諸受理方式による決定性カウンタの言語クラスについて

4U－2

樋口 健　若月 光夫　富田 悦次
電気通信大学 電子情報学科

1 まえがき

決定性プッシュダウンオートマトンにおける受理方式は主に４つある。空記号列による推移を許す言語クラスにおいては、本質的にその言語受理能力が受理方式によらずに同じである言語クラスが多い。しかし、それは終止記号や、スタック記号の種類を増やすことにより同等の性質を有することで証明されている。従って、終止記号が導入不可能であり、スタック記号の種類を増やすことができないような言語クラスにおいて、受理方式の違いにより言語受理能力がどのように異なるのかは、興味深いところである。

本文においては、スタック記号が１種類である決定性カウンタにおいて、受理方式により言語受理能力が明らかに違うことを論ずる。決定性カウンタにおいては、スッタクの種類が１種類という制限により、スタック記号の種類を増やすことができない。従って、受理方式によっては終止記号を使用できず、受理方式により言語クラスが違うことが予想される。すでに、非決定性カウンタに関しては受理方式により言語クラスが異なる事が言及されている [1]。そこで、決定性カウンタにおいては受理方式によりどのように言語クラスが変わるかを論ずる。特に、最終状態受理式決定性カウンタの言語クラスと空スタック受理式決定性カウンタの言語クラスの共通部分が正規言語クラスと本質的に等しいことは興味深いことである。

2 諸定義

決定性プッシュダウンオートマトン (dpda) に関する定義は [2] に準ずるものとする。

On The Classes of Languages Accepted by Deterministic Restricted One-Counter Automata with Various Methods of Accepting
Ken Higuchi　Mitsuo Wakatsuki　Etsuji Tomita
University of Electro-Communications
1-5-1 Chofugaoka,Chofu,Tokyo 182,Japan

[定義 2.1] モード受理式 dpda M を $(Q,\Gamma,\Sigma,\delta,q_0,Z_0,F)$ と定義する。ただし、Q は状態の有限集合、Γ はスタック記号の有限集合、Σ は入力記号の有限集合、δ は推移規則の有限集合、q_0 は初期状態、Z_0 は初期スタック記号、$F \subseteq Q \times (\Gamma \cup \{\varepsilon\})$ とする。 ■

dpda M における状態とスタック記号列の対 $(p,\alpha) \in Q \times \Gamma^*$ を計算状況と呼ぶ。特に (q_0,Z_0) を初期計算状況と呼ぶ。また、初期計算状況から推移可能な計算状況を到達可能な計算状況と呼ぶ。

計算状況 (p,α) における、状態とスタックの先頭 (左端) の記号の対 (p,A) をその計算状況のモードと呼ぶ。ただし、$\alpha=\varepsilon$ ならば、モードは (p,ε) である。

以下の定義においては $M=(Q,\Gamma,\Sigma,\delta,q_0,Z_0,F)$ とする。

[定義 2.2] dpda M において、$\Gamma=\{Z_0\}$ であるとき、M を決定性カウンタ (deterministic restricted one-counter automaton, droca) と呼ぶ。 ■

[定義 2.3] モード受理式 dpda M において、ある $F' \subseteq Q$ に関して $F=F' \times (\Gamma \cup \{\varepsilon\})$ となる場合、M の受理方式は最終状態受理式であると呼び、$F=F' \times \{\varepsilon\}$ となる場合は M の受理方式は空スタック最終状態受理式であると呼ぶ。また、$F=Q\times\{\varepsilon\}$ である場合は M の受理方式は空スタック受理式であると呼ぶ。 ■

[定義 2.4] モード受理式 dpda M において、

$$L(p,\alpha)=\{x\in\Sigma^* \mid (p,\alpha)\overset{x}{\underset{M}{\Longrightarrow}}(q,\gamma),\ \mathrm{Mode}(q,\gamma)\in F\}$$

と定義する。ただし、$\mathrm{Mode}(q,\gamma)$ は (q,γ) のモードである。さらに M の初期計算状況 (q_0,Z_0) に対して、$L(M)=L(q_0,Z_0)$ を M が受理する言語と定義する。 ■

[定義 2.5] モード受理式 droca の言語クラスを $\tilde{\mathcal{C}}_m$、最終状態受理式 droca の言語クラスを $\tilde{\mathcal{C}}$、空スタック

最終状態受理式 droca の言語クラスを $\tilde{\mathcal{C}}_{f0}$、空スタック受理式 droca の言語クラスを $\tilde{\mathcal{C}}_0$、正規言語クラスを $\mathcal{R}$、正規言語クラスの部分集合で接頭辞性質を持つ言語クラスを $\mathcal{R}_0$ と表記する。 ■

M_1 を空スタック受理式 droca、M_2 を最終状態受理式 droca とする。また、$\mathcal{P}_1$ を M_1 における 1 ステップの入力に対するスタックの変化量の最大値に 1 加えたものとする。

3 決定性カウンタの言語クラスに関する性質

以下に、各受理方式の言語クラスの関係を述べる (証明に関しては [3] を参照)。

[補題 3.1] M_1, M_2 において、$L(M_1) = L(M_2)$ とする。このとき、到達可能な M_1 の計算状況 (p, α) に対して、$L(p, \alpha) = L(p, \partial)$ かつ $|\partial| \leq \mathcal{K}_1$ となる到達可能な M_1 の計算状況 (p, ∂) が存在する。ただし、$\mathcal{K}_1 = |Q_1|^2\,|Q_2|(\mathcal{P}_1 - 1)$ である。 ■

補題 3.1により、$L(M_1) = L(M_2)$ の場合は、M_1 もしくは M_2 の到達可能な計算状況の受理言語の種類が有限であることがわかる。従って、M_2 の計算状況を 1 つの状態とする無限個の状態を許すオートマトンにおいて、その受理言語の等価な状態 (M_2 における計算状況) を 1 つに統合すれば、到達可能な状態は有限の数となる。つまり、$L(M_1) = L(M_2)$ は有限オートマトンで構成可能である。

一方、到達可能な計算状況のスタックの高さが 1 以下となるような実時間 droca は有限オートマトンと等価な dpda である。従って $\tilde{\mathcal{C}}_0 \supseteq \mathcal{R}_0$ かつ $\tilde{\mathcal{C}} \supseteq \mathcal{R}$ となる。よって以下の定理が導かれる。

[定理 3.1] $\tilde{\mathcal{C}}_0 \cap \tilde{\mathcal{C}} = \mathcal{R}_0$ である。 ■

補題 3.1において終止記号を考慮しても同様の証明が可能である。また、正規言語においては終止記号を導入すれば、$\mathcal{R}$ と $\mathcal{R}_0$ は等価なものとなる。よって、本質的に $\tilde{\mathcal{C}}_0$ と $\tilde{\mathcal{C}}$ の共通部分は $\mathcal{R}$ である。

その他の受理方式との関係は以下のようになる。

[定理 3.2]

(1) $\tilde{\mathcal{C}}_0 \subset \tilde{\mathcal{C}}_{f0} \subset \tilde{\mathcal{C}}_m$

(2) $\tilde{\mathcal{C}} \subset \tilde{\mathcal{C}}_m$

(3) $\tilde{\mathcal{C}}_{f0}$ と $\tilde{\mathcal{C}}$ は比較不能

(4) $\mathcal{R}_0 \subset \tilde{\mathcal{C}}_{f0} \cap \tilde{\mathcal{C}}$ ■

4 おわりに

定理 3.1および 3.2により、決定性カウンタにおいては、受理方式により言語受理能力がかなり違うことを示した。一般的に、空記号列による推移を許す言語クラスにおいては、終止記号を使用することにより、本質的に同じであることが多い。しかし、決定性カウンタにおいてはスタック記号が一種類と限定されているため、終止記号を使用しても本質的に最終状態受理式と空スタック受理式とでは違うことも明らかである。ただし、定理 3.2においては、終止記号等の導入に関しては考慮されていない。従って、本質的に言語クラスがどのようになっているかに関してはさらなる考察が必要である。

参考文献

[1] Harrison, M. A., *Introduction to Formal Language Theory*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1978.

[2] Higuchi, K., Tomita, E. and Wakatsuki, M., "A polynomial-time algorithm for checking the inclusion for strict deterministic restricted one-counter automata", *IEICE Trans. on Information and Systems*, vol. E78-D, no.4, pp. 305–313, 1995.

[3] Higuchi, K., Wakatsuki, M. and Tomita, E., "On the classes of languages accepted by deterministic restricted one-counter automata with various methods of accepting", *Tech. Rep. UEC-CAS94-5*, Dept. of Communications and Systems Engineering, The Univ. of Electro-Commun., 1994.