

線形・非線形計画法の併用による高速仮説推論の改善

5 G-9

松尾 豊 二田 丈之 石塚 満

東京大学 工学部 電子情報工学科

e-mail: matsuo@miv.t.u-tokyo.ac.jp

1 はじめに

仮説推論は真か偽か不明な事柄を、とりあえず真と考えて（仮説を立てて）推論を進め、矛盾なく問題が解決できれば（ゴールに到達すれば）立てた仮説は正しかったと考えるという形式の推論である。このような推論により、知識ベースに不完全な知識を含めることができるため知識ベースの能力や汎用性を高めることができ、診断、設計といった実用的な問題にも応用する事が可能である。しかし仮説推論では、知識ベースの仮説間の矛盾チェックについて問題規模に対し最悪で指数オーダの時間がかかるため、推論速度の低下が問題となる。推論時間の短縮法としてはこれまでに冗長計算の回避による効率化、近似解法による計算時間の短縮等の方法が提案されてきた¹⁾。このうちの近似解法の1つである、線形・非線形計画法の併用による高速仮説推論⁴⁾では、充足可能性問題を問題を制約なし非線形関数に置き換え、単体法による初期値から探索を行い高速に準最適解を得ているが、探索点が極小値に陥った時脱出する手段がない。そこで、本研究では充足可能性問題を問題を制約なし非線形関数に置き換える手法における極小値からの有効な脱出法を検討する。なおここで準最適解というのは、ゴールを無矛盾で導く要素仮説の重みの和が必ずしも（最小）最適ではないということである。また知識ベースは、真であることがわかっている背景知識と真偽が不明で互いに矛盾の可能性のある知識からなり、背景知識はホーン節集合で与えられる。これは以降の議論で共通のものとする。

2 線形、非線形計画法の併用による高速仮説推論

文献²⁾では、SATの問題を非線形最適化問題に置き換える手法を提案している。以下にその手法の要点をまとめる。

Improvement of fast hypothetical reasoning system using linear and non-linear programming methods
Yutaka Matsuo, Tomoyuki Futada, Mitsuru Ishizuka
Dept. of Information and Communication Engineering,
Faculty of Engineering, The University of Tokyo
7-3-1 Hongo, Bunkyo-ku, Tokyo, 113, JAPAN

- 真, 偽をそれぞれ $1, -1$ に対応させる。
- 仮説 x_i, \bar{x}_j をそれぞれ $(x_i - 1)^2, (x_j + 1)^2$ と書き換える。
- and, or をそれぞれ $+, \times$ に置き換える。

上の置換えで得られた非線形関数を最小 (= 0) とする仮説集合が求めるべき解となっている。

このように置き換えた非線形関数を 0 とする値を高速に探索するためには、初期値が重要になる。そこで文献⁴⁾では、問題を線形な不等式に置き換え、単体法で得られた解を初期値としている。そして、最急降下法で降下方向を決め、次元探索を行う。

3 線形・非線形計画法を併用する手法における極小値からの脱出

3.1 真, 偽に対応する値の改善

極小に陥った時の対処法として、文献³⁾ではランダムに補数化 (-1 と 1 の交換) を行う事を提案している。しかし、この方法はかなり時間がかかり、非線形関数に置き換える事で得られた高速性が大きく失われてしまう。

そこで、極小値に陥った場合、もとの仮説推論の問題ではどういう状況にあるのかを調べた。(", " は \wedge を表す)

...

$$a(false) \leftarrow b(true), c(false), d(true), e(true) \quad (1)$$

$$c(false) \leftarrow f(false) \vee g(true) \quad (2)$$

...

このうち、(2) 式が間違っているため、関数の値が 0 にならない。式 (1) と式 (2) の c についての偏微分を考えると、

$$\begin{aligned} & (-1-1)^2(1+1)^2(2(c+1))(1+1)^2(1+1)^2 \\ & + (-1+1)^2(2(c+1)) + \dots = 512(c+1) \quad (3) \end{aligned}$$

$$2(c+1)(-1-1)^2(1-1)^2 + 2(c+1)(-1+1)^2 + 2(c+1)(1+1)^2 = 8(c-1) \quad (4)$$

ゆえに、 c についての偏微分は、 $520c+504$ となる。一変数について、この関数は2次式なので、 $c = -504/520$ の時に c について最小となる。すなわち、 c は偽から動く事が出来ない。

この例でわかるように、子ノードの多いノードで、ある子ノードの真偽によってそのノードの真偽が決る時、係数が2の累乗になってしまうため、そのノードの真偽はほとんど固定されてしまう。

ここで問題になるのは、子ノード数の多いノードほどに、係数が大きくなってしまふ、という点である。そこで、いままでは、真=1、偽=-1と割り当てていたものを、真=0.5、偽=-0.5とすれば良いのではないかと思われる。そうすると、今の例での c についての微分は、 $4c$ となり、 $c=0$ で c について最小値をとる。つまり、(1)式の a が真になるか、それとも(2)の f が偽になるかが他のノードの真偽によって決るようになる。

3.2 変数の固定化

このような改善を行っても、極小に陥る場合がある。それは、ORノードや矛盾制約により起こるもので、上位ノードからの要求と下位ノードからの要求が異なる、という形で現れる。

$$a(\text{false}) \leftarrow b(\text{true}), c(\text{true}), d \quad (5)$$

$$d \leftarrow e(\text{true}), f(\text{true}), g(\text{true}) \quad (6)$$

この例では、上位ノードが偽で他のノードが真のため、偽になろうとするが、下位ノードが真のため、真になろうとする。その結果、 d は真でも偽でもない中途半端な値を取る。

そこで、上位ノードからの要求と下位ノードからの要求が異なる場合、そのノードを真とする事で、極小から脱出できると思われる。

ここで、あるノードを真としたい時に真としたい変数に1を代入して探索を再開すると、この関数は1変数に関しては2次式なので、結局同じ所に戻って来る。そこで、1を代入するのではなく、1で固定する(つまり、1を代入し、その後の探索では定数とみなす)事が必要である。

3.3 アルゴリズム

以上を踏まえ、次のようなアルゴリズムを考案した。

真を0.5、偽を-0.5とし、非線形関数への置き換えもそれに対応したものとする。探索を進め極小に

陥った場合、以下の条件に該当する変数が1個あれば、固定化し探索を再開する。

1. まず、ゴールノードと、その子ノード(ANDノードの場合)で偽のものがあれば全て真にする。
2. 親ノードが真であるのに、偽であるANDノードがあれば真にする。
3. 子ノード(ANDノード)が全て真であるのに、偽であるノードがあれば真にする。
4. あるノードが真で、その子ノード(ORノード)が全て偽であれば、子ノードの内1つを選んで真にする。このときに、他の子ノードを真とする場合をリスタートの候補としてストックしておく。
5. 上の条件を満たすものがなければ、リスタートする。
6. リスタートの候補もなければ、探索失敗。

4 結果と評価

ランダムに生成した37問題を解いた結果、全てに解を得る事が出来た。

5 まとめ

本稿では、非線形関数における極小値を元の仮説推論に戻す事で有効な脱出法を提案した。しかし、極小値に陥る問題は、極小値に達するまで何度もループを回らなければならない事から、極小値に陥らない問題に比べ探索時間は大きく落ちる。しかし、そのような問題は多くなく、また、このアルゴリズムにはバックトラック的な要素も入っており、ほとんどの問題に対して解を保障するという点で、効果的であると思われる。

参考文献

- 1) 石塚: 仮説推論の計算量と高速化メカニズム, 人工知能学会誌, Vol.9, No.3, pp.342-349 (1994.5)
- 2) J.Gu: Local Search for Satisfiability (SAT) Problem, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, Vol.23, No.4, pp1108-1129 (1993)
- 3) J.Gu: Global Optimization for Satisfiability Problem, IEEE TRANSACTIONS ON KNOWLEDGE AND DATA ENGINEERING, Vol.6, No.3, pp.361-381 (1994)
- 4) 二田, 大澤, 石塚: 線形・非線形計画法の併用による高速仮説推論, 情報処理学会第50回全国大会 5P-8, (1995)