三角メッシュから四角メッシュへの変換手法の改良

4N−6

伊藤貴之* 古畑智武** 井上恵介*
* 日本アイ・ビー・エム株式会社 東京基礎研究所
** 日本アイ・ビー・エム株式会社 AP ソリューション開発
{itot, inoue} @trl.ibm.co.jp furuhata@yamato.ibm.co.jp

1 はじめに

CAD などで生成された形状を細かい要素の集合に分割するメッシュ生成技術は、有限要素解析などの計算力学の分野で広く用いられている。平面・曲面を扱う2次元の有限要素解析では、三角メッシュよりも四角メッシュのほうが解の正確さと収束性の点で有利であると言われている。一方では、四角メッシュの自動生成は三角メッシュよりも難しいと言われており、その研究開発は現在も活発に進められている。

筆者らは、まず三角メッシュを生成し、その三角形要素を2個ずつ合体することによって、三角メッシュを四角メッシュに変換する手法を発表している [1]。しかしこの手法では、三角形要素の処理順によってメッシュ生成結果が大きく変わることが観察されている。本報告では、この手法の三角形要素の処理順に、直感的ないくつかの条件を加えることで、生成される四角メッシュの質を向上する手法を提案する。

2 従来の変換手法のアルゴリズム

文献 [1] に示されている変換手法のアルゴリズムは、以下の通りである。

1. 三角形要素をノード、三角形要素辺をアークとするグラフ構造をつくる。
2. メッシュ頂点ごとに、メッシュの境界線からの位相的な距離 l を算出する。まず、メッシュの境界線上にあるメッシュ頂点について、$l=0$ を代入する。続いて、$l=0$ であるメッシュ頂点に辺で連結されたメッシュ頂点について、$l=1$ を代入する。以後、$l=n$ であるメッシュ頂点に辺で連結されたメッシュ頂点のうち、l の値が算出されていないものに、$l=n+1$ を代入する。
3. 三角形要素 i のメッシュの境界線からの位相的な距離 L_i を、三角形要素 i の3個のメッシュ頂点につけられた l 値の最小値であると定義し、これを算出する。
4. **(アーク消去処理 1)** 隣接する三角形要素 i と j について、$L_i \neq L_j$ であれば、i と j を連結するアークをグラフ構造から消去する。この処理によって、三角形要素は境界線からの距離でグループ化されたことになる。
5. **(アーク消去処理 2)** アークで連結された三角形要素 i と j について、これらを四角形要素に変換したときの形状を評価する。形状が好ましくなければ、i と j を連結するアークをグラフ構造から消去する。
6. 三角形要素 i に連結されているアークの本数を A_i とする。$A_i=1$ である三角形要素 i を FIFO に登録し、FIFO が空になるまで以下の処理を反復する。
   - 三角形要素 i を FIFO から抽出する。i とアークで連結された隣接三角形要素 j の共有辺を消去することで、i と j を1個の四角形要素に変換する。
   - j に連結されているアークをすべて消去する。
   - j に連結されていた三角形要素で、アークの消去によって $A_k=1$ となった要素 k があれば、FIFO に登録する。

なお、この手法では、必ずしもすべての三角形要素が四角形要素に変換されるわけではない。経験的には、5〜10 % 程度の三角形要素が残存する四角メッシュが生成されることが多い。

3 従来の変換手法の問題点

一般に、四角メッシュのメッシュ頂点は、4個のメッシュ頂点に接続されている状態がもっとも好ましい状態である (図 1 参照)。

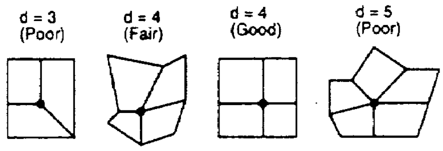

図 1: メッシュ頂点の接続関係

前節で示したアルゴリズムでは、三角形要素を FIFO に登録する順序が一意でない。しかもその順序によって、四角メッシュの生成結果が変わってしまうことがある。図 2 を例にすると、図 2(a) が好ましい変換の一例であるが、三角形要素の登録順によっては、図 2(b) のような好ましくない変換をするケースが時々みられる。このような好ましくない変換を避けるには、三角形要素の FIFO の登録順に新しい条件を加えることが必要であると考えられる。

4 変換手法の改良

本手法では、2章で述べたアルゴリズムの 6. において、三角形要素を FIFO に登録する際に、以下の条件

An Improvement of Mesh Conversion Method
Takayuki ITOH, Tomotake FURUHATA, and Keisuke INOUE

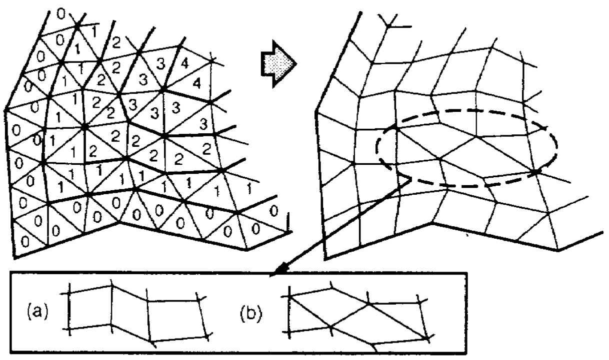

図 2: 好ましくないメッシュ変換例

の少なくとも一方を満たす三角形要素 i を優先的に登録することで、3 章で述べた問題点を改善する。

条件 1: （アーク消去処理 1）を終えた時点ですでに $A_i = 1$ である。

条件 2: i とアークで接続されている三角形要素を j とし、$L_i = n$ としたときに、i および j に隣接する 4 個の三角形要素の L 値が、それぞれ $(n-1)$, n, n, $(n+1)$ である。

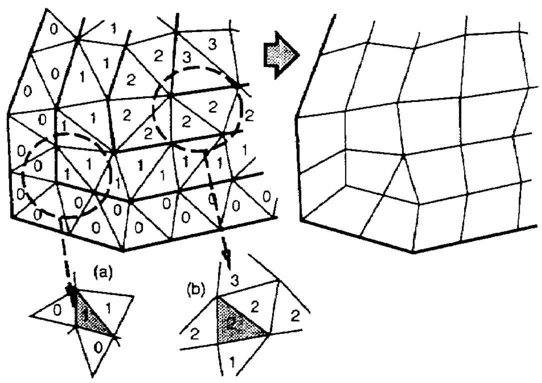

図 3: 本手法における優先的な FIFO 登録

この処理を、図 3 を用いて説明する。図 3(a) に示す灰色に塗られた三角形要素は、$L = 1$ であるが、3 個の隣接三角形要素のうち 2 個の三角形要素が $L = 0$ であるので、（アーク消去処理 1）によって $A = 1$ となり、条件 1 を満たす。図 3(b) に示す灰色に塗られた三角形要素は、$L = 2$ であり、その右上の三角形要素とアークで接続されている。この 2 要素に隣接する 4 要素の L 値は 1,2,2,3 であるので、条件 2 を満たす。本手法では、これらの要素を優先的に FIFO に登録することで、優先的に四角形要素に変換する。

5 適用例

従来手法および本手法で生成した四角メッシュを、図 4 および図 5 に示す。左側のメッシュは従来のアルゴリズムで生成したものであり、右側のメッシュは本手法で生成したものである。

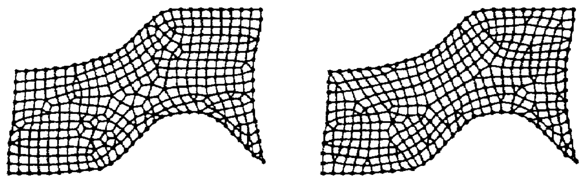

図 4: 四角メッシュ生成結果 (1)

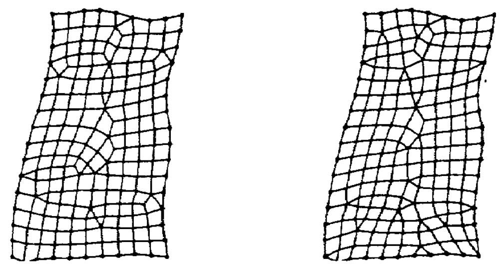

図 5: 四角メッシュ生成結果 (2)

四角メッシュの質を評価する指標として、筆者らは以下の式で表される位相的不規則度 ε を用いている。

$$\varepsilon = \frac{1}{n}\Sigma_{i=0}^{n}|d_i - 4| \tag{1}$$

ここで、d_i はメッシュ頂点 i に接続されている辺の数、n はメッシュ頂点数であり、ε 値が小さいほど良質なメッシュであると評価される。ただし、メッシュの境界線上にあるメッシュ頂点は算出の対象から外される。

図 4 および図 5 に示したメッシュの位相的不規則度 ε の値は、以下の通りである。この結果から、本手法によって四角メッシュの質が向上していることがわかる。

表 1: 位相的不規則度

	従来手法	本手法
生成結果 (1)	0.176630	0.114130
生成結果 (2)	0.123656	0.107527

参考文献

[1] Shimada K., and Itoh T., *Automated Conversion of 2D Triangular Mesh into Quadrilateral Mesh*, International Conference on Computational Engineering Science '95 Proceedings, pp.350-355, 1995.