誤差逆伝搬法による命題論理の学習

5Ｅ－６

○熱田 修一　　星 仰
茨城大学 工学部

1 はじめに

非記号情報処理を実現するために、人工知能の分野を中心に様々な研究が行なわれてきた。その中で古典論理には自然言語が有する命題間の距離や命題の情報量といった曖昧さを表現するための概念が存在しないという観点から、それに代わる論理として非単調論理や様相論理、ファジー論理といった非古典論理の研究が盛んに行なわれている。

非古典論理を統一的に扱えるモデルとして、文献 [1] では命題論理の幾何学的モデルを提案している。そこでは、ブール代数の原子とユークリッド空間の単位ベクトルとの間の類似性に着目することで、古典論理をベクトル表現に置き換えたり、また、特殊な関数 τ を定義することで、論理演算を我々が慣れ親しんでいる演算に置き換えるといった考え方に基づいて、命題間の論理演算や距離、情報量といったものを定義づけている。これにより、自然言語の曖昧性を表現するモデルとして非古典論理をより扱い易い存在とした。

本研究では文献 [1] の幾何学的解釈をもとにベクトル化された命題論理の２項演算をニューラルネットワークで実現させることを目的とする。命題論理を人間の思考を表現するためのモデルであるとするならば、ニューラルネットワークに命題論理の基本構造を誤差逆伝搬法を用いて学習させることにより、拡張性の高いモデルを扱うことが可能であると考える。

2 ユークリッド空間と古典論理との対応

古典論理の中にユークリッド空間と類似の性質があることを示す。論理における原子 a に関して以下のことが成立する。

i. $a_i \cdot a_i = a_i$　（単位性）

ii. $a_i \cdot a_j = 0 \quad (i \neq j)$　（直交性）

iii. $\sum a_i = 1$　（完備性）

論理における原子とは リテラルの積に相当する。つまり、１変数 X の場合は $\{X, X'\}$ であり、２変数 X, Y の場合は $\{X \wedge Y, X \wedge Y', X' \wedge Y, X' \wedge Y'\}$ である。

Learning of Propositional Logics by Backpropagation
Shuichi Atsuta and Takashi Hoshi
Faculty of Engineering ,Ibaraki University
4-12-1,Naka-narusawa,Hitachi,Ibaraki,316,Japan

上記の事実はこの原子がベクトル空間の単位ベクトルに近い性質を持っていることを示している。

このように、論理式と対応づいたベクトルを以後、論理ベクトルと呼ぶことにする。

次に任意の２つのベクトル f, g について、内積 $< f, g >$ を定義する。

$$< f, g > = f_1 g_1 + f_2 g_2 + \ldots + f_n g_n$$

これにより、ノルムは次のように定義される。

$$N(f) = \sqrt{< f, f >}$$

3 ネットワークと命題論理との基本対応

任意の論理式 A, B と論理演算子 op を定義したとき、２項演算 $C = A\,op\,B$ というある論理式 C を算出する演算をニューラルネットワークの入出力と結びつけると、A, B, そして演算子 op が入力データであり、C を出力と考えるのが適当と思われる。また、任意の論理式は論理和標準形に変形可能であり、論理ベクトルが抽出可能であることから、各論理式 A, B, C の原子に対応した係数 $a_k, b_k, c_k (k = 1 \ldots 2^n)$ を入出力値とすることで n 変数の論理演算が可能である。例として、２変数のときのネットワークを図１に示す。この場合、論理式 $XY \vee XY' \vee X'Y \vee X'Y'$ は論理ベクトル $(a1, a2, a3, a4) = (1, 1, 1, 1)$ と対応する。

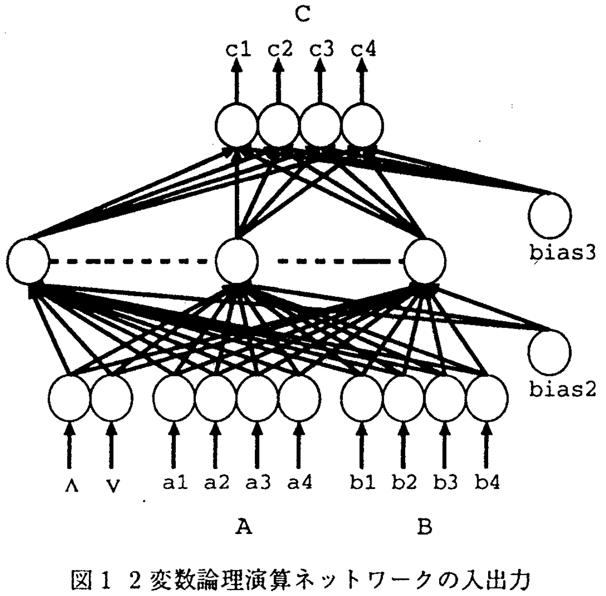

図１ ２変数論理演算ネットワークの入出力

4 非古典論理演算の定義

ネットワーク上での論理演算は、ベクトル演算として扱っている。つまり、任意の2つの非古典論理に対応したベクトルの2項演算に対する教師データは

$$A \wedge B \quad \rightarrow \quad a * b + r$$
$$A \vee B \quad \rightarrow \quad a + b - a * b - r$$
$$A' \quad \rightarrow \quad 1 - a$$

上記の計算式に基づいて決めなければならないことになるが、r を決めることが困難であるため、実現に大きな支障となっている。そこで、次のような考え方を導入してみる。

いま、任意の2つのベクトル $A(=\ a_i), B(=\ b_i)$ を与える。これらのベクトルを各直交座標成分に分解すると、A, B のベクトル演算に関する議論が直交座標上でのみ展開できることが分かる。つまり、ベクトルの向きは同一であるために、スカラー量的な問題だけに依存させることが可能となる。これに束の概念を導入する。2項演算 $\cap, \cup$ に対して $a_1 \leq b_1$ ならば

$$a_1 \cap b_1 = a_1$$
$$a_1 \cup b_1 = b_1$$

といった順序関係の演算 $\cap, \cup$ をベクトルのAND,OR演算と対応させることは可能であろう。束の導入は任意の2つのベクトルの相関関係の計算を行っていると考えられる。このことから、非古典論理計算を以下のような特別なベクトル演算として再定義することができる。

$$A \wedge B \rightarrow min\{a_i, b_i\}$$
$$A \vee B \rightarrow max\{a_i, b_i\}$$

min は最小値を算出する関数で、max は最大値を算出する関数とする。また、この理論は、古典論理について、成り立つことを確認した。

5 論理構造の学習における実験と結果

以下の実験では図2に示すようなハッセ図の各格子点の結合関係を学習データとして用意する。非古典論理のネットワーク上での認識の実験では、さらに任意の格子点間にも複数の格子点があるものとして学習データを用意する。

学習終了条件はあらかじめ設定された誤差より小さくなった場合とする。その設定誤差は学習内容や収束状況等の関係から経験的に0.03と設定する。中間層の素子数は入力素子数 n に対して $2n$ 個用意するものとし、結合荷重の初期値は乱数によって発生させた-0.3から0.3までの値を入力した。

図3は1変数の非古典論理について学習させ、テストデータを与えたときの演算結果である。C1は原子Xに、C2は原子X'に対応した係数である。図中の曲線の内側が命題として対応づけが不可能な領域であることを認識させるために、曲線の外側の領域のみを学習させた。●はその境界線付近の認識について、▲や○は論理空間の外側境界線上の認識結果を示している。

6 おわりに

本研究では、命題論理の幾何学的解釈をもとにベクトル表現された命題の2項演算をニューラルネットワーク上で実現させるために、論理の束構造を提案した命題論理とネットワークとの対応づけに基づいて誤差逆伝搬法によって学習させ、非古典論理に対応したベクトルのネットワーク上での演算についての実験を行った。

その結果、非古典論理の演算は、古典論理の束構造の他に、提案した非古典論理の演算式に、命題の情報量に基づく領域情報を付加させたデータを学習させることで、論理空間において、命題と対応づけのできる領域とできない領域とを認識させることができた。

なお、本研究は本学情報工学科の松山教授の御協力によりなされたもので、ここに感謝の意を表明する。

参考文献

[1] 月本 洋：命題論理の幾何的モデル、情報処理学会(1990),Vol.31,No.6,pp.783-791.

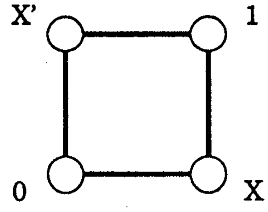

図2 1変数古典論理ハッセ図

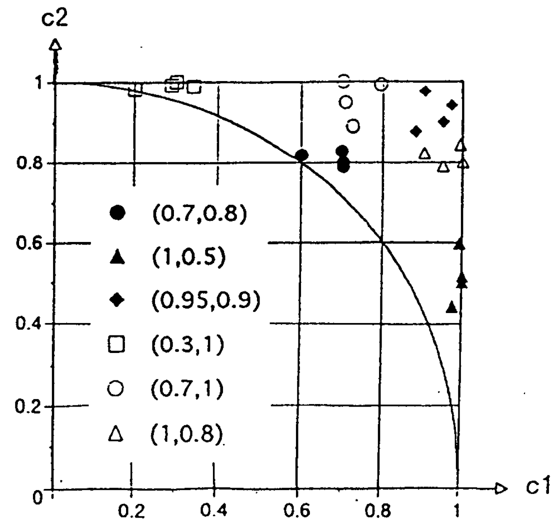

図3 1変数非古典論理2項演算