 を得る

step 3 冗長な関数従属性を排除する
1. 閉包を求める
H31 に規則2を適用し，H312 を得る．
2. 閉包を用いて，冗長な FD を排除する．
H312 に規則4を適用し，H3124 を得る．
H3124 に規則6を適用し，H31246 を得る．

step 4 第三正規形関係スキームを作成
H31246 に規則5を適用し，H312465 を得る．

逆に，下記の定理1が示すように，上記の手法を用いて構成された関係スキームは第三正規形である．

[定理1] 上記の手法の手法によって構成された関係スキームはすべて，第三正規形である．

(証明) step 1 はFの各元の左辺から導出型の冗長な属性を排除する操作に対応する．step 2 はFで同値なキーをマージして F′ を作る操作に対応するが命題4により，これにより新たに導出型の冗長な属性が生じることはない．step 3 により冗長な関数従属性を排除される(2章で述べたように，step 3 終了時には導出型の冗長な属性も存在し得ない)．従って，step 4 で同一のキーを持つ属性をまとめて作成された関係スキームはキーに部分従属する非キー属性を持たず，また文献2)の定理1により，キーに推移従属する非キー属性も持たない．□

本手法は冗長な関数従属性の排除を同値な属性のマージの前後で繰り返さない．2章で示した，Berri and Bernstein の手法では，冗長な関数従属性の排除を繰り返す例 {AB→C, AB→E, DE→A, DE→B, ACG→D, DE→F, F→C, F→H, C→G, H→C} に対しても，step 1 で導出型の冗長な属性を排除した後，step 2 で同値なキー AB, EF をまとめた後 (**図3**)，step 3 で冗長な関数従属性の排除を一度限り行って，step 4 で第三正規形関係スキームが構成される．

4.2 FD-IND-HG 上の第三正規形データベーススキーム作成法

最初に，$Fi''=F1\sqcup\cdots\sqcup Fi-1\sqcup Fi+1\sqcup\cdots Fn$ と I^+ との相互作用によって導出される FD の集合 $\underline{Fi}$ を Fi に加えることにより，各 Ri 上で，$Fi\cup\underline{Fi}$ が与えられた条件のもとで第三正規形データベーススキームへの変換を行うことに帰着させる手法を以下に示す．手法3は普遍関係上の FD 集合を与えた場合には，手法2と同じく codd の意味の第三正規形データベーススキームを作成するという意味で手法2の拡張である．

[手法3：IND 第三正規化手法]

step 0 データベーススキーム (<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) から FD-IND-HG, H(F, I)=(V, HE1, HE2, E1, E2) を作成．

step 1 Iのカバーリング[22]を求める．
H(F, I) に規則(ⅰ)を適用し，E2 に関する簡約 ′H(F, I)=(V, HE1, HE2, ′E1, E2) に変形する．

step 2 Fi'' と I^+ との相互作用によって導出されるFD の集合 $\underline{Fi}$ を Fi に加える．

step 2-1 ′H(F, I) に規則(ⅱ)を適用して，HE2 の各元に位相的順序を付与する．

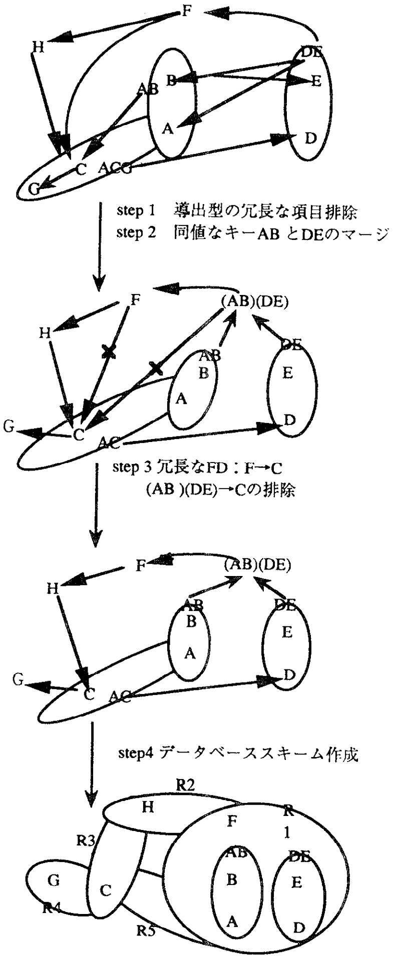


図 3　本手法の適用例（一関係スキーム上の場合）
Fig. 3　Synthesizing thrid normal form database scheme with the proposed method.

step 2-2　位相的順序に従って，各 he2(Rp) 上で次を行う．

step 2-2-1　Hp=ᵗH(F, I)|he2(Rp) に規則 3 を適用して，he1∈Hp から冗長な頂点を削除する．

step 2-2-2　FDHGp に規則 2 を適用して ᵀHp を求める．

step 2-2-3　H(F, I)|(he2)(∃X に対し (he2(Rp), he2 : X)∈ᵗE2 と (he2(Rp), he2 : X) に対して規則(ⅲ)を適用する．

step 3　各 Hp に対して，手法 2 を適用して (Hp) 312465 を得る．

以下の定理は手法 3 の正当性を保証する．

［定理 2］　手法 3 は，DBS d=(<R1, F1>, …, <Rn, Fn>, I) が与えられたとき，IND 第三正規形 DBSd′=(<R′11, F′11>, …, <R′1i1, F′1i1>, …, <R′nin, F′nin>, I) で以下を満たすものを作成する．

（ⅰ）　$Rq=Rq1\cup\cdots\cup Rqiq$　$(q=1, \cdots, n)$

（ⅱ）　$\overline{Fq}=(Fq1\cup\cdots\cup Fqiq)^{+}$　$(q=1, \cdots, n)$

（証明）　命題 2 および定理 1 により，次の (1), (2) を示せば十分である．

(1)　手法 3 により，Rq 上に新たに課される FD 集合 F(q) に対して，(*)……$F(q)\subseteq\underline{Fq}$, $F(q)^{+}=\underline{Fq}^{+}$ が成り立つ．

(2)　($<Rq, Fq\subset F(q)>, \phi$) に Berri and Bernstein の手法を適用すると，第三正規形 DBS(<Rq1, Fq1>, …, <Rqiq, Fqiq>, ϕ) で①$Rq=Rq1\cup\cdots\cup Rqiq$, ②$\overline{Fq}=(Fq1\cup\cdots\cup Fqiq)^{+}$ を満たすものが作成される．

((2)の証明)　命題 2 により，$(Fq\cup F(q))^{+}=(Fq\cup\underline{Fq})^{+}$ を示せば十分である．$(Fq\subset F(q))\subseteq(Fq\cup\underline{Fq})$ より $(Fq\cup F(q))^{+}\subseteq(Fq\cup\underline{Fq})^{+}$ は自明．故に，(*) (*)…$(Fq\cup F(q))^{+}\supseteq(Fq\cup\underline{Fq})^{+}$ を言えばよい．$F(q)^{+}=\underline{Fq}^{+}$ により $(Fq^{+}\cup F(q)^{+})^{+}=(Fq^{+}\cup\underline{Fq}^{+})^{+}\supseteq(Fq\cup\underline{Fq})^{+}$．更に，$Fq^{+}\cup F(q)^{+}\subseteq(Fq\subset F(q))$ であるので，$(Fq^{+}\cup Fq)^{+})^{+}\subseteq((Fq\cup F(q))^{+})^{+}$ が成り立つが，関数従属性集合の閉包の定義により $((Fq\cup F(q))^{+})^{+}=(Fq\cup F(q))^{+}$ であるので $(Fq^{+}\cup F(q)^{+})^{+}\subseteq(Fq\cup F(q))^{+}$ である．以上により (*(*) が成り立つ．

((1)の証明)　以下，he2(Rq) を he2(q) と略記する．he2(q) で ᵗE2 の元の（入り次数）＊(出次数) ≠0 の元を he2(1), …, he2(N) と仮定してよい．そうでない場合には Ri の添字を付け代えればよい．今，he2(q) (q=1, …, N) は位相的順序に整列されていると仮定してよい．実際，もしそうでない場合には，各関係スキーム Rq の添字を付け代えて整列させることができるからである．以下 HE2′= {he2(1), …, he2(N)} の各元に対応する Rq に関して，手法 3 step 2 が終了した時点で Rq に新たに加えられた関数従属性の集合 F(q)（すなわち，手法 3 step 2 が終了した時点で Rq 上に課されている関数従属性集合を Fq″ としたとき，F(q)=Fq″−Fq) が (*) を満たすことを q に関する帰納法で示す．

初期段：he(1) を終点とする E2 の元に存在しない．故に手法 3 の適用により R1 に新たに加えられる関数従属性は存在せず F(1)=ϕ である．また，Rj[X]⊇Rq[X] となる j, X は存在しない．実際 HE2′ の元

は $G=(HE2', {}^{t}E2)$ における位相的順序に整列されているので，$Rj[X]\supseteq R1[X]$ を満たす j, X は存在しない．よって pull back 規則を適用することにより R1 上に導かれる関数従属性は存在しないため $\underline{F1}=\phi$ であり，結局 $F(1)=\underline{F1}=\phi$ が成立し，$q=1$ の場合には (*) が成り立つ．

帰納段：$\{he2(1),\cdots,he2(N)\}$ は位相的順序に整列されているので，$\underline{he2(m)}=\cup_{X}\{he2\in HE2 \mid X\subseteq Rp(1\leqq p<m),\ (he2(p), he2(m):X)\in {}^{t}E2\}\subseteq\{he2(1),\cdots,he2(N)\}$．また「$^{\forall}he2(q)$ ($^{\exists}X$ について $(he2(q), he2(m+1:X)\in {}^{T}E2)$ について $^{\exists}Y(\supseteq X)$, $1\leqq {}^{\exists}j\leqq m$, $^{\exists}he2(j)\in \underline{he2(m+1)}$ に対して，$(he2(q), he2(j):X\in {}^{T}E2$ かつ，$(he2(j), he2(m+1):Y)\in {}^{t}E2$」…(*)(*)．これは，(*)(*) と同じ Y, j に対して，$Rj[X]\subseteq Rq[X]\in I^{+}$, $Rm+1[Y]\subseteq Rj[Y]\in \underline{I}$ が成り立つことを意味する．故に，Fq^{+} の元と包含従属性 $Rm+1[X]\subseteq Rq[X]$ ($\in I^{+}$) に対し，pull back 規則を適用することにより Rm+1 上に加えられる関数従属性の集合 $F(q\rightarrow m+1:X)$ は，$(Fj\cup \underline{Fi})^{+}$ の元および包含従属性 $Rm+1[Y]\subseteq Rj[Y]$ ($\in \underline{I}$) に対し pull back を適用することにより Rm+1 上に加えられる関数従属性の集合に含まれる．ここで，$j\leqq m$ より帰納法の仮定から $F(j)^{+}=\underline{Fj}^{+}$ であるので，$(Fj\cup F(j))^{+}=(Fj\cup \underline{Fj})^{+}$．故に，$F(q\rightarrow m+1:X)$ は $(Fj\cup F(j))^{+}$ の元および包含従属性 $Rm+1[Y]\subseteq Rj[Y]$ に対し pull back 規則を適用することにより Rm+1 上に加えられる関数従属性の集合に含まれる．故に手法 3 の step 2-2 および $F(m+1)$ の定義により，$F(q\rightarrow m+1:X)\subseteq F(m+1)^{+}$．上記が $Rj[X]\supseteq Rm+1[X]$ を満たすすべての Rj および X について成り立つので $F(m+1)^{+}\supseteq \underline{Fm+1}$．故に，

表 1 提案手法および他正規化手法の時間的複雑さ
Table 1 Time complicacy of proposed method and other normal methods.

			Beeri and Bernstein(BB)[1]	Maier[4]	Ausillo, D'atri and Sacca[3]	手法2 d=(<U,F>, φ)の場合	手法3 d≠(<U,F>, φ)の場合
Iと他関係上のFD集合から相互作用によって加えられるFDの追加	Iの簡約ᵗIを求める（手法 3 step1）		考慮せず	同左	同左	同左	O (i^2) (19)
	ᵗIの各辺の始点または終点に対応するRiのFD集合にF1⊔…⊔Fi−1⊔Fi+1⊔…Fnとの相互作用により導かれるFDを加える（手法 3 step2）						O ($i\cdot L^2$)
関係スキーム上の第三正規形データベーススキーム作成	冗長な属性の排除（左辺−A）$_F^+$ ⊇（右辺）なるAの排除（BBの手法のstepI-1,stepIV）	（左辺−A）$_F^+$ ⊇Aなる Aの排除	(*1) O (L^2)	O (L^2)	O ($t\cdot L$) ($p\leqq t\leqq L$)	O (L^2)（付録7）	(*)O (nL^2)
		（左辺−A）$_{F-\{f\}}^+$ ⊇（右辺）なるAの排除		O (L^2)		(*1) O ($p'\cdot L'$)（付録7）	(*)O ($nP\cdot L$)
	冗長な関数従属性の排除（左辺）$_{F-\{f\}}^+$ ⊇（右辺）なる f の排除（BB手法のstepI−2）		O ($p\cdot L$)	O (L^2)	O ($t\cdot L$) ($p\leqq t\leqq L$)	O ($p'\cdot L'$)（付録7）	(*)O ($nP\cdot L$)
	同値な候補キーのマージ（BB手法のstepIII）		O ($p\cdot L$)	O ($p\cdot L$)	O (L^2)	O (L^2)（付録7）	(*)O (nL^2)
	関係スキーム作成（BB手法のstepII, stepV）		O (L^2)	考慮せず	同左	O (L'^2)	(*)O (nL^2)
全体			O (L^2)	O (L^2)	O (L^2)	O (L^2)	O ($L^2\cdot$ max(i,n))

但し，$p=|F|$, $p'=|F'|$, $L=len(F)$, $L'=len(F')$, $p'\cdot L'\leqq L^2$（章 2 参照），
$i=|I|$, $P=|F|$ ($F=F1\sqcup\cdots\sqcup Fn$), $L=len(F)$
(*)手法 3 では，I^{+}の各元との相互作用により導出されるFDの影響を各Riに加えた後，各Ri上で第三正規化に必要な，FDの再計算を行う．

$F(m+1)^{+}=(F(m+1)^{+})^{+}\supseteq \underline{Fm+1^{+}}$. また $F(m+1)$ の作り方より明らかに $F(m+1)\subseteq \underline{Fm+1}$. 故に $F(m+1)^{+}\subseteq \underline{Fm+1^{+}}$ でもあり，$F(m+1)^{+}=\underline{Fm+1^{+}}$ が成立する. 以上で $q=m+1$ の場合の (*) の成立が言える. □

4.3 本手法の時間的複雑さ

手法3を用いて $d=(\langle R1, F1\rangle, \cdots, \langle Rn, Fn\rangle, I)$ から IND 第三正規形データベーススキームを作成する場合および他の代表的な $(\langle U, F\rangle, \phi)$ から第三データベーススキームへの変換手法の各 step の時間的複雑さを**表1**に示す. 特に $d=(\langle U, F\rangle, I)$ の場合には，全体として従来手法と同等の時間量を要するが，特に非導出型の冗長な属性A（(左辺−A)$_{F-\{f\}}{}^{+}\supseteq$(右辺) のタイプの属性）を排除する部分では従来手法では $O(L^2)$ (L は関数従属性集合Fの表現長) 要するのに対し，本手法では $O(p'\cdot L')$ (p', L' はFにおいて同値なキーのマージを行うことで得られる F' の元数，およびその表現長) であり，$p'\cdot L'\leqq 1/2\cdot L^2+\alpha\cdot L+1/2\alpha^2\leqq L^2$ $(\alpha=\sum_{|Ik|\geqq 2} m(IK))$（2頁参照）が成り立つ. 実際，図2の例においては $p'\cdot L'=119$ に対して $L^2=484$ であり，$\{ABC\to E, B\to D, D\to E\}$ においては $p'\cdot L'=24$ に対して $L^2=64$ であり，非導出型の冗長な属性を排除する部分に関しては従来手法に比べ有効であると考えられる.

5. む す び

本稿では，属性の全体集合上の普遍関係を必ずしも仮定せず，各関係スキーム内の制約である関数従属性 (FD) と関係スキーム間の制約である包含従属性 (IND) を与えた場合に，FD および IND 固有の導出律のみならず，これらの相互作用に対応する導出規則である pull back 規則をも対象とした場合の第三正規形データベーススキーム設計手法を提案した. 本手法は普遍関係上の関数従属性集合に対しては，従来の第三正規化手法と同様に Codd のいう第三正規形データベーススキームを作成する. すなわち，提案手法は従来の第三正規化手法の拡張形である.

また，本手法は各関係スキーム（普遍関係上スキームUの場合を含む）とその上の関数従属性集合から第三正規形データベーススキーム作成を行う場合に，従来の Berri and Bernstein の手法[1]等と異なり，冗長な関数従属性の排除を同値なキーのマージの前後で繰り返さない.

参 考 文 献

1) Berri, C. and Bernstein, P. A.: Computational Problem Related to the Design of Normal Form Relational Schemes, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol. 4, No. 1, pp. 30-59 (1979).
2) Bernstein, P. A.: Synthesizing Third Normal Form Relations from Functional Dependencies, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol. 1, No. 4, pp. 272-298 (1976).
3) Ausiello, G., Da'tri, A. and Sacca, D.: Graph Algorithms for Functional Dependency Manipulations, *J. ACM*, Vol. 30, No. 4, (1983).
4) Maier, D.: Minimum Covers in the Relational Database Model, *J. ACM*, Vol. 27, No. 4, pp. 664-674 (1980).
5) Diederich, J. and Milton, J.: New Methods and Fast Algorithm for Database Normalization, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol. 13, No. 3, pp. 339-365 (1988).
6) Teorey, J. T., Yang, D. and Fry, P. F.: A Logical Design Methodology for Relational Databases Using the Extended Entity-Relationship Model, *ACM Comput. Surv.*, Vol. 18, pp. 197-228 (1986).
7) Hull, R. and King, R.: Semantic Database Modeling: Survey, Applications and Research Issues, *ACM Comput. Surv.*, Vol. 19, No. 3, pp. 201-260 (1987).
8) Abiteboul, S. and Hull, R.: IFO: A Formal Semantic Model, *ACM Trans. Database Syst.*, Vol. 12, No. 4, 525-565 (1987).
9) Jajodia, S., Ng, P. A. and Springsteel, F.N.: The Problem of Equivalence for Entity-Relationship Diagrams, *IEEE Trans. Softw. Eng.*, Vol. 9, No. 5, pp. 617-630 (1983).
10) Markowitz, V. M. and Shoshani, A.: On the Correctness of Representing Extended Entity-Relationship Structure in the Relational Model, *Proceedings of the 1991 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data*, pp. 430-439 (1989).
11) Makowsky, J. A., Markowitz, V. M. and Rotics, N.: Entity-Relationship Consistency for Relational Schemas, *Proceedings of International Conference on Database Theory*, pp. 306-322 (1986).
12) Casanova, M. A., Fagin, R. and Papadimitriou, C. H.: Inclusion Dependencies and Their Interaction with Functional Dependencies, *Proceedings of the 1st ACM SIGACT-SIGMOD Symposium on Principle of Database Systems*, pp. 171-176 (1982).
13) Casanova, M. A., Fagin, R. and Papadimitriou,

C. H.: Inclusion Dependencies and Their Interaction with Functional Dependencies, *J. Comput. Syst. Sci.*, Vol. 28, pp. 29-59 (1984).

14) Ling, T. W. and Goh, C. H.: Logical Database Design with Inclusion Dependencies, *Proceedings of the 8th International Conference on Data Engineering*, pp. 642-649 (1992).

15) Cosmadakis, S. S. and Kanellakis, P. C.: Functional and Inclusion Dependencies a Graph Theoretic Approach, *Proceedings of the ACM Symposium on Theory of Computing*, pp. 29-37 (1984).

16) Cosmadakis, S. S., Kanellakis, P. C. and Vardi, M. S.: Polynomial-Time Implication Problems for Unary Inclusion Dependencies, *J. ACM*, Vol. 37, No. 1, pp. 15-46 (1990).

17) Atzeni, P. and Chan, E. P. F.: Independent Database Schemes under Functional and Inclusion Dependencies, *Proceedings of the 13th International Conference on Very Large Data Bases*, pp. 159-166 (1987).

18) Ullman, J. D.: *Principles of Database and Knowledge-base Systems*, Vol. I, Computer Science Press, Rockville, MD (1988).

19) Berge, C.: *Graphs and Hypergraphs*, p. 389, North-Holland, Amsterdam (1973).

20) Aho, A. V., Hopcroft, J. E. and Ullman, J. D.: *Data Structures and Algorithms*, Addison-Wesley (1983).（邦訳，大野義男訳：データ構造とアルゴリズム，培風館，p. 186，東京 (1987).）

21) Tarjan, R. E.: *Data Structures and Network Algorithms*, the Society for Industrial and Applied Mathematics (1983).（邦訳，岩野和男訳：データ構造とネットワークアルゴリズム，pp. 30-31，マグロウヒル，東京 (1989).）

22) Missaoui, R. and Godin, R.: The Implication Problem for Inclusion Dependencies: A Graph Approach, *Sigmod Record*, Vol. 19, No. 1, pp. 36-40 (1990).

付　録

1. 命題2の証明

命題1により，手法1は $\underline{Fi}$ (Fi に依存しない) に対して各 ($<Ri, Fi \cup \underline{Fi}>, \phi$) に Berri and Bernstein の第三正規化手続きを適用するのと同等である．よって文献1) の結果および $\overline{Fi} = (Fi \cup \underline{Fi})^+$ より，手法1は ($<Ri, Fi \cup \underline{Fi}>, \phi$) を命題の条件 (ｉ)，(ⅱ) を満たす ($<R'i1, F'i1>, \cdots, <R'iji, Fiji>, \phi$) に変形し，各 $<R'ij, Fij>$ は第三正規形である．また，各 R'ij が IND 第三正規形でありことは以下のようにして言える．$\underline{Fi}$ の定義より $\overline{Fij} \subseteq (F'ij \cup \underline{Fi} | R'ij)^+ \subseteq ((Fi \cup \underline{Fi}) | R'ij)^+ \cdots$ (*)．一方，文献1) の結果により，R'ij は $lhs((Fi \cup \underline{Fi}) | R'ij)$ の要素 X で，$X \to R'ij \in (Fi \cup \underline{Fi}) | R'ij$ なる X を主キーとした場合には第三正規形である．故に，このXを主キーとすることにより，IND 第三正規形の条件を満たすことが分かる．

2. 命題3および命題5の証明

命題3は，命題5で $n=1$, $R1=U$, $F1=F$, $I=\phi$ とした場合なので，命題5のみ証明すれば十分である．このとき $\overline{Fi} = (Fi \cup \underline{Fi})^+$ であり，命題1により $\overline{Fi - \{X \to A\}} = [Fi - \{X \to A\}) \cup \underline{Fi}]^+$ である．……(*)

(必要性)　①が成立する場合に，(2) が不成立であると仮定して (1) を導く．仮に $X \to A \in \underline{Fi}$ とすると (*) により $\overline{Fi} = \overline{Fi - \{X \to A\}}$ となり仮定に反する．故に $X \to A \in \underline{Fi}$ ではない．従って $X - X' \to A$ の導出に $X \to A$ が必要なので，文献1) の補題2により，$X - X' \to X \in (Fi \cup \underline{Fi})^+$ である．すなわち，$(X - X')_{(Fi \cup \underline{Fi})^+} \supseteq X$ であるが，特に $(X - X')_{[(Fi \cup \underline{Fi}) - \{X \to X'\}]^+} \supseteq X$ であることを示せば十分である) $(X - X')_{(Fi \cup \underline{Fi})^+} \supset X$ により，以下を満たすFの元の列 f1, f2, ……, fn が選択できる．$(X - X')_{\{f1, f2, \ldots, fn-1\}^+} \subset X \subseteq (X - X')_{\{f1, f2, \ldots, fn-1\}^+}$ 以後，$(X - X')i$ で $(X - X')_{\{f1, \ldots, fn-1\}^+}$ を略記する．このとき，$X \subseteq X \subseteq \cdots\cdots Xn-1 \subset X \subset Xn$ が成り立つ．また，{fi の左辺} $\subseteq Xi-1$ のときには $Xi = Xi-1 \cup$ {fi の右辺} であり，{fi の左辺} $\subseteq Xi-1$ でない場合には $Xi = Xi-1$ である．従って，上で $\{fi, \cdots, fn\}$ を選択する場合に，特に，{fi の左辺} $\subseteq Xi-1$ を満たす fi のみからなるものを選択できる．このような $\{fi, \cdots, fn\}$ では各 fi の左辺は X の真部分集合であり，$X \to A$ を含み得ない．故に，$X - X' \to X' \in [(Fi \cup \underline{Fi}) - \{X \to A\}]^+ = \overline{Fi - \{X \to A\}}$ がいえる．

(十分性)　FD に関する，反射律および合併律により自明．

((*) の証明)

3. 命題4の証明

(ｉ)　$X \longleftrightarrow Y \in F^+$ のとき

F' の定義により，(1) と同値である．

(ⅱ)　$X \longleftrightarrow Y \in F^+$ でないとき ((2) と同値なことを示す)

(ｉ) により，F' の定義により，X, A, B, Y = {C1, …, Cn}… $\in lhs(F) \cup rhs(F)$ (X, A, C, Y, Cj のどの二つも i による像は等しくない．|A| = |B| = |Ci| = 1) および X', A', B', Y' = {C'1, …, C'n} ($C'i \in lhs(F') \cup rhs(F')$, |A'| = |B'| = |C'i| = 1) に対して，1-1, 1-2, 2-1, 2-2 を示せば十分である．

1-1 $X \to A,\ A \to B \in F \Rightarrow \pi(X) \to \pi(B) \in (F')^+$

1-2 $X' \to A',\ A' \to B' \in F' \Rightarrow X \to Z \in F^+$ （ただし，$\pi(X)=X',\ \pi(Z)=B'$）

2-1 $X \to Ci (i=1, \cdots, n) \in F \Rightarrow \pi(X) \to \pi(Y) \in (F')^+$

2-2 $X' \to Ci' (i=1, \cdots, n) \in F' \Rightarrow X \to Y \in F^+$ （ただし，$\pi(X)=X',\ \pi(Ci)Ci'$）

ここで ρ を $\mathrm{lhs}(F|_I \cap \{\mathrm{lhs}(f) \geqq 2\} \to F|_I \cap \{\mathrm{lhs}(f) \geqq 2\})$ 上の恒等写像とする．

(1-1) F' の定義により $\pi(X) \to \pi(A),\ \pi(A) \to \pi(B) \in F'$ が成り立つ．故に Armstrong の推移律より自明．

(1-2) F' の定義により，$X' \to A' \in F'$ のとき，$\pi(X)=X',\ \pi(Y)=A'$ なる X, Y について $X \to Y \in F^+$．同様にして，Y と $\pi(Z)=B'$ なる Z に関して，$Y \to Z \in F^+$．故に，$X \to Z \in F^+$．

(2-1) F' の定義により，$\pi(X) \to \pi(Cj) \in F',\ \pi(Cj) \to \rho(Y)\ (j=1, \cdots, n) \in F',\ \rho(Y) \to \pi(Y) \in F6 (\subset F')$ により $\pi(X) \to \delta(Y) \in (F')^+$．

(2-2) $X' \to C'i$ より $\pi(X)=X',\ \pi(Ci)=C'i$ なる X, Ci に対し，$X \to Ci \in F^+$．故に Armstrong の合併律により $X \to Y \in F^+$．

4. 付補題1

$f (\in F)$ において，その左辺から導出型の冗長な属性は排除されているとする．また同値な左辺は存在しないとする（すなわち，$X, Y \in \mathrm{lhs}(F)$ かつ $X \longleftrightarrow Y \in F^+$ となる X, Y は存在しない．）とする．ここで更に，

(1) $X \to A \in F''$

(2) 以下を満たす，属性Bは存在しない．

$X \to B \in F$ または $B \in X$ であり，$B_F{}^+ \supset \{A\}$ ……(*)

このとき，次の(3)および(4)は同値である．

(3) $X \to A \in [F - \{X \to A\}]^+$

(4) $V_A - X \neq \phi$ かつ $^\exists W \in V_A =$ に対し，$W \in X_{F-\{X \to A\}}{}^+$．ただし，$V_A = \{W \in \mathrm{lhs}(F) \cap X_F{}^+ \mid W$ は属性の集合であり，$W_F{}^+ \supset \{A\}\}$ ここで F' は以下を満たす関数従属性とする．

① $\mathrm{lhs}(F'')=\mathrm{lhs}(F),\ \mathrm{rhs}(F'')=\mathrm{rhs}(F)$.

② $^\forall f \in F''$ は，少なくとも一回 Armstrong の推移律を適用して得られる．推移律が適用される関数従属性の中で少なくとも一つは自明な関数従属性ではないとする．

（証明）（(3)⇒(4)）

$F_L(A) = \{W \in \mathrm{lhs}(F) \cap X_F{}^+ \mid {}^\exists f \in F$ に対し $f: W \to A\}$ とおく．

$F_L(A) - X = \phi$ とすると $F - \{X \to A\}$ にはAを右辺に持ち，左辺がXのFにおする閉包に含まれるような関数従属性が存在しないので，明らかに $X \to A \in [F - \{X \to A\}]^+$ ではない．よって $F_L(A) - X \neq \phi$ として十分である．

（第一段階：$V_A - X \neq \phi$ が必要なことを示す）

次に(3)が成り立つとした場合には，$V_A - X \neq \phi$ でなければならないことを示す．そのためにまず，$F_L(A) - X$ に属性の集合が存在しないとする．$^\forall B \in F_L(A) - X$ について同様に $(F_L(B) - X)$ を求める．ここで，どのBについても $(F_L(B) - X)$ に属性の集合が存在しなかった場合には，各 $(F_L(B) - X)$ の各元に対し同じ操作を繰り返す．上述の操作を有限回繰り返すと，新たに求められる集合 $(F_L(C) - X)$ はすべて空集合となる．実際，属性の加算無限列，$C1, \cdots, Cn \cdots$ に対して，$Ci+1 \in (F_L(Ci) - X)\ (i=1, \cdots, n)$ が成り立つとすると，各 Ci は lhs(F) の元なので異なるものの個数は有限である．従ってある $i, j\ (i+1<j)$ に対して，$Ci = Cj$ である．F(Cl) の定義により，$Cl \to Cl+1 \in F (l=i \cdots j-1)$ となり，$Ci \longleftrightarrow Ci+1 \in F^+\ (l=1, \cdots j-i-1)$ が成り立ち，同値な左辺が存在しないという仮定に反する．従って，上の有限回の操作により，V（属性，$\in \mathrm{lhs}(F)$）からなる集合Wが求まる．ここで，$FR(X) = \{V (属性) \mid {}^\exists f (\in F)$ に対し，$f: X' \to V\}$（ただし，X' は X 自身あるいは X に含まれる属性とする）とすると，(2)により，$FR(X) \cap W = \phi$ である．その一方で $X \to A \in F''$ である．故にV（属性の集合，$V \in \mathrm{lhs}(F)$）に対し，$V_F{}^+ \supset \{A\}$ でなければならない．最後にこのVが，$V=X,\ V \supset X,\ V \subset X$ のいずれでもないようにとれることを示す．$V \supset X$ とすると，$X \longleftrightarrow V \in F^+$ となり，仮定に反する．$X \supseteq V$ なるものしかとれないとすると，F'' の定義中の「少なくとも一回，自明でない関数従属性に推移律を適用する」に反する．以上で(3)が成り立てば，$V_A - X \neq \phi$ でなければならないことが示された．

（第二段階）

最後に，更に「$^\exists W \in V_A =$ に対し，$W \in X_{F-\{X \to A\}}{}^+$」…①でなければならないことを示す．対偶を示す．①を否定すると，$^\forall W \in V_A$ に対して，$X \to W \in [F - \{X \to A\}]^+$ でない．故に，第一段階と合わせて，$X \to \to A \in [F - \{X \to A\}]^+$ ではない．

（(4)⇒(3)）(4)より，$X \to W \in [F \{X \to A\}]^+$ かつ $W \to A \in F^+$ なる $W \in \mathrm{lhs}(F)$ が存在する．ここで特に，$W \to A \in [F - \{X \to A\}]^+$ が成立することを示せば十分である．仮に，$W \to A \in [F - \{X \to A\}]^+$ で

はないとすると，$W \to A$ の導出に $X \to A$ が必要であるため，文献 1) の結果により，$W \to X \in F^{+}$ である．よって，$W \leftarrow\!\!\to X \in$ となり，同値な左辺が存在しないという仮定に反する．

5. 付 補 題 2

FDHG, H 上で，任意の超枝 he 内に余分な頂点は存在しないとする．また擬閉路も存在しないとする．ここで更に次の(1)および(2)が成立するものとする．

(1)　$(he, v) \in E1$, $(he \in HE1 \cup V, v \in V)$ かつ (he, v) のラベルは $1''$ を含む．

(2)　以下を満たす，$w \in V$ は存在しない．
$(he, w) \in E1$ または $w \in he$ であり，かつ $(w, v) \in E1$……(*) (ただし，(he, w) のラベルは $1''$ を含まない)

このとき次の(3)および(4)は同値である．

(3)　$(he, v) \in {}^{T}[H-(he, v)]$

(4)　$HE'' = \{he \in HE1 \mid v \in {}^{T}he\}$ としたとき，$he''-he \neq \phi$ かつ $\exists he''$ に対し，$(he, he'') \in {}^{T}[H-(he, v)]$

(証明)　FDHG の定義により，仮定および条件(1)，(2)，(3)，(4)は，付補題1の仮定および，条件(1)，(2)，(3)，(4)のそれぞれ FDHG, H 上での表現である．故に，付補題1，命題6，7により本補題が示される．

6. 付 命 題 1

FDHG, H 上で，各超枝は余分な頂点を含まず，擬閉路も存在しないとする．このとき次の(1)および(2)に対して，(1)⇒(2)である．

(1)　以下の (*) を満たす w が存在する．
FDHG, H 上で $(he, w) \in E1$ または $w \in he$ であり，かつ ${}^{T}H$ 上で $(w, v) \in E1$……(*) (ただし，(he, w) のラベルは $1''$ を含まない)

(2)　$(he, v) \in {}^{T}[H-(he, v)]$

(証明)　[1. $(he, w) \in E1$ のとき]

ここで(2)を否定すると，FDHG, H の定義により，${}^{T}H$ 上で $(w, he) \in E1$ でなければならない．ところが，$(w, e) \in E1$ ではあり得ない．$(w, he) \in E1$ と仮定すると，$(he, w), (w, he) \in {}^{T}H$ となり，擬閉路が存在しないという仮定に反する．

[2. $w \in he$ のとき]

(2)を否定すると FDHG, H の定義により，${}^{T}H$ 上で $(w, he) \in E1$ でなければならない．これは $(w, he) \in {}^{T}(H-(he, w))$ を導き，超枝内に余分な項目がないという仮定に反する．

注) 本命題の条件(1)の否定は，付補題2の条件(2)である．

7. 諸 手 続

手続き 1：余分な頂点を排除する手法

① $A \in he(\in HE1)$ に対して，閉包を求めるための手法を適用して ${}^{T}(he-A)$ を求め，$A \in {}^{T}(he-A)$ の場合には，A を he から排除する．

② 各 he に対して以下のAが存在しなくなるまで操作①を続ける．

①は O(Len(F)) を要し，最悪の場合，②で $\sum_{he \in HE1} |he|$ 回繰り返す．よって全体で $O(Len(F)^2)$ 必要である．

手続き 2：同値な候補キーをまとめる手法

(0)　${}^{T}H$ 上で，同値な成分の条件を満たすCを求める．

以降，3章の規則1の操作(1)から(4)を行う．

(0) は $O(|\{v \in (V \subset HE1) \mid v$ の出次数$\geq 1\}|^2)$，(1) は $O(|V \subset HE1|)$，(2) は $O(|E1|)$ を，(3) は $O(|V \cup HE1|)$，(4) は $O(|E1|)$ を要する．よって全体で $O(1en)F)^2)$ で押えられる．

手続き 3：

冗長な従属性に対応する有向枝を排除する手法

付補題2および命題5により，以下の手法により冗長な関数従属性に対応する有向枝が排除される．

① ラベル $1+1'$ の有向枝 $e \in E1$ を削除する有向枝の候補として選択する．

② ①で選ばれた有向枝 e のうち，命題5の条件(1)を満たすものを E1 から排除する．

③ ①で選ばれ②で選ばれなかった有向枝 e のうち，付補題2の条件(4)を満たすものを E1 から排除する．

①は $O(|E|)$ $(\leq O(p'))$ $(p' = |F'|)$ の計算量を要し，②は $O(|V||E|)(\leq O(p'Len(F')))$ を要し[3]，③は $O(p' \cdot Len(F'))$ の計算量を要し，全体として $O(p' \cdot Len(F'))$ が必要である．

[閉包を求めるための手法]

T_{I}, T_{II} の定義により，$T_{II}^{2}(E1(=T_{II}(E1)$，$T_{I}T_{II}(E1) \supseteq T_{I}(E1)$，$T_{II}(E1) \supseteq E1$．故に ${}^{\forall}\gamma \in \Gamma$ に対して，$|\gamma| = n+m(\gamma(x, y) = x^{n}y^{m})$ とすると，$\gamma(T_{I}, T_{II}(E1) \subseteq (T_{I}T_{II})^{|\gamma|}(E1)$．故に，${}^{T}E1 \subseteq \cup_{k}(T_{I}T_{II})^{|k|}(E1)$．ところが ${}^{\forall}k \in N$ に対して，$(T_{I}T_{I}{}^{|\gamma|}(E1) \subseteq E1^{*}$．ただし $E1^{*} = \{(he, v) \mid he \in HE1, v \in V-he, (he, v)$ のラベル $1+1''\} \cup \{(v, he) \mid v \in V-he, (v, he)$ のラベル

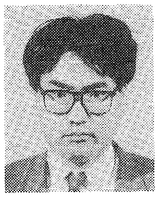
$1''\} \cup \{(he, w) | he \supseteq w (w \in HE1), he \ni w (w \in V)\}$ 故に，$\cup_k (T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^{|k|}(E1)$ は収束し，$|(T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^{|k|}(E1)| \leqq |E1^*| < \infty$ であるので，ある k' に対し $k \geqq k'$ で $(T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^k(E1) = (T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^{k'}(E1)$. 故に，$\cup_k (T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^{|k|}(E1) = (T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^{k'}(E1) = {}^{T}E1$ ある．今，$w \in HE1 \subset V$ (w の出次数$\geqq 1$) に対し，$W_0 = \{w\}$，$Wi+1 = \{(w, v) | (T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}}) (E1 \cup Wi) \ni (w, v)\}$ で $\{Wi\}\ i = 1, 2, \cdots$ を定義する．このとき $W0 \subseteq W1 \subseteq \cdots$，かつ $Wi \subseteq {}^{T}E1$ より，$\lim_{i \to \infty} Wi$ が存在する．ここで $|Wi| \leqq |{}^{T}E1| < \infty$ なので，$\exists iw$, $\forall i\ (\geqq iw)$ に対して，$Wi = Wiw\ (i \geqq iw)$. 故に，各 w について $Wiw \subseteq {}^{T}E1$. 結局，$\cup_{w\text{の出次数} \neq 0} Wiw \subseteq {}^{T}E1$. Wi の定義から，$(T_{\mathrm{I}} T_{\mathrm{II}})^k(E1) \subseteq \cup_{w\text{の出次数} \neq 0} Wiw$. 故に，${}^{T}E1 = \cup_{w\text{の出次数} \neq 0} Wiw$. よって，以下の手続きにより ${}^{T}E1$ が得られる．

step 1　各 $w (\in V \cup HE1$, w の出次数$\neq 0)$ に対して Wiw を求める．

step 2　$\cup_{w\text{の出次数} \neq 0} Wiw$ を求める．

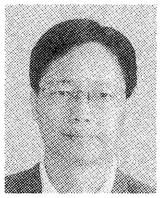
$iw \leqq |E1| \leqq Len(F)$. よって step 1 は $O(|\{v \in V \cup HE1 | v$ の出次数$\neq 0\}| \cdot |E1|)$ したがって $O(|F| \cdot Len(F))$ の，step 2 は $O((|\{v \in V \cup HE1 | v$ の出次数$\neq 0\}|)$ 従って $O(|F|)$ の時間量を要し，全体として $O(|F| \cdot Len(F))$ が必要である．

(平成5年 8 月3日受付)
(平成6年12月5日採録)



山田　光博（正会員）

1988年名古屋大学理学部数学科卒業．1990年広島大学大学院理学研究科数学専攻修士課程修了．同年NTT入社．以来，データベース設計法の研究に従事．現在，NTT情報通信研究所勤務．電子情報通信学会会員．



中川　　優（正会員）

1970年大阪大学基礎工学部制御工学科卒業．1972年同大学院修士課程修了．同年日本電信電話公社武蔵野電気通信研究所入所．OS, DBMSの実用化，自然言語解析，知識処理の研究に従事．大阪大学，東海大学非常勤講師を歴任．1994年4月より近畿大学教授．工学博士．電子情報通信学会，人工知能学会各会員．