高次元アルゴリズムによる離散変数を含む系の最適化

1G－4

寺前裕之、斉藤茂、柳正秀*、植草常雄*
ＡＴＲ環境適応通信研究所、ＮＴＴファシリティーズ(*)

1．はじめに

ある装置で２種類の異なった働きを行える物を使用している場合を考える。さらにこの２種類の出力が同時には取り出せないとする。このような装置を含む系の最適化問題を取り扱う場合には、いずれの出力が得られているかを表す離散的な変数を導入する必要が生じる。さらにこれらの離散変数を含めた出力全体の最適化を行う場合を考える。このような問題を扱う場合には、離散変数については最適化の枠組みに取り入れずに組み合わせの数だけの場合分けを行い、最適化の途中の各点において最小になる組み合わせを選びながら計算をすすめるのが、最適化変数が少ない場合には有効である。しかし離散的な最適化変数が多い場合には、場合の数が幾何級数的に増大するため大変に困難になる。本研究では、このような離散的な変数をも最適化変数として取りこみ、手法として新上らによる高次元アルゴリズム[1]を用いた最適化方法について報告する。

2．モデルと最適化方法

最適化変数 x_{hw}, x_{hc}, c_{hw} が以下のような関係式を持つ場合について、

$$\sum_{k=1}^{n} c_{hw}(m,k)\cdot x_{hw}(m,h,k) = d_{hw}(m,h) \qquad (1)$$

$$\sum_{k=1}^{n} (1-c_{hw}(m,k))\cdot x_{hc}(m,h,k) = d_{hc}(m,h) \qquad (2)$$

ここで、d_{hw} および d_{hc} は m 月の時刻 h における２種類の異なった需要データを表す。変数 c_{hw} が切替を表す変数で０または１とし、同じ月は同一の出力モードで運転すると仮定した。２種類の異なった需要を同時刻に満たす必要が生じるため装置は複数台必要で、n は装置の台数。評価関数として、

$$V_1 = \sum_{k=1}^{n} v(k) = \sum_{k=1}^{n} \max_{m,h}[c_{hw}(m,k)\cdot x_{hw}(m,h,k) + (1-c_{hw}(m,k))\cdot x_{hc}(m,h,k)] + C\sin(c_{hw}(m,k)\cdot \pi)$$

を最小とする最適化問題を解くプログラムを作成した。c_{hw} は最適化の途中では連続変数として扱い最終的に０または１の離散変数になるように扱う。sin 関数は最適化終了時に c_{hw} を０または１にするために加えた。C は適当な定数で最適化開始時には０に近く取っておき、徐々に増加させる。さらに d と x の関係式(1)(2)を最適化終了時に満たすように、評価関数に次式を加えた。

$$V_2 = a_2 \sum_{m,h} [\sum_{k=1}^{n} c_{hw}(m,k) x_{hw}(m,h,k) - d_w(m,h)]^2$$

A Study on Optimization of System Containing Switching Variables

Hiroyuki Teramae, Shigeru Saito, Masahide Yanagi, Tsuneo Uekusa
ATR Adaptive Communications Laboratories, 2-2 Hikaridai, Seikacho Soraku-gun, Kyoto 619-0288, Japan
NTT Power and Building Facilities, 3-9-11 Midoricho, Musashino, Tokyo 180-0012, Japan

$$V_3 = a_3 \sum_{m,h} [\sum_{k=1}^{n} (1 - c_{hw}(m,k)) x_{hc}(m,h,k) - d_c(m,h)]^2$$

さらに、n=2 と n=3 の最小値の差が非常に小さいため、

$$V_4 = a_4 \left| \sum_{m,h} [\sum_{k=1}^{n} c_{hw}(m,k) x_{hw}(m,h,k) - d_w(m,h)] \right|$$

$$V_5 = a_4 \left| \sum_{m,h} [\sum_{k=1}^{n} (1 - c_{hw}(m,k)) x_{hc}(m,h,k) - d_c(m,h)] \right|$$

も評価関数に加えた。また $c_{hw}(m,k)$ に関してはある時刻において 2 種類の同時需要がある場合には、最低 1 台は各々の需要に対して必要となるため、$1 \le \sum_{k=1}^{n} c_{hw}(m,k) \le n-1$ を満たす必要があり、そこで

$V_6 = a_5(c_{hw}(m,k) - 1) \quad (c_{hw}(m,k) \le 1)$ および $V_6 = a_5(c_{hw}(m,k) - (n-1)) \quad (c_{hw}(m,k) \ge n-1)$

を評価関数に加えた。最終的な評価関数としては

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6$$

とした。C, a_2, a_3, a_4, a_5 については n の値により、またデータにより適当な値を選ぶ必要がある。

最適化する変数をこの評価関数をポテンシャルエネルギーとして持つ質量 1 の質点の座標として、運動量の自由度を加えることにより、質点の運動を追跡して最小値を求めるが、初期値依存性が非常に大きかったので、運動に均一性を持たせるように運動量のミキシングを行った。

$$H = \frac{1}{2} \sum_{i,j} b_{ij} p_i p_j + V$$

となるように適当な正の行列 b_{ij} を用いて運動量のミキシングを行う。ここで

$$\dot{x}_i = \partial H / \partial p_i = \sum_j b_{ij} p_j$$

$$\dot{p}_i = -\partial H / \partial x_i = f_i \quad \text{つまりは} \quad \ddot{x}_i = \sum_{ij} b_{ij} f_j$$

となるので、実際の手順としては高次元アルゴリズムにおける各最適化変数にかかる力をミキシングすることになる。ここで b_{ij} は先に述べたように、正の行列である必要がある。負であると、ミキシング後の運動エネルギーが負値を取る可能性が出てくるため、運動が無限遠に発散する可能性があり最適化に失敗する。

3．結果と考察

具体例として、ヒートポンプによる冷暖房の問題を取り扱い、d としては延べ面積 10,000m² の標準的なホテル冷房及び暖房の需要データを使用した。この冷暖房需要を複数台のヒートポンプを用いてまかなう場合に、ヒートポンプの総容量を最低にする最適化を行った。n=3 以上の時に、最小値を取り、これを 1 とする時、n=2 では、1.03 となる。さらに n=2 の時に切替を考慮しなければ 1.3 となる。以上のように高次元アルゴリズムを使用する事により離散変数を含めた系の最適化を効率良く行えることがわかった。

文献

[1] Shinjo, K. and Sasada, T., *Phys. Rev.*, **E54**, 4686 (1996)