

制約充足問題における制約構造に

1N-3

注目した計算複雑さの考察

林元 充輝 水野 一徳 西原 清一

筑波大学 電子・情報工学系

1 はじめに

制約充足問題 (CSP) は NP 完全である。このため、効率的な汎用解法は存在しないと予想される。しかし、最近の研究では、現実には組合せ的に複雑な実問題は問題空間の一部に偏在していることが解明されてきている。また、そのような困難な問題は、物理学の相転移 (Phase Transition) 現象と酷似した状況で発生することも明らかになってきた [1]。

本稿では CSP のベンチマークの一つであるグラフ色塗り問題 (GCP) を対象として、確率的探索手法に基づき、その計算複雑さを解析する。さらに GCP のグラフ構造に注目して、その難しさの原因について考察する。

2 研究分野の概要

2.1 対象問題

本研究では対象問題として GCP を用いる。GCP はグラフの辺 (制約) でつながれた頂点 (変数) が同じ色 (値) にならないように、すべての頂点に色を塗る組合せ探索問題である。また、GCP に対して制約密度 (制約数/変数の数) 2.5 の付近の問題が解くことが難しいと報告されている [2]。

2.2 相転移 (Phase Transition)

相転移 (Phase Transition) とは、状態を決定するパラメータの微小な変移が対象の物理的特性を劇的に変化させる現象のことである。

CSP における相転移とは、問題の制約数が変化したときに、探索効率が大きく変化する現象である。また、系統的探索アルゴリズムを用いて、相転移現象に関する研究が盛んに行われている [1][4]。

3 確率的探索手法に基づく計算複雑さ

3.1 基本方針

本稿では以下の基本方針に基づいてランダムに生成した GCP の計算複雑さの解析を行う。

- (i) 反復山登り法 (Iterated Hill Climbing: IHC) を用いて GCP の解析を行う。
- (ii) 各頂点を持つ次数、サイクル数を求め、それらの違いによる計算複雑さの考察を行う。

Analysis of Computational Complexity of Constraint Satisfaction Problems from the Viewpoint of Constraint Structure
Atsuki HAYASHIMOTO, Kazunori MIZUNO, Seiichi NISHIHARA
Institute of Information Sciences and Electronics, University of Tsukuba

3.2 IHC のアルゴリズムとグラフ構造

IHC は、ランダムな初期値から MCHC[3] を繰り返すものである。IHC のアルゴリズムを図 1 に示す。

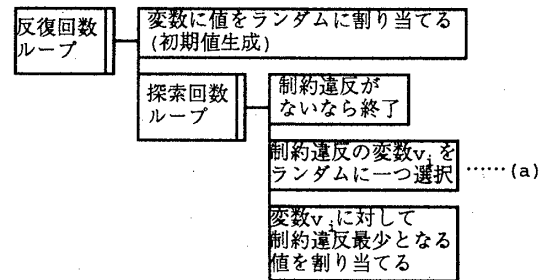


図 1: IHC のアルゴリズム

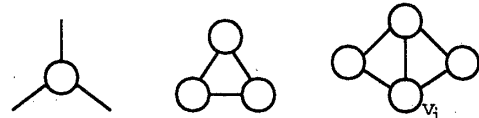


図 2: 次数とサイクル

本稿では制約構造を GCP におけるグラフ構造とする。ここで、グラフの構造として次数 deg、サイクル数 cyc に注目する。頂点の次数とは各頂点から出ている辺の数で図 2-(A) における頂点の次数は 3 となる。サイクルとは図 2-(B) に示すような 3 頂点のクリークとする。ここで、サイクル数とは、各頂点がいくつのサイクルに含まれるかを表す。図 2-(C) の例では、頂点 v_i のサイクル数 $cyc(i)$ は 2 となる。また、IHC による探索において、各変数 $v_i (i=1, \dots, n; n: 変数の数)$ の出現率 $vapp(i)$ を以下のように定義する。

$$vapp(i) = \frac{count(i)}{\sum_{j=1}^n count(j)} \quad (1)$$

ここで式 (1) における $count(i)$ は図 1 の (a) において、変数 v_i の選ばれた回数を表す。

4 評価実験

4.1 実験方法

変数の数 $n=50$ 、制約数 $=70 \sim 300$ の GCP を各制約数ごとに 20 問、ランダムに発生させ、1 問につき 10 回ずつ IHC により解探索を行った。ここで IHC では、図 1 における反復回数ループ、探索回数ループをそれぞれ 50 回、500 回とした。

4.2 実験結果と考察

図3と表1に実験結果を示す。図3の実線は各制約数の20問を各10回解いたもの、すなわち200回解いたものの平均探索時間を表している。また、制約数ごとの各20問の実験値(平均探索時間)は図中に点(シンボル)で併記してある。表1は制約数130の問題のうちの5問を10回解いたものの平均探索時間と標準偏差を示している。図3より制約数130で最も探索時間がかかっていることが分かる。また、図3、表1より制約数70、300は20問がほぼ同等の時間で解けているのに対して、制約数130は、問題によって探索時間に大きなばらつきがあり、難易度の高い問題と低い問題が分布していることが分かる。

図4は制約数130の20問のうち最も探索に時間を要した問題(d10)と高速に解けた問題(d5)における各変数の出現率、サイクル数、および次数を出現率に対して昇順ソートしたものを表している。図4の(A)と(B)を比較すると、出現率の傾きに違いがあり、探索時間を要する問題は高速に解ける問題と比べて出現率が一樣になっていることが分かる。また、次数とサイクル数に注目すると、問題(d10)の方が次数に対してサイクル数の割合が低くなっていることがわかる。この違いが難しさの原因となっている可能性があるのだからさらなる解析が必要であると考ええる。

5 おわりに

本稿ではCSPのベンチマークの一つであるGCPに対して、計算複雑さの解析を行った。また、反復山登り法を用いた場合においても、GCPの制約数の変化に伴い、探索効率が大きく変化していることを実験で確認した。さらに、難しい範囲の問題は問題によって難易度が広範囲に分布しており、最も難易度の高い問題と低い問題にグラフ構造の違いがあることが確認できた。

今後はさらなる解析によって、問題の難しさの原因を考察することが重要な課題である。また、GCPより一般的なCSPを用いて、制約数に加え制約の強さなどを考慮した解析を行い、難しい問題を効率的に解く確率的探索手法を開発することが重要であると考ええる。

参考文献

- [1] Hogg, T., Huberman, B.A., Williams, C.P.: Phase transitions and search problem, *Artif. Intell.* 81, pp.1-15 (1996).
- [2] 水野一徳, 狩野均, 西原清一: 適応型確率探索による制約充足問題の解法, *情報処理学会論文誌* vol.39, No.8, pp.2413-2420 (1998).
- [3] Minton, S., Johnston, M.D., Philips, A.B., Laird, P.: Minimizing conflicts :a heuristic repair method for constraint satisfaction and scheduling problem, *Artif. Intell.* 58, pp.161-205 (1992).
- [4] Selman, B.: Stochastic Search and Phase Transitions: AI Meets Physics, *IJCAI'95*, pp.998-1002 (1995).

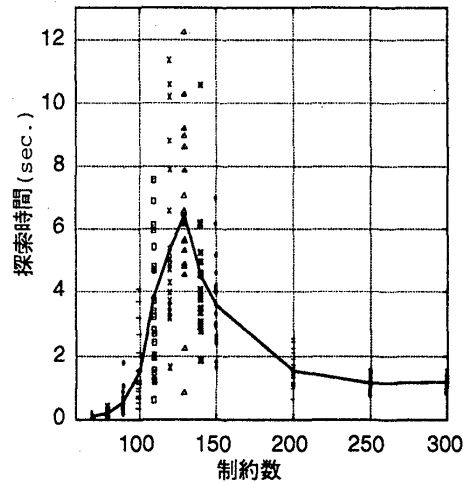


図3: 各制約数における平均探索時間

表1: 平均探索時間と標準偏差

	d5	d6	d4	d14	d10
平均探索時間 (sec.)	0.83	4.84	6.13	7.85	12.23
標準偏差	0.53	5.16	6.19	6.88	6.49

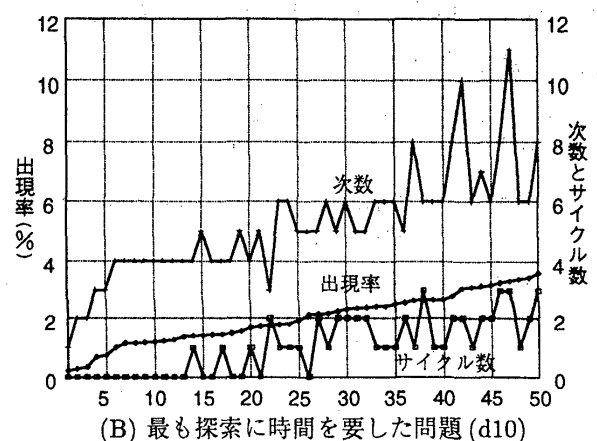
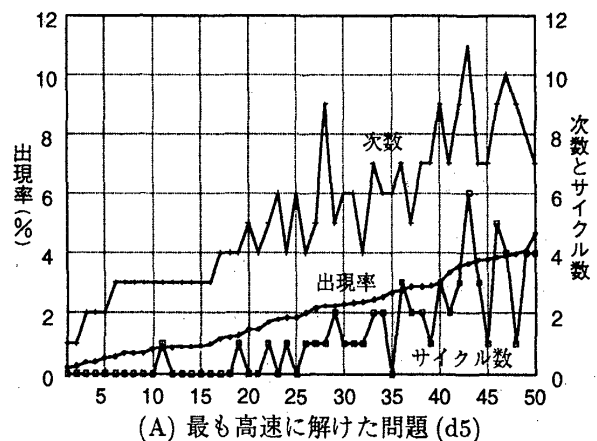


図4: 制約数130の問題の次数、サイクル数、出現率