α制約法による倒立振子ファジィ制御規則の学習*

4P−2

○高濱　徹行　　　　　　阪井　節子
広島市立大学情報科学部†　　広島修道大学商学部‡

1　はじめに

ファジィ制御規則の学習は，目的関数が微分不可能である制約付き非線形最適化問題とみなすことができる．この場合には，目的関数の微分可能性を仮定しない最適化手法である直接探索法とペナルティ法を組合せて解くことが多いが，ペナルティ関数の係数をどのような値にすれば確実に実行可能解が得られるのか，現在得られている解候補がどの程度制約を満足しているのかを把握することが困難である．

本研究では，制約の満足度をファジィ制約満足度で表現し，通常の大小関係の代わりに制約満足度を考慮した大小関係であるαレベル比較を定義し，この比較に基づき最適化を行うことにより，制約付き問題を制約のない問題に変換するα制約法を提案する．α制約法を直接探索法であるPowell法に適応することにより，本方法が制約満足度を把握でき，αレベルを1にすれば実行可能解が得られる方法であることを例により示す．さらに，倒立振子ファジィ制御規則の学習に応用することにより本手法の有効性を示す．

2　制約付き最適化問題

本研究では以下のような不等式制約と等式制約のある最適化問題(P)を対象とする．

$$
\begin{array}{lll}
\text{(P) minimize} & f(\boldsymbol{x}) & \\
\quad\text{subject to} & g_i(\boldsymbol{x}) \le 0 & i=1,\ldots,m \\
 & h_j(\boldsymbol{x}) = 0 & j=1,\ldots,l \\
 & \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}^n &
\end{array}
$$

制約をどの程度満足しているかを表現するために，制約満足度$\mu(\boldsymbol{x})$を導入する．制約満足度は，ファジィ数理計画法におけるファジィ制約と同等のものである．すなわち，全てのi,jについて$g_i(\boldsymbol{x}) \le 0, h_j(\boldsymbol{x}) = 0$が成り立つならば$\mu(\boldsymbol{x}) = 1$，それ以外の場合には，$0 \le \mu(\boldsymbol{x}) < 1$を満足する関数である．

*Learning Fuzzy Control Rules for Inverted Pendulum by α Constraint Method
†Faculty of Information Sciences, Hiroshima City Univ.
‡Faculty of Commercial Sciences, Hiroshima Shudo Univ.

このような制約満足度を定義するためには，各制約の満足度を定義し，それらを合成する方法が考えられる．例えば，問題(P)における各制約条件は，機械的に図1のようなg_i, h_jに関する区分的線形の制約満足度関数に変換できる．

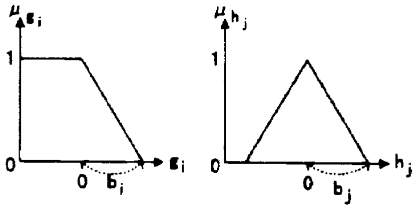

図1: 区分的線形の制約満足度関数

ただし，$b_i, b_j(>0)$は適当な定数であり，大きくとることにより広い範囲の初期探索点に対応可能となる．

この各制約満足度から制約全体の満足度$\mu(\boldsymbol{x})$を求める結合演算としては，min演算あるいは代数積演算が適当であると考えられる．

3　αレベル比較とα制約法

αレベル比較　αレベル比較は，関数値fと制約満足度μの組$(f(\boldsymbol{x}), \mu(\boldsymbol{x}))$の集合上の大小関係である．点$\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2$における関数値を$f_1, f_2$，制約満足度を$\mu_1, \mu_2$とすると，通常の大小関係である$\le$に対応する関数値と制約満足度の組$(f_i, \mu_i)$間の大小関係$\le_\alpha$は以下のように定義される．

$$
(f_1, \mu_1) \le_\alpha (f_2, \mu_2) \Leftrightarrow \begin{cases} f_1 \le f_2 & \text{if } \mu_1, \mu_2 \ge \alpha \\ f_1 \le f_2 & \text{if } \mu_1 = \mu_2 \\ \mu_1 > \mu_2 & \text{otherwise} \end{cases}
$$

αレベル比較は，制約満足度の大小関係を優先し，制約満足度が同じ場合は目的関数値の大小関係を考慮するという大小関係である．ただし，制約満足度の優先の度合いを緩和するために，両方の制約満足度が$\alpha(0 \le \alpha \le 1)$以上の場合は目的関数値の大小関係を優先し，それ以外の場合は制約満足度の大小関係を優先する．なお，$\alpha = 0$の場合は，目的関数のみの比較と等価になる．

α制約法　α制約法は，制約付き最適化問題を直接探索法で解く際に，通常の比較の代わりにαレベル比較を用いるものである．すなわち，α制約法による最適化問

題は以下のような制約のない最適化問題として定義できる．ただし，$\mathrm{minimize}_{\leq_\alpha}$ は $\leq_\alpha$ の意味での最小化である．

$(\mathrm{P}_{\leq_\alpha})$ $\mathrm{minimize}_{\leq_\alpha}$ $f(\boldsymbol{x})$

これは，以下の問題と等価である．

$$(\mathrm{P}^\alpha) \quad \begin{array}{ll} \text{minimize} & f(\boldsymbol{x}) \\ \text{subject to} & \mu(\boldsymbol{x}) \geq \alpha \end{array}$$

したがって，$\alpha = 1$ として問題 $(\mathrm{P}_{\leq_\alpha})$ を解くことにより，問題(P)の最適解が得られる．なお，最小値の探索を数値的に行う際に，特に等式制約では，制約を満足する領域が狭いことなどが原因で局所解から移動できなくなる場合がある．このような場合に，α を1まで増加させながら最適化を行うことが有効であると考えられる．

4 数値実験

Powell法[1]にα制約法の考え方を取り入れたものと，目的関数にペナルティ関数を加えた拡張目的関数をPowell法で最小化する場合とを以下の例で比較する．

$$\text{例} \quad \begin{array}{ll} \text{minimize} & (x_1-2)^2 + (x_2+1)^2 \\ \text{subject to} & (x_1-1)^3 + x_2 \leq 0 \\ & -x_1 \leq 0, -x_2 \leq 0 \end{array}$$

問題(P)に対するペナルティ法における拡張目的関数 $F(\boldsymbol{x})$ は以下のように定義する．

$$F(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}) + rP(\boldsymbol{x})$$
$$P(\boldsymbol{x}) = \textstyle\sum_{i=1}^{m} (max\{0, g_i(\boldsymbol{x})\})^2 + \sum_{i=1}^{l} |h_j(\boldsymbol{x})|^2$$

α制約法における制約満足度関数は図1の関数を採用し，制約満足度の結合にはmin演算を用い，$b_i = 10$とした．探索の初期点は，制約領域外である(2,2)にとり，直線探索には，囲い込みと黄金分割法を用いた．

例はKuhn-Tucker条件を満足しない問題であり，最適解 $\boldsymbol{x}^* = (1,0)$ である．α制約法では $\alpha = 1$，ペナルティ法では $r = 1, 10^2, 10^4, 10^6, 10^8, 10^{10}$ とした．目的関数および制約満足度関数の形状を図2に，探索点の変化の様子を図3に示す．α制約法では，制約条件を満足するまでは，制約満足度関数の最大化を行っている．

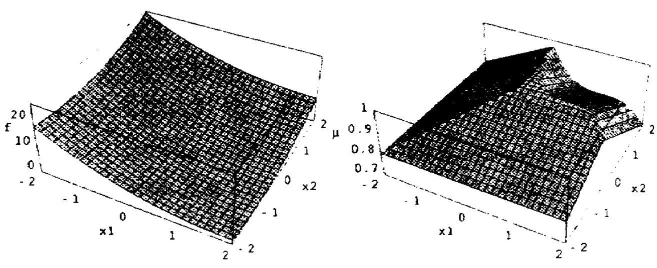

図 2: 例の目的関数と制約満足度

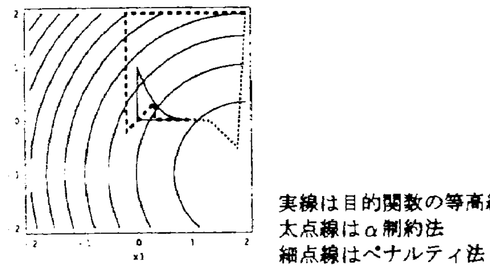

図 3: 例における探索点の変化の様子

5 倒立振子ファジィ制御規則の学習

倒立振子は，代表的な不安定系であり，制御学習の課題としてしばしば採り上げられている．倒立振子における制御目標は，中央位置で直立させることである．したがって，倒立振子の制御規則を学習するという問題は，角度と位置に関する制御誤差 f_θ, f_x を最小化するという2目的非線形最適化問題となるが，ここでは正規化してその和を最小化すると考えると，以下のような制約付き非線形最適化問題として定義できる．

$$\begin{array}{ll} \text{minimize} & f(\boldsymbol{p}) = f_\theta + f_x \\ \text{subject to} & |p_i| \leq F_{max}, i = 1, 2, \cdots, 24 \end{array}$$

ただし，$\boldsymbol{p} = (p_i)$ は後件部が実数値である簡略化ファジィ制御規則のパラメータであり，文献[2]により24個とした．F_{max} は制御に用いる力の最大値である．

文献[2]と同じ実験条件により，実験回数8,489回で最適化された制御規則が得られた．制御の状態を比較するために，学習前と学習後の制御規則により，学習に用いた初期値から制御を行った結果を図4に示す．左図がθ，右図がx，Initialが学習前，Learnedが学習後，1が初期値 $(\theta, \omega, x, v) = (15°, 0, 0, 0)$，2が初期値 $(-15°, 0, 3, 0)$ に対応している．したがって，α制約法は，制御規則の学習という，より実際的な問題に対しても有効である．

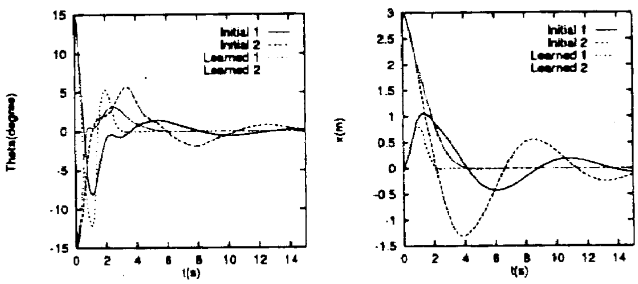

図 4: 制御結果

参考文献

[1] 今野浩, 山下浩: 非線形計画法, 日科技連出版社 (1978).

[2] 高濱徹行, 阪井節子: 多目的最適化手法とファジィ制御規則の学習について, 第56回情報処理学会全国大会講演論文集, No.2, pp.72-73 (5M-8) (1998.3)