

衛星軌道のシミュレーションと地表直下表示

2Z-6

村山典之・星 仰

茨城大学

1 はじめに

楕円軌道を描いて地球を周回する人工衛星の運動を表現するにはよく Kepler の 6 要素と呼ばれる量が用いられる。地球と人工衛星の 2 体問題であるならば、1 つの Kepler の 6 要素で人工衛星の任意の時間における位置を決定できる。しかし、宇宙空間には太陽・月・その他の惑星などがあり、また地球自体にも歳差・章動・極運動などが存在するため、ただ 1 つの Kepler の 6 要素で表現するのは不可能である。普通は約 1 週間単位毎に Kepler の 6 要素を 1 次か 2 次の時間の関数として表して用いるが、比較的短い時間であれば、ただ 1 つの Kepler の 6 要素 (接触軌道要素) において 2 体問題の場合と全く同じように計算することができる。この接触軌道要素を仮定する事により、ある EPOCH から任意の時間経過した n 軌道 m 衛星の地心赤道直交座標系における位置を算出するシミュレーションを行う (ただし、時間が経過するほど誤差も大きくなる)。これは、通信衛星などのような現在計画されている複数軌道複数衛星を用いたプロジェクトに役立つものとなる。すでに打ち上がっている代表的なものには GPS 衛星などがある。さらに、それぞれの時間におけるグリニッジ平均恒星時を算出し、衛星位置を G 系地心直交座標系に変換することで衛星直下の緯度・経度および高度を求める。また、リモートセンシング衛星を想定し、標高データを考慮した日本上空の走査領域について述べる。

2 Kepler の 6 要素からの衛星の位置計算

Kepler の 6 要素とは、まず衛星の軌道面を昇降点経度 (Ω) と、軌道傾斜角 (I) の 2 つの角度で表し、次にその面上での衛星の楕円運動を残りの 4 つの量、すなわち軌道長半径 (A)、軌道離心率 (ϵ)、近地点引数 (ω)、および EPOCH (t_0) での平均近点角 (M_0) で表現する。

2.1 地心赤道直交座標への変換

地球の質量を M 、万有引力定数を G として、平均運動 n を次の式で定義する。

$$n = (GM/A^3)^{1/2} \quad (1)$$

平均運動 n とは楕円軌道の中心を中心とし、この楕円の長半径に等しい半径を持つ円軌道上を一定の角速度で運動している衛星の角速度に相当するものである。任意の時刻 t における平均近点角 (M_T) は次式で計算できる。

$$M_T = n(t - t_0) + M_0 \quad (2)$$

この M_T より、以下に示す Kepler の方程式を用いて離心近点角 (U) を求める。

$$M_T = U - \epsilon \sin U \quad (3)$$

この方程式を解くには逐次近似法を用いる。

ここで、軌道面において地球の重心から近地点を向いた方向を X 軸、それに直交する短軸の向きを Y 、軌道面に垂直な方向を Z とする座標系を定義し、位置座標を (X_T, Y_T, Z_T) とすると、

$$\begin{aligned} X_T &= A(\cos U - \epsilon) \\ Y_T &= A(1 - \epsilon^2)^{1/2} \sin U \\ Z_T &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

となる。さらに、(X_T, Y_T, Z_T) に数回の座標回転を施すことにより、地心赤道直交座標系での衛星の位置 (X, Y, Z) が得られる。

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = R_Z(\Omega) R_X(I) R_Z(\omega) \begin{bmatrix} X_T \\ Y_T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

ただし、 R_X, R_Z は X 軸、 Z 軸それぞれにおける座標軸の回転行列である。

Simulation of satellite's orbits and display of ground surface position.

Noriyuki Murayama and Takashi Hoshi
Ibaraki University

2.2 G系地心直交座標への変換

地心赤道直交座標系における X 軸は春分点方向であり G 系地心直交座系の X 軸は経度 0° の方向である。つまり、その変換のためには各時間それぞれにおけるグリニッジ平均恒星時 (Θ) を求める必要がある。 T_u を 1900 年 1 月 0 日正午 UT から数えた経過日数を 36,525 日を 1 として示した時間の単位とすると Θ は次式で表される。

$$\Theta = 6^h 38^m 45^s.836 + 8640184^s.542 T_u + 0^s.0929 T_u^2 \quad (6)$$

よって、G 系地心直交座系での座標 (x_g, y_g, z_g) は以下になる。

$$\begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ z_g \end{bmatrix} = R_X(\Theta) \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (7)$$

ただし、G 系地心直交座標の算出にあたり、歳差・章動・極運動は無視する。

2.3 衛星直下の緯度・経度および高度の算出

地球の重心が原点である G 系地心直交座標 (x_g, y_g, z_g) を座標の平行移動により、地球楕円体中心が原点である J 系地心直交座標 (x_j, y_j, z_j) に変換する。経度 λ と経度 ϕ は次式より求まる。

$$\tan \lambda = y_j / x_j \quad (8)$$

$$\tan \phi = \frac{\omega}{\sqrt{x_j^2 + y_j^2}} + \frac{ae^2}{\sqrt{x_j^2 + y_j^2}} \frac{\tan \phi}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \phi}} \quad (9)$$

を逐次近似法を用いて解くことにより求まる。 e^2 が小さいため初期値 ϕ_0 の値は左辺の $\tan \phi$ には大きく影響しないので $\phi_0 = 0$ とした。 N は地球楕円体の東西曲率半径である。

さらに、高度 h は次式を解けばよい。

$$h = \sqrt{1 + \tan^2 \phi} \left\{ \frac{\omega}{\tan \phi} - \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{1 + (1 - e^2) \tan^2 \phi}} \right\} \quad (10)$$

3 軌道シミュレーション

X-Window を用いて X 軸方向 (春分点方向) から見た衛星の周回する様子、またメルカトル図法の地図上に衛星直下点の移動の様子を表示した。 n 軌道 m 衛星においてシミュレートできるが、隣り合う衛星の位相を入力することでいかにうまく計画する数の衛星を宇宙空間上に配置するかを考察することができる。GPS 衛星では 1 軌道に 4

つの衛星を配置した 6 軌道であり、この位相を調整してどこの地点から見ても最低 4 つの衛星が観測できるようになっている。

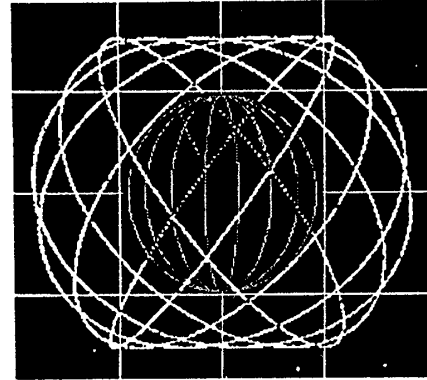


図. GPS 衛星の軌道シミュレーションの様子

4 地表直下表示

Kepler の 6 要素と EPOCH を与えたりモートセンシング衛星を想定し、その衛星が日本上空を通過する時の走査領域を標高データを用いた鳥瞰図上に示す。標定要素のうち回転要素を考慮し、衛星に搭載された直下視センサーの刈幅は 80km、分解能は 8×16 m とした。これにより、より正確なりモートセンシング衛星の打ち上げ計画が可能になろう。

5 おわりに

本研究でリモートセンシング衛星の計画での軌道要素決定時において、あらかじめ走査領域を予測することが可能になった。これにより搭載センサーの高分解能化が進む中で、抽出画像のピクセル単位での評価が行える。この鳥瞰図上に画像を重ねれば抽出画像も予測することができよう。

参考文献

- [1] 村山 典之、星 仰、：“ JERS-1 センサーの対地走査面変動量の算定”、情報処理学会第 50 回 (平成 7 年度前期) 全国大会、pp.1-413~414, 1995.
- [2] 星 仰、村山 典之：“ MOS-1 衛星の計画高度からの高度ズレ量”、日本写真測量学会平成 6 年度年次学術講演会発表論文集、D-7, pp.119~122, 1993.
- [3] 長沢 工：“ 天体の位置計算”、地人書館、1985.