

大規模最適化問題に対する適応的 Free&Freeze 法

金 會元[†] 田川 聖治^{††} 塚本 昌彦[‡][†] 神戸大学大学院自然科学研究科 ^{††} 近畿大学理工学部 [‡] 神戸大学大学院工学研究科

1 はじめに

弾性表面波 (Surface Acoustic Wave: SAW) フィルタの設計問題のような実用的な最適化問題は、決定変数が離散値を取る関数最適化問題として定式化できる。また、そのような関数最適化問題の求解には局所探索法の一種である可変近傍探索法 (Variable Neighborhood Search: VNS) が有効である [1]。しかし、VNS は近傍が大きくなると計算時間が指数関数的に増える。近年、実用的な最適化問題が大規模になり、VNS の計算時間を短縮する必要がある。

Free&Freeze 法 (FFZ) [2] を用いると VNS の計算時間を画期的に減らせる。FFZ は大規模な探索空間を段階的に分割し、決定変数ベクトルを可変部分 (Free) と固定部分 (Freeze) に分け、可変部に対して VNS を行う分割局所探索法である。しかし、FFZ では探索が優れた解まで辿り着かずに劣った局所的最適解の近傍に陥ってしまう場合がある。

本稿では、上記の問題を解決する手法として FFZ と適応的多スタート法 [3] を組み合わせた適応的 Free&Freeze 法 (Adaptive FFZ: A-FFZ) を提案する。A-FFZ では各ステージのはじめに、初期解にランダムな摂動を加える。A-FFZ の有効性を検証するために、テスト関数による計算機実験を行う。また、SAW フィルタの大規模な設計問題に適用する。

2 最適化問題

最適化問題は一般的に以下のように表される。

$$\begin{cases} \text{minimize} & f(\mathbf{x}) \\ \text{subject to} & \mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \in \chi \end{cases} \quad (1)$$

(1) 式のような最適化問題において、 χ を探索空間とする。また、(2) 式のように各 $x_i \in \mathbf{x} \in \chi$ ($i = 1, \dots, n$) は上下限値で制限され、間隔 e_i の離散的な値を取る。ただし、 e_i は適当なステップ幅である。

$$\begin{cases} \underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i \\ (x_i - \underline{x}_i) \bmod e_i \equiv 0 \end{cases} \quad (2)$$

3 適応的 Free&Freeze 法

解 $\mathbf{x} \in \chi$ に含まれる決定変数 $x_i \in \mathbf{x}$ をいくつか選び、残りの変数の値を固定する。解 $\mathbf{x}$ を $x_i \in \mathbf{x}$ ($i = 1 \sim n$) の集合と考え、選ばれた変数の集合を $\mathbf{x}^F$ 、固定された変数の集合を $\mathbf{x}^Z$ とすると、 $\mathbf{x} = \mathbf{x}^F \cup \mathbf{x}^Z$ と表せる。以降、変数 $x_i \in \mathbf{x}$ を $x_i \in \mathbf{x}^F$ ならば x_i は「Free」、 $x_i \in \mathbf{x}^Z$ ならば「Freeze」と呼ぶ。

まず、 $\mathbf{x} = \mathbf{x}^F \cup \mathbf{x}^Z \in \chi$ で Free とした変数 $\mathbf{x}^F$ に対して k 次元の近傍 $N_k(\mathbf{x}^F)$ ($k = 1 \sim \bar{k}$) [1] を考え、 k 次元近傍の部分集合 $D_k(\mathbf{x}^F) \subset N_k(\mathbf{x}^F)$ を定義する。

$$D_k(\mathbf{x}^F) = \{\mathbf{x}'^F \in N_k(\mathbf{x}^F) \cap \chi \mid f(\mathbf{x}') < f(\mathbf{x}), \mathbf{x} = \mathbf{x}^F \cup \mathbf{x}^Z\} \quad (3)$$

以下に、A-FFZ の手順を説明する。A-FFZ のパラメータは、ステージ数 H と、各ステージ h ($h = 1 \sim H$) で Free にする変数の個数 n_h 、VNS の最大近傍 $\bar{k}_h$ 、および、ランダムに変える要素の数 r_h である。

【Adaptive Free&Freeze Method】

手順 1: 初期解 $\mathbf{x} \in \chi$, $h := 1$, $h := 1$, $\mathbf{x}_0 := \mathbf{x}$ とする。

手順 2: $h > 2$ ならば、解 $\mathbf{x}$ から r_h 個の要素 $x_i \in \mathbf{x}$ をランダムに選んで $x_i := x_i + e_i$ とする。

手順 3: 解 $\mathbf{x}$ から n_h 個の要素 $x_i \in \mathbf{x}$ を選んで $\mathbf{x}^F$ とする。

手順 4: 近傍の次元を $k := \bar{k}_h$ とする。

手順 5: $D_k(\mathbf{x}^F) \cap \chi \neq \emptyset$ ならば、 $\mathbf{x}'^F \in D_k(\mathbf{x}^F)$ を一つ選び $\mathbf{x}^F := \mathbf{x}'^F$ とし手順 4 へ戻る。

手順 6: $k \neq 1$ ならば、 $k := k - 1$ とし手順 5 へ戻る。
 $k = 1$ ならば、 $\mathbf{x} := \mathbf{x}^F \cup \mathbf{x}^Z$ を保存する。

手順 7: $f(\mathbf{x}) < f(\mathbf{x}_0)$ ならば、 $\mathbf{x}_0 := \mathbf{x}$ とする。そうでなければ、 $\mathbf{x} := \mathbf{x}_0$ とする。

手順 8: $h \neq H$ ならば $h := h + 1$ とし、手順 2 へ戻る。
 $h = H$ ならば $\mathbf{x}$ を出力し終了。

Adaptive Free&Freeze Method for Large-scale Optimization Problems

[†] Hoewon KIM (hkim@stu.kobe.ac.jp)

^{††} Kiyoharu TAGAWA (tagawa@info.kindai.ac.jp)

[‡] Masahiko TSUKAMOTO (tuka@kobe-u.ac.jp)

(†) Graduate School of Science and Technology, Kobe University

(††) School of Science and Engineering, Kinki University

(‡) Graduate School of Engineering Kobe University
657-8501, Kobe, Japan 577-8502, Higashi-Osaka, Japan

FFZ や A-FFZ では変数の分割方法 ($\mathbf{x} = \mathbf{x}^F \cup \mathbf{x}^Z$) が重要である。本稿では、変数間の依存関係を検出し、エピスタシスを有する設計パラメータ同士は各ステージで同じ集合に組み込むように解 $\mathbf{x}$ を $\mathbf{x} = \mathbf{x}^F \cup \mathbf{x}^Z$ のように分割する方法を採用する [4]。

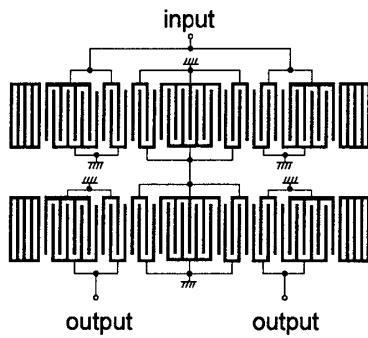


図 1: SAW フィルタの構造

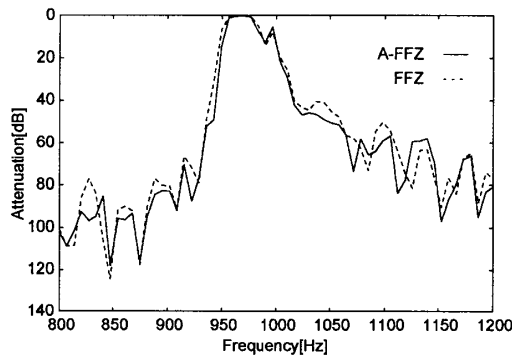


図 2: SAW フィルタの周波数特性

各 $x_i \in \mathbf{x}$ のプライオリティ $p(x_i)$ を (4)~(6) 式のように計算し, $p(x_i)$ が大きい順に $x_i \in \mathbf{x}^F$ を選ぶ。 $\delta(x_i)$ は, 一つの変数を変化させたときの, 目的関数値に対する影響の大きさの値である。また, $\zeta(x_i, x_j)$ は, 二つの変数 x_i, x_j の影響を評価するものである。 $\zeta(x_i, x_j) = \delta(x_i) + \delta(x_j)$ であれば変数 x_i, x_j 間にエピスタシスはない。一方, $\zeta(x_i, x_j) \neq \delta(x_i) + \delta(x_j)$ であれば, 変数 x_i, x_j 間にエピスタシスがある。

$$\delta(x_i) = |f(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)| \quad (4)$$

$$\zeta(x_i, x_j) = |f(x_1, \dots, x_i + \Delta x_i, \dots, x_j + \Delta x_j, \dots, x_n) - f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_n)| \quad (5)$$

ただし, $i \neq j$.

$$p(x_i) = \max_i \{\delta(x_i), \max_j \{\zeta(x_i, x_j)\}\} \quad (6)$$

4 テスト関数による評価

提案した A-FFZ と従来の FFZ の性能を, テスト関数において比較した。変数の総数は 30, ステージ数は 4, 近傍の最大次元は各ステージにおいて「1-3-3-3」, Free 変数の数は各ステージにおいて「30-10-10-10」とする。実験結果を表 1 に示す。表 1 のデータは各テ

スト関数において 10 回繰り返した平均である。また, 計算時間 (time) は目的関数の評価回数とする。

表 1: テスト関数による評価

Functions	Average of $f(\mathbf{x})$		Average of time	
	FFZ	A-FFZ	FFZ	A-FFZ
Sphere	0.000000	0.000000	51318	58155
Schwefel 1.2	0.000000	0.000000	49525	55328
Rastrigin	8.093493	8.093493	90803	122063
Griewank	0.097320	0.097261	54146	56181
Rosenbrock	1.651981	1.651789	150781	152854

5 SAW フィルタの最適化問題への応用

提案した A-FFZ と従来の FFZ の性能を, 図 1 のような SAW フィルタの設計問題において比較した。変数の総数は 24, ステージ数は 4, 近傍の最大次元は各ステージにおいて「1-3-3-3」, Free 変数の数は各ステージにおいて「24-n-n-n」とする。実験結果を表 2 に示す。表 2 のデータは各テスト関数において 10 回繰り返した平均である。また, 得られた最適解による SAW フィルタの周波数特性を図 2 に示す。ただし, 実線が A-FFZ, 破線が FFZ の最良解である。

表 2: SAW フィルタの設計問題

n	Average of $f(\mathbf{x})$		Average of time	
	FFZ	A-FFZ	FFZ	A-FFZ
10	395.1887	386.1625	3932	5154
12	383.5665	383.3411	7682	9775
14	372.2967	362.7561	13256	20276
16	347.6807	328.2883	22994	31513

6 おわりに

本稿では, 大規模な最適化問題に適用可能であるが局所的最適解に陥りやすい従来の Free&Freeze 法を改良し, 各ステージの初期解に摂動を加える適応的 Free&Freeze 法を新たに提案した。また, テスト関数と実際の SAW フィルタの設計問題において, 提案した適応的 Free&Freeze 法により, 従来の Free&Freeze 法よりも良い解が得られることを確認した。

参考文献

- [1] 田川, 徳永, 羽根田, 井垣, 関: 可変近傍探索法による三電極 SAW フィルタの最適化設計, 電気学会論文誌 C, 123(3), pp. 407-423, 2003
- [2] 高橋, 田川: 大規模最適問題に対する分割局所探索法- Free&Freeze 法, 第 48 回システム制御情報学会研究発表講演会講演論文集, pp. 37-38, 2004
- [3] 柳浦, 茨木: 組合せ最適化—メタ戦略を中心として—, 朝倉書店, 2001
- [4] 金, 田川: Free&Freeze 法による DMS フィルタの多段設計, 第 49 回自動制御連合講演会, 2006