

複数の許容解を探索する Particle Swarm Optimization

青木 卓也[†] 宇谷 明秀[‡] 山本 尚生[‡]

東京都市大学大学院工学研究科[†] 東京都市大学知識工学部[‡]

1. はじめに

一般に、多くの局所解を持つ多峰性関数の大域的最適解を現実的な計算時間内に求めることは困難である。代表的なメタヒューリスティクスとしては進化論的計算手法に分類される遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm; GA) や免疫アルゴリズム (Immune Algorithm; IA)、群知能アルゴリズムに分類される粒子群最適化法 (Particle Swarm Optimization; PSO) [1] - [4] やアントコロニー最適化法 (Ant Colony Optimization; ACO) などがあるが、許容できる計算時間で大域的最適解の探索を保障したアルゴリズムではない。しかし、多くの工学設計問題では厳密解 (大域的最適解) が必要されることは少なく、準最適解で十分な場合が多い。また、現実の設計問題では、実用的な観点から 1 つの大域的最適解よりも許容できる (設計条件を満たす) 複数の準最適解を提示することの方が望ましい場合も多い。本研究では連続型多峰性関数の 1 つの解を現実的な計算時間内に探索することのできる粒子群最適化法 (PSO) に着目し、1 つの大域的最適解ではなく、許容できる複数解を効率的に求めることを目的とした改良法 (The PSO method for computing Plural Acceptable Solutions; PSO-PAS) を提案する。本稿の構成は次の通りである。2 章で粒子群最適化法 (PSO) を概観し、3 章で提案手法 (PSO-PAS) を概説する。4 章ではシミュレーション実験の結果を紹介し、最後に 5 章で本稿のまとめを述べる。

2. Particle Swarm Optimization

粒子群最適化法 (PSO) は群れ状の粒子が情報を共有しながら多次元空間内を探索する群知能アルゴリズムである。各粒子は位置ベクトル (x_i) と速度ベクトル (v_i) で特徴付けられる。ここで下付 i ($i = 1, \dots, N$) は粒子番号を表す。各粒子は自身が探索の過程で発見した最良解 [$pbest_i$]、及び群れ全体で共有する (全粒子中の) 最良解 [$gbest$] を用いて、探索の終了条件が満たされるまで、群を構成する全粒子でより良い解を探索し続ける。具体的には 1 ステップ前の速度ベクトル (v_i^k)、自身が探索の過程で発見した最良解 [$pbest_i^k$]、及び群れ全体で共有している最良解 [$gbest^k$] の線形結合として新たな速度ベクトル (v_i^{k+1}) を生成し、新たな探索点 (x_i^{k+1}) まで移動する。ここで、上付 k は探索回数を表す。 $k+1$ 回目の探索における粒子 i の速度ベクトル (v_i^{k+1}) と位置ベクトル (x_i^{k+1}) は次式によって生成 (更新) される。

$$\begin{aligned} v_i^{k+1} &= \omega \cdot v_i^k + c_1 \cdot r_1 \cdot (pbest_i^k - x_i^k) \\ &\quad + c_2 \cdot r_2 \cdot (gbest^k - x_i^k) \\ x_i^{k+1} &= x_i^k + v_i^{k+1} \end{aligned} \quad (1)$$

Particle Swarm Optimization for Computing Plural Acceptable Solutions

[†] Takuya AOKI, Graduate School of Engineering, Tokyo City University

[‡] Akihide UTANI and Hisao YAMAMOTO, Faculty of Knowledge Engineering, Tokyo City University

ここで、 r_1, r_2 は $[0, 1]$ の一様乱数である。 ω は粒子の慣性力係数、 c_1, c_2 は学習係数であり、それぞれの項に対する重み係数として機能する。

3. 提案手法

1 つの大域的最適解ではなく、複数の許容解を効率的に探索する改良法 (PSO-PAS) を提案する。

3. 1 PSO-PAS の概要

PSO [1] では全粒子で 1 つの解を探索する。これに対し、提案手法 (PSO-PAS) は初期段階では全粒子で情報を共有し、全粒子である 1 つの最良解 (これを [$gbest_1$] とする) を探索するが、解が収束し始めると、 [$gbest_1$] を探索する粒子群と新たな解 [$gbest_2$] を探索する粒子群に解探索集団を分化させる。提案手法 (PSO-PAS) では解探索状況に応じて、このような粒子群の役割分化を欲する解の個数 (m) まで繰り返す。その結果として複数の許容解 [$gbest_l$] ($l = 1, \dots, m$) を得ることができる。以下、欲する解が 2 つ ($m=2$) の場合を例に提案手法 (PSO-PAS) に導入した処理を粒子群の役割分化を中心に概説する。

3. 2 粒子群の役割判定

提案手法 (PSO-PAS) では、次式を用いて粒子群の役割分化のタイミングを判断する。

$$f_{init} = \sum_{i=1}^N f(x_i^1) / N \quad (2)$$

$$\frac{f_{init} - f(gbest_1^k)}{f_{init} - f_{bound}} \geq dr \quad (3)$$

N は粒子総数、下付 i ($i = 1, \dots, N$) は粒子番号、上付添字は探索回数、 $f(x)$ は目的関数を表す。

粒子群の役割分化を実行するにあたり、まず、式 (2) によって初期粒子集団が評価される。 f_{init} は探索の初期状態における全粒子の平均評価値である。次に、式 (3) によって評価値の改善度が評価される。 f_{bound} は許容解 (x^*) に対する許容限界値 $f(x^*)$ を意味し、 dr は 1 つの許容解への収束状況を判定するためのパラメータ ($[0, 1]$) である。様々な工学設計問題に適用する場合において、設計条件を満たす許容解 (x^*) の値を明確に設定できないときは、例えば PSO [1] によって求められた準最適解などから許容限界値 (f_{bound}) の値を決定することになる。提案手法 (PSO-PAS) では、この式 (3) による収束判定を探索の各過程で繰り返し実行し、粒子群の役割分化のタイミングを判断する。

3. 3 粒子群の役割分化

式 (3) を満足した場合、1 つの許容解への収束過程にあると判断し、役割の分化に関する処理に入る。提案手法 (PSO-PAS) では、まず各粒子の役割を決定するために次式によって、 [$gbest_1$] と各粒子 (x_i) との間のノルム (D_{1_i}) を探索の各過程で計算する。

$$D_{1_i} = \|gbest_1^k - x_i^k\| \quad (4)$$

算出されたノルム (D_{1_i}) によって、各粒子の解 [$gbest_1$] 探

素に関する収束状況が評価される。提案手法では粒子群の役割分化に際し、解[*gbest*₁]の探索領域を役割分化パラメータ (T_{spec}) によって規定する。本稿では役割分化パラメータ (T_{spec}) によって規定されるこの探索領域を解[*gbest*₁]の特別探索エリアと呼ぶ。式(4)によって算出されたノルム ($D_{1,j}$) は、各粒子が解[*gbest*₁]の特別探索エリア内に存在しているかどうかを調べるために用いられる。

解[*gbest*₁]の特別探索エリアに存在する粒子数、すなわち条件 ($D_{1,j} < T_{spec}$) を満たす粒子数が N/m 未満の場合、全粒子による解[*gbest*₁]の探索を継続する。上記の条件を満たす粒子数が N/m 以上の場合、 $D_{1,j}$ の短い方から上位 N/m 粒子群のみが引き続き解[*gbest*₁]の探索を行う。これは、これら上位 N/m 粒子群に解[*gbest*₁]の探索の役割を委託することを意味する。具体的には解[*gbest*₁]の探索を委託した後、これら(上位 N/m)の粒子群は、式(1)の群れ全体で共有する最良解[*gbest*]として、引き続きこの[*gbest*₁]を用い、この新たな粒子群のみで解[*gbest*₁]の探索(更新)を続ける。残りの粒子は解[*gbest*₁]の特別探索エリアを除いた領域内に乱数によって生成した粒子と交換し、別の許容解[*gbest*₂]を探索する役割を担わせる。具体的には乱数によって新たに生成した粒子群は、式(1)の群れ全体で共有する最良解[*gbest*]として、この生成した粒子のみで構成される群内で共有する最良解[*gbest*₂]を用い、解[*gbest*₁]の特別探索エリアを除いた領域内で解[*gbest*₂]の探索を開始する。ここで、新たに生成した粒子群の探索過程はモニタリングされる。提案手法 (PSO-PAS) では新たに生成した粒子の位置ベクトルが、探索の過程で解[*gbest*₁]の特別探索エリア内に更新された場合、上記と同様の粒子の交換を実行する。このモニタリングと粒子の再交換によって、新たに生成した粒子群はある1つの許容解[*gbest*₁]の探索から開放され、全探索領域の中から解[*gbest*₁]の特別探索エリアを除いた領域内で効果的に別の許容解[*gbest*₂]を探索することが可能となる。

4. シミュレーション実験

ベンチマーク問題を用い提案手法の有効性を検証した。

4. 1 実験設定

ベンチマーク関数を以下に示す。

$$\begin{aligned} \min. \quad & f(\mathbf{x}) = -\sin(x_1)\sin(3x_2) - \sin(3x_1)\sin(x_2) \\ \text{subj. to} \quad & 0 \leq x_1, x_2 \leq 6 \end{aligned} \quad (5)$$

PSO[1]、及び PSO の多段階適用により複数の大域的最適解を求める手法 (PSO-AGM) [4] と提案手法を比較する。粒子総数は 30、解の精度は 10^{-3} 、 c_1, c_2 はともに 2.05、 ω は 0.8 とした。提案手法に導入した f_{bound} は -1.125、 T_{spec} は 1.0、 dr は 0.5、 m は 3 とした。

4. 2 実験結果及び考察

表 1 には、得られた解の個数、総探索回数、及び 1 つの解に対する平均探索回数がまとめられている。ここで表中の結果は同条件でのシミュレーション 50 回の平均値である。結果を考察すると、すべての大域的最適解を求めるための改良手法 (PSO-AGM) を用いた場合、本ベンチマーク問題における 2 つの大域的最適解を求めることはできている。しかし、PSO[1]を用いた場合と比較して 1 つの解探索に要した繰り返し回数は増加している。またこの改良手法 (PSO-AGM) は対象とする関数に対して複雑な関数変換処理を施しながら全粒子で大域的最適解を 1

つずつ求めていく手法であり、計算量も大幅に増加している。これに対し提案手法では欲する 3 つの解が効率的に求められている。図 1 は提案手法の探索過程における各粒子の探索点を示した図である。2 つの大域的最適解と 1 つの局所解が粒子群の役割分化によって効果的に探索されている様子を確認することができる。

表 1 各手法の比較結果

Method	Minimizers number	Mean total iterations	Mean iterations per minimizer
PSO-PAS	3	18.9	6.3
PSO	1	13.1	13.1
PSO-AGM	2	32.4	16.2

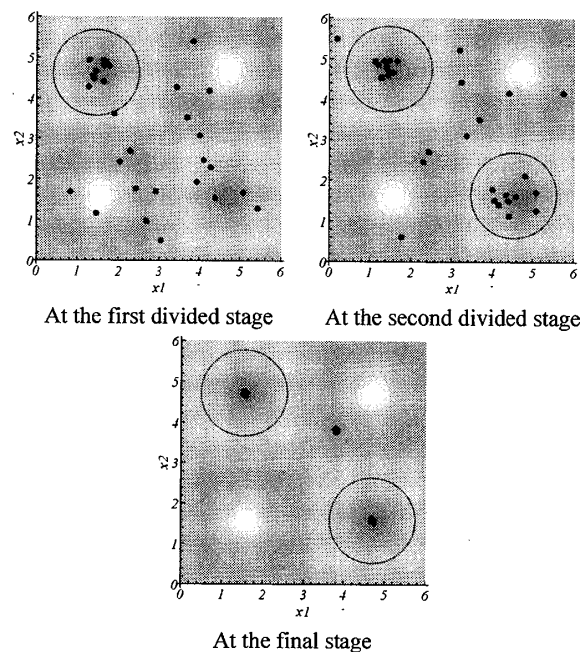


図 1 提案手法における各粒子の探索点

5. おわりに

本研究では、1 つの大域最適解ではなく、複数の許容解を得ることを目的とした粒子群最適化法 (PSO) の改良法 (PSO-PAS) を提案し、ベンチマーク問題に対するシミュレーション実験を通してその有効性を検証した。

文 献

- [1] J. Kennedy and R. C. Eberhart, "Particle swarm optimization," Proc. IEEE International Conference on Neural Networks, pp.1942-1948, 1995.
- [2] M. Clerc and J. Kennedy, "The particle swarm-explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space," IEEE Trans. Evol. Comput., vol.6, no.1, pp.58-73, 2002.
- [3] 山口晃敏, 岩崎信弘, 安田恵一郎, "最良解情報を用いた適応型 Particle Swarm Optimization," 電気学会論文誌 (C), vol.126, no.2, pp.270-276, 2006.
- [4] K. E. Parsopoulos and M. N. Vrahatis, "On the computation of all global minimizers through particle swarm optimization," IEEE Trans. Evol. Comput., vol.8, no.3, pp.211-224, 2004.