

3E-5-1

物体表面にコーティングされた多層薄膜系での 光学現象の可視化

平山 英樹[†] 金田 和文[†] 山下 英生[†] 門田 良実[‡][†] 広島大学 工学部[‡] 島根大学 総合理工学部

1 はじめに

1.1 本研究の目的

光学レンズのコーティングや車の塗装面など様々な部分に薄膜は使用されている。これらの薄膜は設計の際、グラフやCIE色度座標などを用いて、その反射や透過などの光学特性が事前に評価されていた。しかし、薄膜の光学特性は視線方向やコーティングされている媒質などによって大きく変化するため、実際にその薄膜が使用されたときの見え方をグラフ等から予想するのは困難である。そこで、コンピュータグラフィックス（以下、CG）を用いて様々な状況下での薄膜系の可視化シミュレーションを行うことができれば、薄膜がコーティングされた物体を視覚的に観察できるようになる。本研究は波動光学に基づき薄膜系での光の多重反射、透過、屈折、干渉、吸収を考慮した高精度可視化手法の開発を目的とする。

1.2 これまでの研究と問題点

CGの分野では、薄膜などの層状系を扱ったものとして、これまでにシャボン玉 [1, 2]、真珠 [5]、塗料 [3, 4]、誘電体多層膜 [6] などの表示手法が提案されてきた。しかし、従来までの手法は、膜内での光の多重反射を考慮していない、単層膜に限定されたモデルである、系を構成する媒質が限定されているなど、表示対象物が限定されたものであった。したがって、単一の光学現象の表示は行えるが、複数の光学現象が複雑に絡み合う現象の表示や、高精度の画像が要

求される光学フィルタやハーフミラーなどの光学機器を設計する際の可視化には適していなかった。そのため、従来までの限定された表示モデルではなく、複雑に絡み合った光学現象の表示や光学機器などの設計の際の可視化のために、より一般化された光学現象の可視化モデルを構築する必要がある。

1.3 本研究の概要

著者らは、多層薄膜系の光学特性を可視化するための一般化モデルを開発するために、波動光学に基づいて多層薄膜系での光の多重反射を考慮したモデルを提案した [7]。そして、誘電体多層薄膜系での光の干渉現象を精度よく可視化することができる「多層薄膜レイトレーサ」を開発した。さらに、誘電体だけでなく金属や半導体多層薄膜系での光の干渉や吸収を正確に可視化するため、金属や半導体などが持つ複素屈折率も扱えるようにモデルの拡張を行った [8]。

しかし、この多層薄膜レイトレーサは、薄膜をコーティングする物体表面は完全鏡面のみに限定されている。そのため、プラスチックや塗装面などの拡散反射特性を持つ物体表面へコーティングされた薄膜系の可視化を行うことができない。また、レイが薄膜に交差する度にその交点における薄膜系の合成反射率と合成透過率を逐次計算により求めていた。そのため、多大の計算コストがかかるという問題を有していた。

本稿では、多層薄膜がコーティングされた完全拡散面を持つ物体表面のシェーディングモデルを提案する。また、多層薄膜系の合成反射率と合成透過率をテーブル化することにより、レンダリング時間の高速化をはかる方法についても述べる。これらの提案手法を多層薄膜レイトレーサに実装することにより、多層薄膜（誘電体、半導体、金属膜）がコーティングされた完全鏡面ならびに完全拡散反射特性を持つ物体表面の高精度な可視化が実現できる。

Visualization of Optical Phenomena of Objects
Coated with Multilayer Films.

H. Hirayama, K. Kaneda, H. Yamashita
Faculty of Engineering, Hiroshima University
{hira,kin,yama}@eml.hiroshima-u.ac.jp

Y. Monden
Interdisciplinary Faculty of Science and Engineering,
Shimane University
monden@cis.shimane-u.ac.jp

2 シェーディングモデル

まず、多層薄膜系での光学現象を説明したのち、その系の合成反射係数と合成透過係数の計算方法 [7] と薄膜がコーティングされた完全鏡面と完全拡散面のそれぞれのシェーディングモデルについて述べる。

2.1 多層薄膜系での光学現象

多層薄膜に入射した光の振舞いは非常に複雑である。多層薄膜内の各境界面での反射や透過、各媒質内での干渉や吸収など複数の光学現象が複雑に絡み合っている。図 1 に多層薄膜内での光の伝播の様子を示す。多層薄膜内に入射した光は多重反射や透過を繰り返し、最終的に反射光として媒質 A へ返る成分と媒質 B へ透過する成分に分かれる。薄膜系の各境界面で反射または透過した光は互いに干渉し、特定の波長成分が強め合ったり弱め合う。また、金属や半導体膜中では光は吸収され減衰を生じる。

このような多層薄膜系を可視化する場合、その内部の各境界面と層間で生じる前述の光学現象を考慮し、薄膜内部の全ての光をトレースする方法では莫大な計算時間がかかってしまう。そこで、効率的に多層薄膜系を可視化するためには、多層薄膜を一つのシステムとみなし、その系で光の入出力関係を表す係数、すなわち反射率と透過率を求める。そして、多層薄膜系に入射するレイをトレースする際には、その系の合成反射率と合成透過率を用いるアプローチが有効である (図 2 参照)。次節において、この概念に基づいて多層薄膜系の合成反射率と合成透過率を逐次計算により求める方法について述べる。

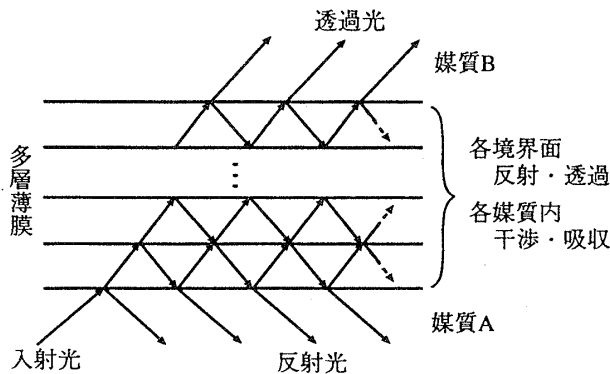


図 1: 多層薄膜系での光学現象

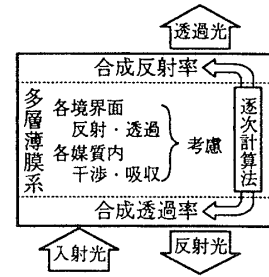


図 2: 入出力システムとしてとらえた多層薄膜系

2.2 合成反射率と合成透過率の計算法 [7]

N 層の薄膜が完全鏡面反射特性を持つ物体にコーティングされる場合、すなわち、図 3 に示す $N+2$ 層の層状系を考える。ここで、第 1 層から第 N 層が薄膜であり、第 $N+1$ 層が薄膜がコーティングされた物体 (媒質 B) である。そして、光は第 0 層 (媒質 A) から入射し、第 1 層から第 N 層の薄膜内で干渉、吸収が起こったのち、第 0 層 (媒質 A) へ反射、第 $N+1$ 層 (媒質 B) へ透過する。この多層薄膜系モデルでの前提条件は以下に示すとおりである。

1. 各層間の境界面は xy 平面に平行であり、非常に滑らかな面であるとする。この条件により、光は正反射方向にのみ反射し、スネルの法則に従う方向にのみ透過する。
2. 薄膜系を構成する各層は等方性均質媒質である。すなわち、各層において、その層内では屈折率は等しい。
3. 光は第 0 層 (媒質 A) から入射する。すなわち、第 0 層は半無限長の媒質であるため、第 0 層の屈折率は実数となる。また、第 0 層では光の吸収は起こらないとする。

このような前提条件のもと、 $N+2$ 層の多層薄膜系の合成反射係数 γ_N と合成透過係数 τ_N は、次式で示す逐次計算法によって求めることができる [7]。

- 初期条件 $j = N+1$ のとき

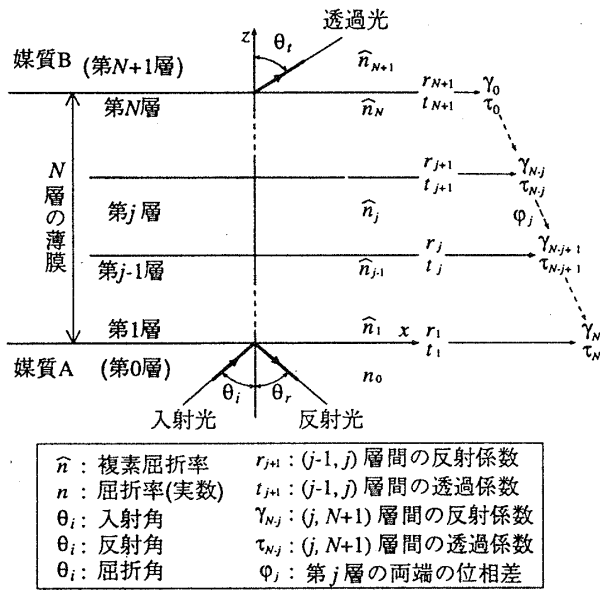
$$\gamma_0 = r_j = r_{N+1} \quad (1)$$

$$\tau_0 = t_j = t_{N+1} \quad (2)$$

- 漸化式 $j = N, \dots, 1$ のとき

$$\gamma_{N-j+1} = \frac{r_j + \gamma_{N-j} e^{2i\varphi_j}}{1 + r_j \gamma_{N-j} e^{2i\varphi_j}} \quad (3)$$

$$\tau_{N-j+1} = \frac{t_j \tau_{N-j} e^{i\varphi_j}}{1 + r_j \gamma_{N-j} e^{2i\varphi_j}} \quad (4)$$

図 3: $N+2$ 層の多層薄膜系

ここで、 r_j, t_j はそれぞれ隣接する $(j-1, j)$ 層間の反射係数と透過係数であり、これらの係数はフレネルの公式により求まる。そして、 γ_{N-j}, τ_{N-j} はそれぞれ $(j, N+1)$ 層間の反射係数と透過係数であり、 ϕ は各層での光の位相差である。

2.3 完全鏡面

前節で述べた逐次計算法により求めた多層薄膜系の合成反射係数 γ_N と合成透過係数 τ_N から、その系の合成反射率 k_r と合成透過率 k_t を算出する。反射係数と透過係数は光の振幅比を表しているの、エネルギー比である反射率と透過率はこれらの係数の大きさの二乗で与えられる(付録 A 参照)。また、反射係数 γ と透過係数 τ には光の入射面に水平な成分 γ_p, τ_p と垂直な成分 γ_s, τ_s がある。光のエネルギー比はこれらの成分の平均を取ることで、次式で求めることができる。

$$k_r = \frac{1}{2} (|\gamma_{p,N}|^2 + |\gamma_{s,N}|^2) \quad (5)$$

$$k_t = \begin{cases} \frac{n_{N+1} \cos \theta_{N+1}}{n_0 \cos \theta_0} \left[\frac{1}{2} (|\tau_{p,N}|^2 + |\tau_{s,N}|^2) \right], & (n_{N+1}: \text{実数のとき}) \\ 0, & (n_{N+1}: \text{複素数のとき}) \end{cases} \quad (6)$$

光の透過先の半無限長媒質の屈折率が複素数の場合、この媒質内で光の吸収が起こり、透過率は 0 となる。

式 5, 6 で求めた合成反射率と合成透過率を用いて、薄膜がコーティングされた完全鏡面特性を持つ物体表面の輝度値を次式で計算する(図 4 参照)。

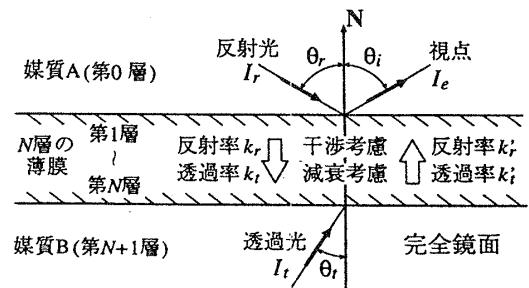
$$I_e(\lambda) = k_r(\theta_i, \lambda) I_r(\lambda) + k_t(\theta_i, \lambda) I_t(\lambda) \quad (7)$$

ここで、 I_e, I_r, I_t はそれぞれ視線レイ、反射レイ、透過レイの光の輝度値であり、 θ_i, λ は光の入射角と真空中の波長である。薄膜系の合成反射率 k_r と合成透過率 k_t はそれぞれ θ_r, θ_t の関数ではなく、 θ_i の関数となっていることに注意する。エネルギー保存則から、これは、同一光路上に沿って反射または透過する光はその伝播の方向に関係なく同じ反射率と透過率を持つためである。このため、図 4 において、第 0 層(媒質 A) から第 $N+1$ 層(媒質 B) の方へ光が透過したときの透過率を k_t 、第 $N+1$ 層(媒質 B) から第 0 層(媒質 A) の方へ光が透過したときの透過率を k'_t とすると、 $k_t(\theta_i, \lambda) = k'_t(\theta_i, \lambda)$ となる。反射率に関しても、同様に、 $k_r(\theta_i, \lambda) = k'_r(\theta_r, \lambda)$ である。このとき、 $\theta_i = \theta_r$ であり、 θ_i, θ_t 間にはスネルの法則による関係が成立している。

2.4 完全拡散面

N 層の薄膜がコーティングされた完全拡散面の表示を行うためのシェーディングモデルを提案する(図 5 参照)。このモデルには、2.2 節で述べた前提条件に加え、以下の条件を満足するものとする。

1. 完全拡散面間での相互反射光成分は無視できるものとする。すなわち、反射光 $I_r(\lambda)$ は完全拡散面を照らさない。

図 4: N 層の薄膜がコーティングされた完全鏡面

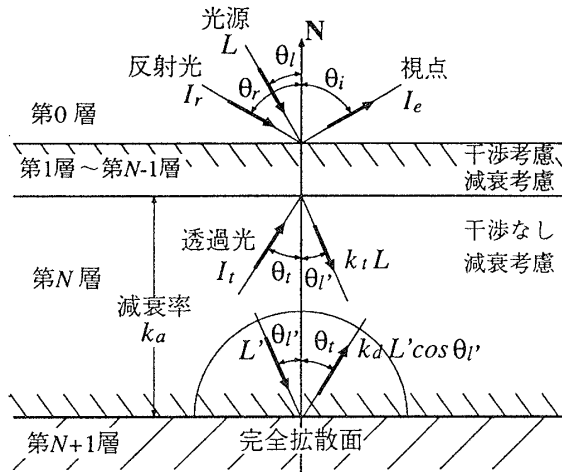


図 5: N 層の薄膜がコーティングされた完全拡散面

2. 第 N 層の媒質は金属等の減衰特性をもつ媒質、あるいは、第 N 層から第 $N-1$ 層側への合成反射率が小さい薄膜系とし、完全拡散面との境界面は滑らかであるとする。

条件 1 により、第 $N+1$ 層の完全拡散面を照らすのは、光源からの直射光 L が多層薄膜を通過した光 L' のみである。他の面からの反射光 I_r は薄膜表面で直接反射される成分と多層薄膜系に入射し、第 1 層から第 $N-1$ 層内で干渉や吸収されたのち視線方向へ反射される成分の和が視点へ到達する。条件 2 により、完全拡散面に隣接する第 N 層内では、1 次反射光成分のみを考慮する。すなわち、完全拡散面により反射された光が第 1 層から第 $N-1$ 層での多層薄膜系によりさらに反射され、完全拡散面に再び戻ってくる成分は無視できるものとする。これらの条件より、光源から多層薄膜系を通過して完全拡散面に到達し、全方向に完全拡散反射した光のうち、視線方向に進行する光 I_t のみを考慮すればよい。

以上のことから、多層薄膜がコーティングされた完全拡散面のシェーディングモデルは次式で表される。

$$I_e(\lambda) = k_r(\theta_i, \lambda) I_r(\lambda) + k_t(\theta_i, \lambda) I_t(\lambda) \quad (8)$$

$$I_t(\lambda) = k_a(\lambda) k_d(\lambda) L'(\lambda) \cos \theta_{l'} \quad (9)$$

$$L'(\lambda) = k_a(\lambda) k_t(\theta_l, \lambda) L(\lambda) \quad (10)$$

ここで、 I_e, I_r, L はそれぞれ視線レイ、反射レイ、光源の輝度値、 I_t, L' はそれぞれ $(N-1, N)$ 層間の境界面へ入射する光と $N+1$ 層の完全拡散面へ入射する光の輝度値である。また、 λ は真空中の光の波長、 θ

は面の法線とレイとのなす角、 k_r, k_t は第 1 層から第 $N-1$ 層までの薄膜の合成反射率と合成透過率 (付録 A 参照)、 k_a は第 N 層での光の減衰率 (付録 A 参照)、 k_d は完全拡散面の拡散反射率である。全節で述べた理由から、 k_r, k_t は θ_r, θ_t ではなく θ_i の関数となっている。また、光源からの光 L と反射光 I_r に関しては、空間的に離れた光源から伝播した光のため両者間には干渉を生じない。そのため、式 8 において、2 つの成分の光を加算するだけで光の干渉を考慮する必要はない。

3 多層薄膜レイトレサへの実装

前節で述べたシェーディングモデルを多層薄膜レイトレサに実装することにより、薄膜コーティングされた物体表面の可視化を実現する。

参考文献 [7] で開発された多層薄膜レイトレサでは、多層薄膜系の合成反射率と合成透過率が光の入射角に依存するため、レイが薄膜系に交差する度に、逐次計算によりそれらの合成反射率と合成透過率を計算していた。この方法は、レイと薄膜系との交点での入射角のみに対する合成反射率と合成透過率を求めるだけで済む反面、表示画像中に薄膜をコーティングした物体の占める割合が増加した場合、各交点毎に合成反射率と合成透過率の逐次計算を行わなければならない、多大な計算コストがかかってしまう。この問題を解決し、レンダリング処理の高速化をはかるために、前処理においてサンプルした光の入射角と波長毎に合成反射率と合成透過率をあらかじめ計算し、テーブル化を行う。

この前処理の手順を図 6 に示す。物体表面の属性が設定されたのち、設定された各薄膜系に対して、光の波長と入射角を適切な間隔でサンプルし、その系の合成反射率と合成透過率を計算する。その際、薄膜がコーティングされている面が完全鏡面反射特性を持つ面か、完全拡散反射特性を持つ面かにより、合成反射率と合成透過率を求める層を変更する。これは、完全鏡面の場合には、薄膜系のすべての境界面での多重反射を考慮しているのに対し、完全拡散面では第 N 層で 1 次反射光の成分だけを取り扱うためである。合成反射率と合成透過率を計算後、それらをテーブル化して記憶しておく。

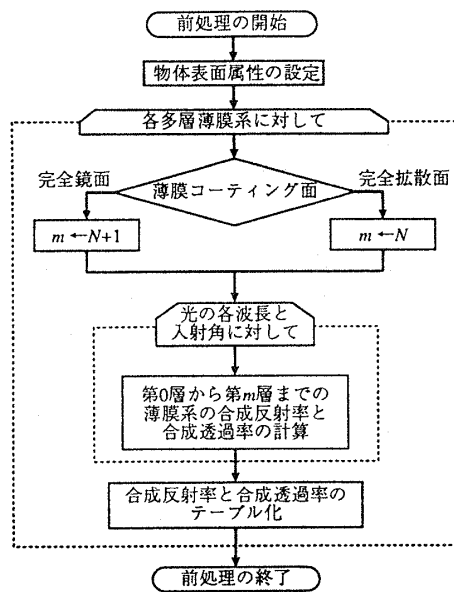


図 6: 前処理の流れ

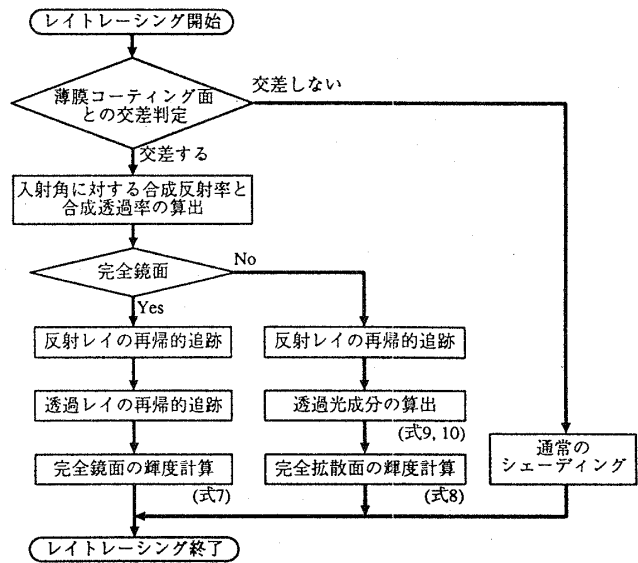


図 7: レイトレースのアルゴリズム

次に、拡張された多層薄膜レイトレーサのレイレース部分のアルゴリズムについて述べる（図 7 参照）。薄膜がコーティングされた物体表面とレイとの各交点での合成反射率と合成透過率は、あらかじめ作成した薄膜系の合成反射率と合成透過率のテーブルから、その交点での光の入射角を挟む角度の分光反射率と分光透過率を取り出し、それらの値を各波長毎に線形補間することにより求める。そして、完全鏡面の場合、反射レイと透過レイを再帰的に追跡する。これに対して、完全拡散面の場合、反射レイのみ再帰的に追跡し、透過光成分に対しては、式 9, 10 を用いて算出する。

4 適用例

本手法の適用例を図 8 から図 10 に示す。図 8 は薄膜コーティングされた完全鏡面、図 9, 10 は薄膜コーティングされた完全拡散面の可視化結果である。表 1 に適用例の各画像中で使用された薄膜のデータを示す。これらすべての画像サイズは 800×533 ピクセルであり、1 ピクセルあたり 4 点のスーパーサンプリングを行っている。

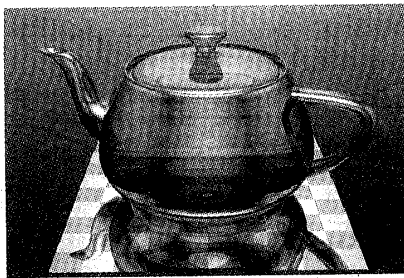
図 8(a) はシリコンティーポットの表面に厚さ 500nm の SiO_2 膜をコーティングした画像である。 SiO_2 膜内で光の干渉が起こり、全体的に紫色がかって見える。

図 8(b) は 20nm の金の薄膜を屈折率 1.6 のガラスにコーティングした画像である。金の薄膜が薄いためティーポットが透けて見える。この金の薄膜をそれぞれ誘電体膜とアルミニウム膜で挟んだ多層薄膜をティーポットにコーティングした画像を図 8(c) に示す。アルミニウム膜を追加したことにより、薄膜系の合成反射率が大きくなり、図 8(b) のティーポットより金色の反射光成分が大きくなっている。

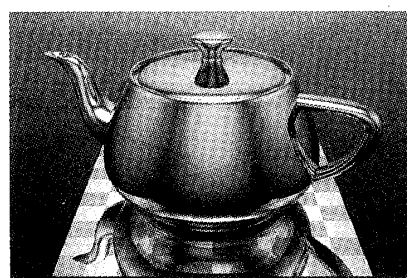
図 9 は異なる膜厚の薄膜がコーティングされた完全拡散面の可視化結果であり、図 10 は異なる色の完全拡散面に薄膜がコーティングされたときの可視化結果である。図 9(c) を除き、これらの画像中の球、ティーポット、円柱、チェック模様の台の表面は完全拡散面である。そして、これらの物体表面にはそれぞれ金、銀、銅、そしてシリコンをコーティングしている。一方、図 9(c) の球、ティーポット、円柱、チェック模様の台はそれぞれ金、銀、銅、そしてシリコンできっており、これら物体の表面には誘電体膜がコーティングされている。半導体であるシリコンは、金属に比べて光の吸収率が低いので、図 9(a), (b) と図 10 の画像からわかるように台のチェック模様はよく透けて見えている。また、銀の反射率は他の金属に比べ、反射率が高く、透過光成分が少ないため、異なる膜厚の銀を完全拡散面にコーティングした場合（図 9(a), (b)）でも外見にほとんど変化が見られない。それに対して、銅と



(a) SiO_2 膜がコーティングされたシリコンティーポット

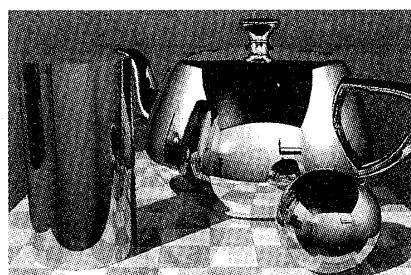


(b) 金膜がコーティングされたガラスティーポット

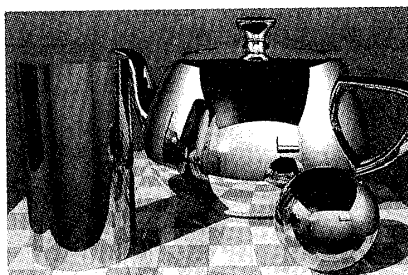


(c) 誘電体、金、アルミ膜がコーティングされたガラスティーポット

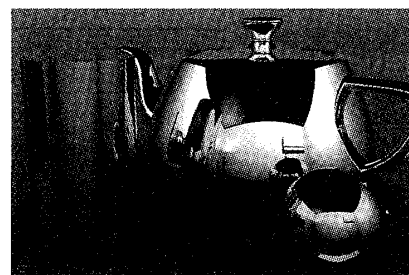
図 8: 薄膜コーティングされた完全鏡面特性を持つ物体



(a) 金属 (2nm)、半導体 (20nm)

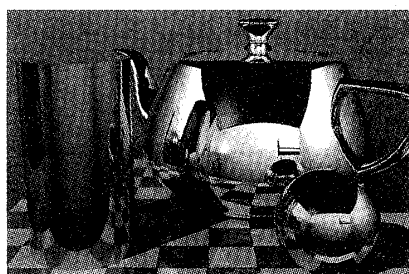


(b) 金属 (5nm)、半導体 (50nm)

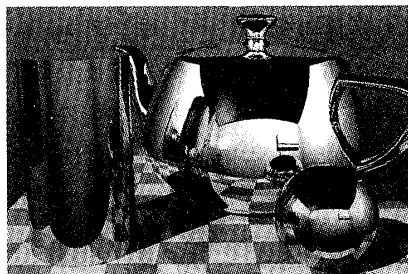


(c) 金属または半導体の物体

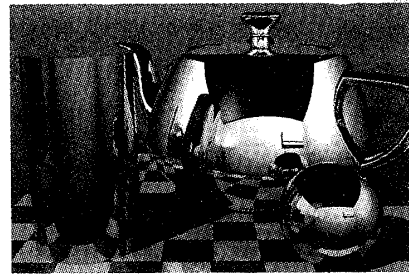
図 9: 異なる膜厚の薄膜でコーティングされた完全拡散反射特性を持つ物体



(a) 完全拡散面 (赤)



(b) 完全拡散面 (緑)



(c) 完全拡散面 (青)

図 10: 薄膜コーティングされた異なる色の完全拡散面

表 1: 各画像中で使用されている薄膜系の設定

図番号	多層薄膜系 (媒質 A, 薄膜層..., 媒質 B)
8(a)	空気, SiO_2 (500nm), シリコン (完全鏡面)
8(b)	空気, 金 (20nm), ガラス (完全鏡面)
8(c)	空気, 誘電体 (500nm), 金 (20nm), アルミニウム (10nm), ガラス (完全鏡面)
9(a)	空気, 誘電体 (500nm), 金属 (2nm)(シリコンの場合は 20nm), 完全拡散面 (白)
9(b)	空気, 誘電体 (500nm), 金属 (5nm)(シリコンの場合は 50nm), 完全拡散面 (白)
9(c)	空気, 誘電体 (500nm), 金属またはシリコン (完全鏡面)
10(a),(b),(c)	空気, 誘電体 (500nm), 金属 (2nm)(シリコンの場合は 20nm), 完全拡散面 (赤), (緑), (青)

金の薄膜がコーティングされた円柱と球には、多少色合いの変化が観察できる。図9と図10における画像生成時間は、スーパーサンプリングを行って、それぞれ約80分程度 (CPU: Alpha 21164A 633MHz, OS: Linux) であった。

これらのすべての適用例に関して、合成反射率と合成透過率のテーブル作成のための前処理時間は1秒以下であった。これに対して、テーブルを使用せず、レイが薄膜と交差する度に逐次計算を行った場合のレンダリング時間は、球と円柱で構成された簡単なシーンの場合でも、提案手法に比べ、約6倍のレンダリング時間を必要とした。

5 おわりに

多層薄膜レイトレーサに2節で提案したシェーディングモデルを実装することにより、誘電体、半導体、そして金属から成る多層薄膜がコーティングされた完全鏡面反射ならびに完全拡散反射特性を持つ物体表面を精度良く可視化することが可能となった。また、前処理において合成反射率と合成透過率をあらかじめ算出し、テーブル化することにより、レンダリングの高速化をはかった。

薄膜コーティングされた完全拡散面に対するシェーディングモデルでは、完全拡散面に隣接する薄膜において光の1次反射のみしか考慮していない。そのため、隣接する薄膜層内での光の減衰が大きい媒質あるいは、多層薄膜側から完全拡散面への反射が小さい場合でなければならないという制約がある。今後の課題としては、様々な多層薄膜が完全拡散面にコーティングされた場合でも可視化が行えるようシェーディングモデルを改良することなどが挙げられる。

A 減衰率と透過率の導出

屈折率が実数 (光の吸収がない) の媒質から、金属などの複素屈折率を持つ (光の吸収がある) 媒質への光の伝播を考える (図A-1参照)。ここで、光の入射面は xy 平面、媒質間の境界面は zx 平面であるとする。

位置 $\mathbf{r} = (x, 0, z)$ での電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ は、複素振幅表現により、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{i\phi(\mathbf{r})} \quad (\text{A-1})$$

と表すことができる。ここで、 $\mathbf{E}_0$ は電場の振幅であり、 $\phi(\mathbf{r})$ はその位相を表している。

複素屈折率を持つ媒質中の電場の位相 $\phi(\mathbf{r})$ は、スネルの法則により求まる電磁波の進行方向を表した複素単位ベクトル $\mathbf{s} = (s_x, 0, s_z)$ 、真空中の光の波長 λ 、複素屈折率 $\hat{n} = n + ik$ を用いて以下のように表される。

$$\phi(\mathbf{r}) = \frac{2\pi}{\lambda} \hat{n} \cdot \mathbf{s} \cdot \mathbf{r} \quad (\text{A-2})$$

この位相 $\phi(\mathbf{r})$ を式A-1へ代入し、まとめると次式となる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = e^{-\phi_e} \mathbf{E}_0 e^{i\phi_p} \quad (\text{A-3})$$

$$\phi_e = \frac{2\pi}{\lambda} (n \Im\{\mathbf{s}\} + k \Re\{\mathbf{s}\}) \cdot \mathbf{r} \quad (\text{A-4})$$

$$\phi_p = \frac{2\pi}{\lambda} (n \Re\{\mathbf{s}\} - k \Im\{\mathbf{s}\}) \cdot \mathbf{r} \quad (\text{A-5})$$

ここで、 $\Re\{\mathbf{s}\}$, $\Im\{\mathbf{s}\}$ はそれぞれ複素単位ベクトル $\mathbf{s}$ の実数部分と虚数部分である。次に、スネルの法則によって得られる以下の関係式より、

$$s_x = \frac{n_0}{\hat{n}} \sin \theta_0 = \frac{n - ik}{|\hat{n}|^2} n_0 \sin \theta_0 \quad (\text{A-6})$$

式A-4と式A-5はそれぞれ次のようになる。

$$\phi_e = \frac{2\pi}{\lambda} (n \Im\{s_z\} + k \Re\{s_z\}) z \quad (\text{A-7})$$

$$\phi_p = \frac{2\pi}{\lambda} [(n_0 \sin \theta_0) x + (n \Re\{s_z\} - k \Im\{s_z\}) z] \quad (\text{A-8})$$

よって、複素屈折率を持つ媒質中の位置 $\mathbf{r}$ での電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ は、以下の式によって与えられる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = e^{-\phi_e} \mathbf{E}_0 e^{i\phi_p} \quad (\text{A-9})$$

$$\phi_e = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n \Im\{s_z\} + k \Re\{s_z\}) z \quad (\text{A-10})$$

$$\phi_p = \frac{2\pi}{\lambda_0} [n_0 \sin \theta_0 x + (n \Re\{s_z\} - k \Im\{s_z\}) z] \quad (\text{A-11})$$

この式は複素屈折率を持つ媒質中の電磁波は、その入射角に関わらず、 z 軸方向の距離に応じて、つまり境界面に平行に減衰することを表している。

減衰率や透過率を計算するためには、光のエネルギー比を取らなければならない。そして、光のエネルギーはポインティングベクトルの時間平均の大きさ $|\langle \mathbf{S} \rangle|$ から求めることができる。まず、ポインティングベク

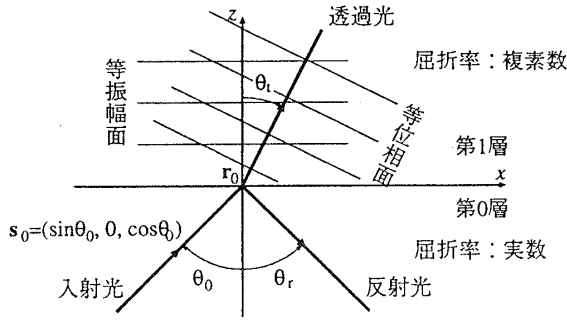


図 A-1: 複素屈折率を持つ媒質への反射と透過

トルの時間平均 $\langle \mathbf{S} \rangle$ は、電場 $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ と磁場 $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ を用いて、次式で表される。

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} [\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)] \quad (\text{A-12})$$

$$= \frac{1}{4} [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}) + \mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}(\mathbf{r})] \quad (\text{A-13})$$

ここで、マクスウェルの方程式から導き出される次式より、

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \hat{\mathbf{n}} \mathbf{s} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (\text{A-14})$$

$$\mathbf{s}^* \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}) = 0 \quad (\text{A-15})$$

式 A-13 の $\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r})$ は次式となる。

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r}) = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \hat{\mathbf{n}}^* \mathbf{s}^* |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \quad (\text{A-16})$$

$\mathbf{E}^*(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = [\mathbf{E}(\mathbf{r}) \times \mathbf{H}^*(\mathbf{r})]^*$ より、ポインティングベクトルの時間平均 $\langle \mathbf{S} \rangle$ は、次式となる。

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \Re\{\hat{\mathbf{n}} \mathbf{s}\} |\mathbf{E}(\mathbf{r})|^2 \quad (\text{A-17})$$

この式より、電磁場のエネルギーの大きさは、その振幅の大きさの二乗に媒質の係数をかけることによって得られることがわかる。

図 1 に示すモデルの場合、第 1 層での光のエネルギーの減衰率は次式で得られる。

$$k_a = \frac{|\langle \mathbf{S}_1(\mathbf{r}) \rangle|}{|\langle \mathbf{S}_1(\mathbf{r}_0) \rangle|} = e^{-2\phi_a} \quad (\text{A-18})$$

透過率は境界面に垂直な方向に入射、透過する光のエネルギー束の大きさの比で定義される。図 A-1 に示すように境界面を xy 平面とした場合、これに垂直な方向は z 軸方向となる。したがって、ポインティングベクトルの時間平均の z 成分の大きさ $|\langle S_z \rangle|$ から、

透過率 k_t は次式で表される。

$$k_t = \frac{|\langle \mathbf{S}_{1,z}(\mathbf{r}_0) \rangle|}{|\langle \mathbf{S}_{0,z}(\mathbf{r}_0) \rangle|} \quad (\text{A-19})$$

$$= \frac{n \Re\{s_z\} - k \Im\{s_z\}}{n_0 \cos \theta_0} \frac{|\mathbf{E}_1(\mathbf{r}_0)|^2}{|\mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)|^2} \quad (\text{A-20})$$

ここで、透過係数 $t = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}_0) / \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0)$ より、透過率 k_t は以下の式により求めることができる。

$$k_t = \frac{n \Re\{s_z\} - k \Im\{s_z\}}{n_0 \cos \theta_0} \left[\frac{1}{2} (|t_p|^2 + |t_s|^2) \right] \quad (\text{A-21})$$

参考文献

- [1] M. L. Dias, "Ray Tracing Interference Color", IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 11, No. 2, pp. 54-60, 1991.
- [2] 鈴木 信雄, 横井 茂樹, 鳥脇 純一朗, "コンピュータ・グラフィックスにおける色計算法の検討と干渉色表示への応用", 電子情報通信学会技術研究報告, Vol. 88, No. 450, pp. 41-48, 1993.
- [3] J. S. Gondek, G. W. Meyer and J. G. Newman, "Wavelength Dependent Reflectance Functions", Proc. SIGGRAPH'94, pp. 213-220, 1994.
- [4] J. Dorsey and P. Hanrahan, "Modeling and Rendering of Metallic Paints", Proc. SIGGRAPH'96, pp. 387-396, 1996.
- [5] N. Nagata, T. Dobashi, Y. Manabe, T. Usami and S. Inokuchi, "Modeling and Visualization for a Pearl-Quality Evaluation Simulator", IEEE Trans. Visualization and Computer Graphics, Vol. 3, No. 4, pp. 307-315, 1997.
- [6] 武藤 一, 清水 英之, 牧野 光則, 大石 進一, "CG による多層膜の干渉色の表現", NICOGRAPH 論文コンテスト論文集, pp. 178-188, 1996.
- [7] 平山英樹, 門田良実, 金田和文, 山下英生, "透明光学系の波動光学的散乱現象の可視化計算", 画像電子学会誌, Vol. 27, No. 4, pp. 306-316, 1998.
- [8] 平山英樹, 金田和文, 山下英生, 門田良実, "複素屈折率を考慮した多層薄膜系での光学現象の可視化", Visual Computing Workshop '98 発表予稿, 1998.
- [9] H. Hirayama, K. Kaneda, H. Yamashita, Y. Yamaji, and Y. Monden, "Visualization of Optical Phenomena Caused by Multilayer Films with Complex Refractive Indices", Proc. Pacific Graphics '99, 1999.
- [10] M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", Cambridge University Press, 1997.
- [11] 鶴田 匡夫, "応用光学 I", 培風館, 1990.
- [12] E. D. Palik, "Handbook of Optical Constants of Solids", Academic Press, 1985.