4T−6

ニューラルネットワークによる釣合い不完備ブロック計画の構成 *

豊田 壮一
神戸大学総合人間科学研究科

新村 昌寛
神戸大学総合人間科学研究科

竹内 康滋
神戸大学発達科学部

1. はじめに

$X=\{x_1,x_2,...,x_v\}$ をv個の元の集合とする。Xの**釣合い不完備ブロック計画**とは、次のような条件を満たすXのk−部分集合（k個の元よりなる部分集合）b個の集まりである。（それらのk−部分集合を、$B_1,B_2,...,B_b$と書きブロックとも呼ぶ。）

条件1 どの元もb個のブロックのうち、ちょうどr個のブロック中に現れる。

条件2 どの2個の元も、b個のブロックのうち、ちょうどλ個のブロックに現れる。

条件3 $k<v$

釣り合い不完備ブロック計画は、0と1を要素とする、vb次数の生起行列Qで記述することができる。この行列の行は、元$x_1,x_2,...,x_v$に対応し、列は、ブロック$B_1,B_2,...,B_b$に対応する。元x_iがブロックB_jに含まれるとき、Qのi行j列要素は1、それ以外は0とおく。例えば、$b=12,v=9,r=4,k=3,\lambda=1$のときの釣合い不完備ブロック計画の生起行列の例は、

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
x_1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
x_2	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0	1
x_3	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
x_4	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1
x_5	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0
x_6	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0
x_7	0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	1
x_8	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0
x_9	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0

である。

ある1つの釣合い不完備ブロック計画(b,v,r,k,λ)に対応して、**距離**$2(r-\lambda)$の**ブロック符号**が存在する。釣合い不完備ブロック計画の生起行列のv個の行を、v個の2元符号語と見なすならば、各符号語は、ちょうどr個の1を含むことが分かる。どの2個の符号語も、ちょうどλ個の1を同じ位置にもつから、どの2個の符号語の間の距離もちょうど$2(r-\lambda)$である。

---

*On a constructuion of balanced incomplete block design by using Neural network
by Souichi Toyoda, Masahiro Shinmura and Yasuji Takeuchi
Kobe University

2. 釣合い不完備ブロック計画の目的関数

釣合い不完備ブロック計画(b, v, r, k, λ)を記述する多項式は、次のようになる。
生起行列Qのi行j列の要素が1のときは1、その他のときは0をとる変数をx_{ij}とする。
Xのk-部分集合という条件は、

$$\sum_{i=1}^{r} x_{ij} = k$$

で表される。さらに**条件1**は、

$$\sum_{j=1}^{b} x_{ij} = r$$

で表される。また、**条件2**は、

$$\sum_{j=1}^{b} x_{kj}x_{lj} = \lambda, (1 \le k < l \le v)$$

で表される。

以上から、超立方体$0 \le x_{ij} \le 1$で定義された関数

$$F(x) = \sum_{j=1}^{b}(\sum_{i=1}^{v} x_{ij} - k)^2 + \sum_{i=1}^{v}(\sum_{j=1}^{k} x_{ij} - r)^2 + \sum_{1\le k<l\le v}(\sum_{j=1}^{b} x_{kj}x_{lj} - \lambda)^2$$

を取れば、この関数の最小値はゼロであり、$\{x_{ij}\}$から決まる配置が、釣合い不完備ブロック計画を構成する。変数x_{ij}を時間関数と考える。超立方体の適当な内点を初期点とし、ある力学系にしたがって、bv次元の点$(\ldots, x_{ij}, \ldots)$を動かせると、最適解に近づく。

以上の結果を踏まえて、任意にパラメーター(b, v, r, k, λ)が与えられたとき、その釣合い不完備ブロック計画を構成することが我々の目的である。

3. 実験結果

上記方法論をプログラミング化し、実際に計算した結果、$b = 12, v = 9, r = 4, k = 3, \lambda = 1$の場合に釣合い不完備ブロック計画を構成出来た（上記例)。

4. 今後の研究課題

1. 初期点の与え方によって、最適解が得られる場合とそうでない場合がある。今回は初期点を乱数によって与えたが、計算時間の短縮のため、最適解が得られる初期点を解明する必要がある。

2. いまだなされていない釣合い不完備ブロック計画の構成を試みること。

《参考文献》

1) 日本工業技術振興協会編; ニューロコンピューティングの基礎理論, 海文堂, 1991

2) Hall,M.,Jr.;Combinatorial Theory,Blaisdell,1967