マルチフラクタル次元の画像解析能力

4N－10

宮下　進太郎　　高橋　毅　　金子　博

東邦大学情報科学科

1. まえがき

画像の複雑さを定量化した特徴量にフラクタル次元があるが、この定義を拡張し、より多くの画像情報を取り込むような形でフラクタル次元を再構成することが望まれている。このような特徴量の１つにフラクタル次元を一般化したマルチフラクタル次元がある。これに付与するパラメータである確率系の選び方により複雑な画像情報を表現することが期待できる。

本報告では、いくつかの確率系を与えてそれに対応するマルチフラクタル次元をテクスチャ画像上で計算した。そしてそれらのテクスチャ画像解析能力について検討した。

2. マルチフラクタル次元

パタン形状の複雑さ、粗さの尺度として、フラクタル次元 D は、$D \equiv -\lim_{l\to 0}\frac{\log N(l)}{\log l}$ と定義される。ここで、l は解像度、$N(l)$ は l で計測したパタン分割数を表わす。しかし、このようなフラクタル次元では、２次元形状に対し１つのスカラー値を付与するだけであるため、形状の持つ豊富なパタン情報は縮退してしまう。

これに対し、マルチフラクタル次元 D_q はフラクタル次元を一般化したものとして [1]、Renyi の α エントロピー [2] にならい、以下の様に定義される。

$$D_q \equiv \lim_{l\to 0}(q-1)^{-1}\frac{\log Z_l(q)}{\log l} \qquad (1)$$

$$Z_l(q) = \sum_i [P_i(l)]^q \qquad (2)$$

ただし、$q \neq 1$ であり、$P_i(l)$ は解像度 l で分割した i 番目の単位図形に与えられる確率である。

D_q は $q=0$ 及び $P_i(l)$ が一様な時、従来のフラクタル次元 D に等しくなる。そのため D_q は D の一般化として、従来に無い複雑なパタン形状の情報を捉えることができる。

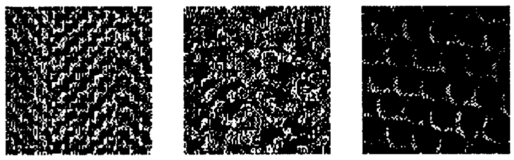
Image Analysing Capability of Multi-fractal Dimension
Shintaro Miyashita , Tsuyoshi Takahashi
and Hiroshi Kaneko
Department of Information Science TOHO University
2-2-1,Miyama,Funabashi,Chiba,Japan

ここで強調しておきたいのは、確率系 $P_i(l)$ は任意の確率系でよいことである。すなわち、通常のフラクタル次元が測度論的量であるのに対し、他の幾何学的諸量に基づく確率系を導入することにより、各種の形状情報のフラクタル特徴化が可能となることである。

3. マルチフラクタル次元の具体例

上で述べたように確率 $P_i(l)$ を種々選択することにより、通常のフラクタル次元よりはるかに複雑な画像情報の抽出が可能と思われる。しかし物理学を除いて、マルチフラクタル次元が実際に計算された例は少ない。以下では、画像面のマルチフラクタル次元を異なる３種の確率系を与え計測した。

Brodatz[3] よりスキャナを用い 512×512 メッシュ、256 階調で採取したテクスチャ画像（図１）のマルチフラクタル次元を算出した。



(a)　(b)　(c)

図１　テクスチャ画像の例

算出方法は、まず画像の濃度レベル $g(x,y)$ をサーフェイス面として捉える。画表面の属する空間を解像度 l で区切り、各ボクセル i と交わる画表面に付与する関数値を $A_i(l)$ 、全画表面の関数値を $A(l)=\sum_i A_i(l)$ とし、各ボクセル i に確率 $P_i(l)=A_i(l)/A(l)$ を割りあてる。この付与する確率 $P_i(l)$ としては以下の３種類を試みた。

(1) 全画表面積におけるボクセル i の相対画表面積

(2) 全濃度レベル和におけるボクセル i の濃度レベル

(3) 正規化した全濃度レベル和におけるボクセル i の濃度レベル

$A_i(l), A(l)$ を l を適当に変化させて求め、$Z_l(q)$ を算出し、$\log Z_l(q)/\log l$ の $l\to 0$ を最小自乗法にて推定して D_q を計算する。

4. 結果と考察

前述のアルゴリズムにより、テクスチャ画像の画表面積から求めたマルチフラクタル次元と濃度レベルから求めたマルチフラクタル次元を計算し、これがどれほど異なるかを比較するために、同一画像において求めた3種の確率系による D_q を同一グラフ上にプロットした(図2、図3、図4。ただし、各確率系の D_q をそれぞれ $D_q(1)$; $D_q(2)$; $D_q(3)$ としてある)。

マルチフラクタル次元 D_q は q に関して右下がりの曲線であり、曲線の形状はカテゴリ毎に固有である。

そしてこれらの結果から次のようなことを推察することができる。

- 複雑な画像は、D_0 の値が大きい。
- 確率系に画表面積を用いた場合、画表面に鋭い山を持つものは $q<0$ における D_q の変化率が大きい。
- 確率系に濃度レベルを用いた場合、画表面に鋭い谷を持つものは $q<0$ における D_q の変化率が大きい。
- 確率系に相対濃度レベルを用いた場合、画表面に鋭い山や谷を持たないものは $q<0$ における D_q の変化率が小さい。

さらに、図2,3,4の結果からわかるように、それぞれのマルチフラクタル次元はもとになる確率系や画像種類により、特有な軌道を描く。従って、異なる画像の D_q 間に適当な距離、類似度等の識別尺度を定義すればテクスチャ画像間の識別が可能となる。例えばカテゴリ(a),(b)とを比較した場合、$D_q(1)$ では(a)が(b)より遥かに大きな値をとる。Dq(2)についての関連でいえば、(a)ではDq(1),Dq(2)が交差しないのに対し、(b)ではこれらが交差する。Dq(3)については(a)の値が(b)より遥かに大きい、などの特徴が指摘できる。この状況は形状を反映した確率系の設定によって、画像識別がより有望になると思われる。

5. むすび

マルチフラクタル次元 D_q では画像特徴として実数の系列が得られるため、ただ1つのスカラー値が得られるフラクタル次元 D よりも内包している情報量が多く、画像の特徴量として、より強力であると考えられる。また同一画像であっても、パラメータとして付与される確率系を変化させることにより測度論的な性格に終始しているフラクタル特徴にさまざまな形状的要素を与えることができる。今後の課題として、パタン形状情報を詳細に反映する確率系の提案、一般画像解析への適応などが考えられる。

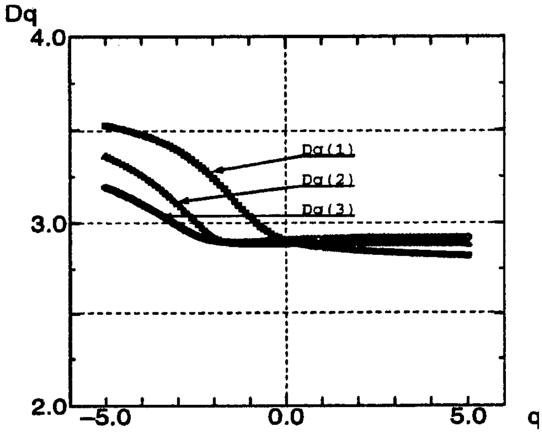


図2　カテゴリ(a)の比較結果

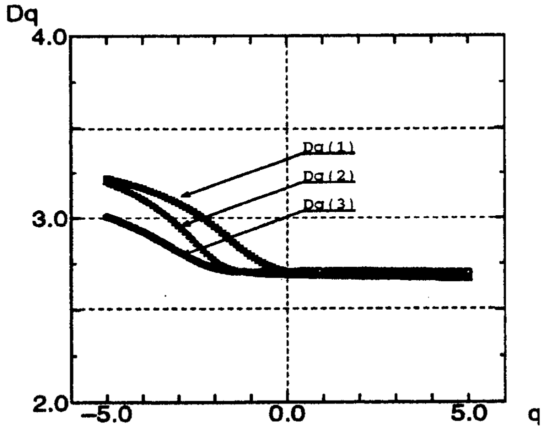


図3　カテゴリ(b)の比較結果

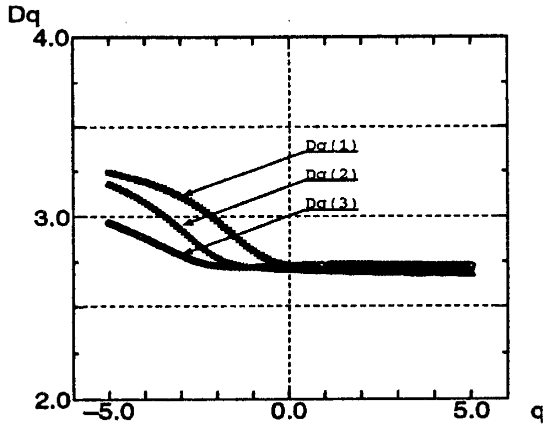


図4　カテゴリ(c)の比較結果

参考文献

[1] Jens Feder : "フラクタル", 啓学出版 (1991)

[2] A. Renyi : "Probability theory", North Holland (1970)

[3] Phil Brodatz : "TEXTURES", DOVER, New York (1966)