

3次元位相場におけるバーチャルウォークスルー

2ZB-2

市川 泰士

蔡 東生

筑波大学工学研究科電子情報工学専攻 同大学電子情報工学系助教授

1. はじめに

計算機的能力は急速に進歩しており、今日ではスーパーコンピュータにより、様々な科学研究のシミュレーションが行われている。そこで、その莫大な数値データを解析するための手段として、可視化の技術が重要な位置を占める。

当然、可視化の手法に関しては様々な研究がなされている。ところが、扱うデータが複雑であればあるほど可視化の手法も困難になる。また、苦勞の結果可視化に成功したとしても、十分に解析、評価ができるとは限らない。

本研究では、この視点から3次元位相場の可視化にアプローチし、その位相場でウォークスルーをすることで、より深い構造の解析、評価をすることを目的とする。

2. 地球磁気圏

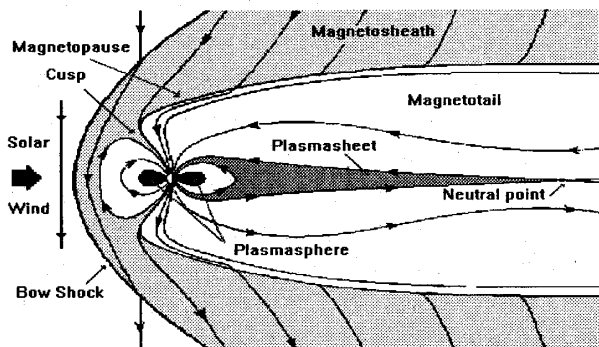


図1：地球磁気圏

図1は、太陽風と地球の磁場が干渉した様子を示している。太陽風は地球の磁場と干渉し、地球磁場を圧迫し、地球の磁気圏を形成する。太陽風が運んでくる荷電粒子が、北、南極圏のカusp領域から地球の大気に進入することで、オーロラ現象を引き起こす。

3. シミュレーションデータ

本研究で可視化するシミュレーションデータは、TRISTANコードという完全3次元電磁粒子シミュレーションコードを、この問題に適用することによって生成されたデータである。

本シミュレーションは、グリッドサイズが $215 \times 95 \times 95$ 、粒子密度が0.9、粒子はイオンと電子の2つなので、総電磁粒子数が約3.5億個にも上る世界最大規模のシミュレーションである。

4. データの可視化

4.1 ベクトル場における位相と特異点

ベクトル場における特異点とは、その成分 $\mathbf{v}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = 0$ となる点である。この特異点近傍のベクトル場のヤコビアン行列の固有値が、位相を決定するパラメータとなる。それはベクトル場における位相に関する以下の2つの定理のためである。

1：特異点近傍のヤコビアン行列の固有値の縮退がなく、かつハイパボリックの時、3種類の位相が存在する。

2：特異点近傍のヤコビアン行列の固有値の実部が零でなく、正と負の値が同値であれば、その両特異点で決定される位相は一致する。

よって本研究では、特異点近傍の振る舞いを調べ、そこからベクトル場に沿って流線を流し、その軌跡を基に可視化を行う。

4.2 特異点近傍の流れの分類

特異点近傍のヤコビアン行列を求めるため、ベクトル場の線形化を行う。

ベクトル $\mathbf{v}(\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$ を特異点 $(\mathbf{x}^*, \mathbf{y}^*, \mathbf{z}^*)$ の近傍 $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ でテーラー展開し、2次以上の項を無視すると、

$$\mathbf{v} = \mathbf{J} \mathbf{r} \quad (\mathbf{J} \text{ はヤコビアン行列})$$

Visualizing 3D Vector Field Topology via Virtual Walk-through

Taiji Ichikawa & DongSheng Cai

University of Tsukuba

1-1-1 Tenodai, Tsukuba, Ibaraki, 305, Japan

が得られる。

ここで、 $r = (x - x^*, y - y^*, z - z^*)$ である。

特異点近傍の流れは、こうして得られたヤコビアン行列の固有値によって分類できる。固有値の実部の符号により流れの向き、虚部の有無により渦を巻くか巻かないかが決定される。

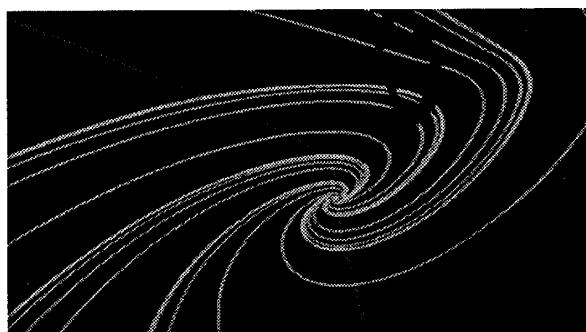


図2：渦を巻いている様子

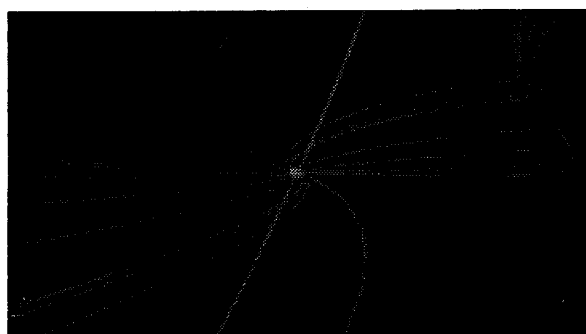


図3：渦を巻いてない様子

4. 3 γ 線と Σ 面

4. 2で論じたヤコビアン行列は 3×3 であるため、3つの固有値が得られる。このうち、実部が同符号である2つの固有値の固有ベクトルと、特異点で構成される平面を Σ 面、1つだけ異符号の固有値の固有ベクトル方向の曲線を γ 線と呼ぶ。

本研究における位相の可視化は、特異点近傍にいくつかの出発点を取り、ベクトル場に沿って Σ 面上に流線を流し、その流線間に三角ポリゴンを張ることにより実現している。

4. 4 可視化の手順

これまで論じてきたことのまとめとして、ベクトル場データから可視化までの流れを4ステップに分けて説明する。

STEP 1：シミュレーション範囲内で特異点を見つける。

STEP 2：それぞれの特異点の近傍の流れを、固有値から調べる。

STEP 3：特異点近傍に出発点を取り、 Σ 面上に流線を流す。

STEP 4：各流線間に三角ポリゴンを張る。

5. ウォークスルー

4で論じた3次元位相場の可視化に、ウォークスルーという方法でアプローチすることで更なる解析、評価を本研究の目的とすることは冒頭で述べた。ここではその具体的な方法を述べる。

ウォークスルーには、VRMLのようにナビゲータを操作しながらユーザーがインタラクティブに行えるものと、あらかじめプログラム中でカメラワークを決めてしまうものとの2つが考えられる。

前者のメリットは、ユーザーが自分の好きなように視点、視方向を操作しながらオブジェクトを観察できることである。ただデメリットとして考えられるのが、扱うオブジェクトが単純なものであれば問題がないが、本研究で扱うような複雑な位相場となると、観察したい場所へなかなかたどり着けない、迷ってしまったりどこにいるのか分からない、レスポンスが遅い、等の問題が生じる可能性がある。

後者のメリットは、カメラワークが固定されているが、観察したい場所へ的確に移動でき、局部的に複雑な所を解析するのに向いている。デメリットは前者のメリットである、自由に視点、視方向の変換ができないことである。

本研究では、この両者から3次元位相場の解析を試みる。

参考文献

- [1] V. I. Arnold 著、足立正久、今西英器 訳「常微分方程式」現代数学社、1981
- [2] E. Kreyszig 著、北原和夫 訳「常微分方程式」培風館、1990
- [3] E. Atlee Jackson 著 田中茂、丹波敏雄、水谷正大、森真 訳「非線形力学の展望 I」共立出版、1994
- [4] J. Wernecke 「The Inventor Mentor」Addison-Wesley