

環状型光共振器の高精度数値シミュレーション

1M-6

木村 照孝

James B.Cole

筑波大学大学院 工学研究科 電子・情報工学専攻

同電子・情報工学系

1 はじめに

科学分野では光を使った研究が盛んである。例えば、光デバイスの研究と開発などがそれである。このような研究では一般的にマクスウェル方程式を解くことでその波動場を解析することが重要である。しかし、この方程式を解析的に解いて厳密解が得られるのはまれである。そこで、この方程式をコンピュータを用いて数値計算を行い解析しようという試みがなされてきた。今回、その中で比較的簡単なアルゴリズムでコンピュータ計算に適している時間差分領域法(Finite-Difference Time-Domain ; FDTD)を用い、マクスウェル方程式を解く。本報告では、広帯域光通信において重要な役割を果たすと考えられる環状型光共振器のシミュレーションを行うが、FDTD法は近似式のため誤差が大きい。そこで今回、これを発展させた高精度アルゴリズム NSFD(Nonstandard Finite-Difference)法を用いてより精度の高い結果を導く。

2 マクスウェル方程式

今回2次元のシミュレーションを行うため

$$E_x = E_y = 0, \quad E_z \neq 0; \quad H_x \neq 0, \quad H_y \neq 0,$$

$H_z = 0$ の TM 波 (Transverse-Magnetic wave) を考える。ここで波源を持つマクスウェル方程式は

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = -\mu(\mathbf{x}) \partial_t \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{x}, t) = \varepsilon(\mathbf{x}) \partial_t \mathbf{E}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{x}, t) \quad (2)$$

と書くことができる[1]。ここで、 $\mathbf{x} = (x, y)$ であり、 $\mu(\mathbf{x})$ 、 $\varepsilon(\mathbf{x})$ はそれぞれ透磁率、誘電率である。

3 FDTD 法のアルゴリズム

FDTD 法のアルゴリズムは初期状態によって未来のすべての時刻の波動場を計算できるものである。FDTD 法は、差分法の一つであり、その中心差分法

$$f' \cong \frac{f(x+h/2) - f(x-h/2)}{h} \quad (2.1)$$

を使用する。通常の FDTD 法は近似式のため、どうしても誤差がでてしまう。そこで、より精度の高い NSFD 法が考案された[2]。

$\tilde{d}_x f(x) = f(x+h/2) - f(x-h/2)$ とすると、NSFD 法は一般的に次の式で表される。

$$\partial_x f(x) \cong d_x f(x) = \frac{\tilde{d}_x f(x)}{s(h, x, \mu)} \quad (2.2)$$

ここで(2.1)式の h の代わりに

$$f'(x) = \frac{f(x+h/2) - f(x-h/2)}{s(h, x)} \quad (2.3)$$

となる $s(h, x)$ を選ぶことで、 $f'(x)$ の誤差を 0 とする。これにより

$$s(h, x) = \frac{d_x f(x)}{f'(x)} \quad (2.4)$$

となり $s(h, x)$ が決定される。 $\mathbf{x} = (x, y, z)$ とすると 3 次元の GNSFD (General-Nonstandard Finite-Differences) 法は

$$\partial_x f(\mathbf{x}) = \frac{1}{s(h, \mathbf{x})} \sum_{i=1}^3 \tilde{d}_i f(\mathbf{x}) \quad (2.5)$$

で表される[2]。

3. 環状型光共振器

光がある角度以上で別の媒質に入射すると、全反射が起こる。しかし波動光学において光は波として振る舞うため、光学系の寸法が光の波長と比べて小さいとき、光波が全反射を起こす際に内部に僅かに浸透し、急激に減少する消滅波(evanescent wave)が存在している[4]。このため、全反射している媒質と非常に近い距離に同じ媒質をおくと、波がもう一方の媒質に移る現象が起こる。この現象を利用して今回、環状型光共振器を提案する。環状型光共振器とはファイバー中を導波する光波から環の半径における周波数依存性を利用して特定の周波数を取り出すものである。これは広帯域の通信に非常に重要な働きを果たすと予想される。

4 実験結果

図1が今回シミュレーションに用いた環状型光共振器のモデルである。このモデルに対してマクスウェル方程式をGNSFD法を使って解く。求めた数値解より、一方のファイバーと光共振器との消滅波のカップリングが起こっている現象を可視化する。(図2)

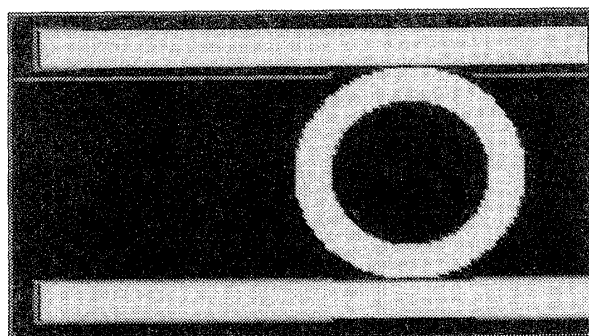


図1. 環状型光共振器のモデル

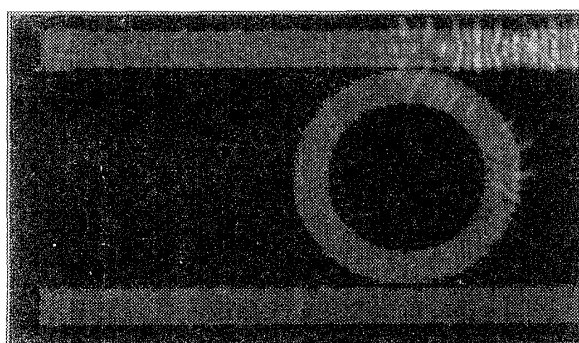


図2. 図1のモデルにおける波の伝搬

5 まとめ

今回、GNSFD法を使い高精度数値計算を行うことで、ファイバーと光共振器との消滅波のカップリングをシミュレーションすることに成功した。

本報告では二次元の波動場までしか扱わなかったが、本来波動現象は三次元で起きている。このため、様々な波動現象を扱うときに3次元の波動場を計算し、可視化することは非常に重要になってくる。しかし、3次元の波動場となると、その計算量は膨大なものとなる。また、アルゴリズムの反復による誤差が増大し、それを防ぐため、様々な方法を考えなければならない。

参考文献

- [1] James B.Cole, A High-Accuracy Realization of the Yee Algorithm Using Non-standard Finite Differences, IEEE TRANSACTION ON MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES, VOL.45, NO.6, JUNE 1997
- [2] Ronald E.Mickens, NONSTANDARD FINITE DIFFERENCE MODELS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS, World Scientific, 1993
- [3] 宇野 亨, FDTD法による電磁界およびアンテナ解析, コロナ社, 1998
- [4] 小柴 正則, 光導波路解析, 朝倉書店, 1990